



Kwantowy układ SI i jego jednostki elektryczne

Andrzej Zięba

Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej AGH

W artykule (*Foton* 125 [1]) zainspirowanym listem licealisty z Nowego Sącza, przedstawiłem zagadnienie definicji ampera w fizyce klasycznej. Ten artykuł, będący jego kontynuacją, opisuje projekt tzw. kwantowego układu SI, czyli oparcia makroskopowych jednostek na ustalonych wartościach stałych fizycznych. Następnie zostanie opisana techniczna realizacja jego wzorców pierwotnych o najwyższej dokładności dla wielkości elektrycznych. Na zakończenie zostaną podsumowane istotne zmiany, jakie wprowadzenie kwantowego układu SI przyniesie dla naszego rozumienia spójnego układu jednostek miary.

1. Wprowadzenie

Jednostki miary są starsze niż fizyka. Początkowo każda jednostka była definiowana oddzielnie do danego pomiaru. Przykładowo, mila rzymska (czy angielska) oznaczała po prostu tysiąc podwójnych kroków¹ i służyła do pomiaru odległości w terenie, natomiast materiał krawiecki był mierzony przy pomocy własnego przedramienia (krawca, kupca lub klienta) i nikt nie zadawał sobie pytania, ile łokci zawartych jest w mili. Pomińmy niezwykle ciekawy historyczny rozwój jednostek miar, poprzestając na stwierdzeniu, że stworzenie *układów jednostek*, najpierw CGS i CGSM, potem MKS i MKSA, wreszcie obecnego SI, było wynikiem wykorzystania praw fizyki klasycznej.

Współcześnie, czołowe instytucje metrologiczne świata pracują nad projektem redefinicji podstaw układu SI przez wykorzystanie praw fizyki kwantowej. Projekt ten znany jest pod nazwą „nowy układ SI” lub „kwantowy układ SI”, przy czym w artykule, w myśl angielskiego hasła „be specific”, będzie stosowany drugi termin. Przed przejściem do rozważań szczegółowych trzeba zdefiniować wykorzystywany w tej argumentacji podział fizyki na klasyczną i kwantową. Fizykę klasyczną określić można jako fizykę ciał makroskopowych, gdyż podstawowym jej wyróżnikiem jest, że wszystkie wielkości fizyczne są traktowane w jej fundamentalnych równaniach jako wielkości ciągłe. Częścią fizyki klasycznej jest mechanika nierelatywistyczna (niutonowska), ale do fizyki klasycznej zaliczyć trzeba również mechanikę relatywistyczną i ogólną teorię względności, gdyż i w tych teoriach wszystkie występujące wielkości są ciągłe.

¹ *Milia* – to łac. tysiąc w liczbie mnogiej. Przyjmując 80 cm za długość pojedynczego kroku otrzymujemy przybliżoną wartość mili angielskiej.

Za początek *fizyki kwantowej* należy uznać hipotezę atomistyczną. Pierwszą stałą tego działu fizyki jest stała Avogadra N_A określająca ziarnistość materii. Jeszcze w XIX stuleciu do fizyki wprowadzono kolejne stałe fizyki kwantowej: stałą Boltzmanna k_B , występującą w atomistycznej teorii zjawisk cieplnych, i ładunek elementarny e , określający kwantowanie ładunku. Hipoteza Plancka o kwantowaniu promieniowania elektromagnetycznego, wprowadzająca stałą h , jest początkiem teorii mechaniki kwantowej i elektrodynamiki kwantowej. Jak zobaczymy, wymienione cztery stałe fizyczne zostaną wykorzystane do zdefiniowania jednostek kwantowego układu SI.

2. Potrzeba arbitralnych wzorców jednostek w fizyce klasycznej

Podstawą definicji jednostek mechanicznych tak układu CGS jak i SI (w formie, w jakiej funkcjonowały przed wprowadzeniem obecnej definicji metra) jest druga zasada dynamiki,

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{\mathbf{F}}{m} \quad (1)$$

Zapis przyspieszenia jako drugiej pochodnej położenia \mathbf{r} po czasie t uświadamia nam, że w równaniu tym mamy *cztery* wielkości fizyczne. Jeżeli układ jednostek mechanicznych oparty na tych jednostkach ma być spójny, trzeba w sposób arbitralny zdefiniować *trzy* wzorce, są nimi metr, kilogram i sekunda. Jednostka siły (niuton w układzie SI) jest jednostką pochodną, nieposiadającą niezależnego wzorca.

Czy liczbę niezależnych wzorców można zmniejszyć? Fundamentalnym, a niezależnym od zasad dynamiki prawem mechaniki nierelatywistycznej jest tylko prawo grawitacji,

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (2)$$

Prawo to można wykorzystać do eliminacji jednego z arbitralnych wzorców. Na przykład, można uzyskać jednostkę masy jako jednostkę pochodną, jeżeli przyjąć, że stała grawitacji G jest równa 1, względnie *ustalić* wartość stałej grawitacji na wartości $G = 6,6738 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg}\cdot\text{s}^2)$ (aktualna wartość określona w roku 2010 przez komitet CODATA [2]). W pierwszym przypadku uzyskujemy uproszczenie zapisu równań, z których znika G . Odbywa się to jednak kosztem niewygodnej wartości jednostki masy².

Dlaczego ta opcja nigdy nie była poważnie rozważana? Przyczyną jest fakt, że siły grawitacji między obiektami o zwykłych rozmiarach są niezmiernie słabe i trudno je zmierzyć dokładnie. W konsekwencji, stała grawitacji pozostaje

² Dociekliwemu czytelnikowi pozostawiamy obliczenie, że jeżeli zachowamy metr i sekundę i przyjmujemy $G = 1$, uzyskana jednostka masy będzie równa 8,17 mg.

najmniej dokładnie znaną stałą przyrody, jej aktualna niepewność względna wynosi $80 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$ [2].

W mechanice relatywistycznej pojawia się dodatkowa fundamentalna stała – prędkość światła

$$c = \frac{x}{t} \quad (3)$$

Przyjęcie wartości $c = 1$ oznacza usunięcie tej stałej z równań, natomiast jej ustalenie na wartości $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$ umożliwiło, w aktualnym sformułowaniu układu SI, eliminację niezależnego wzorca długości. W ramach fizyki klasycznej, nawet gdy zostaną wykorzystane obydwie stałe G i c , nadal istnieje potrzeba przynajmniej jednego arbitralnego wzorca.

3. Układ jednostek Plancka

Początkiem mechaniki kwantowej było odkrycie stałej Plancka określającej energię kwantów promieniowania elektromagnetycznego (fotonów),

$$E = h f \quad (4)$$

Planck szybko zorientował się, że odkrycie nowej stałej przyrody umożliwia wprowadzenie układu jednostek, w którym znika potrzeba jakiegokolwiek arbitralnego wzorca. Artykuł wprowadzający układ jednostek nazwany później jego imieniem został opublikowany przez Plancka już w 1899 roku [3], przed ogłoszeniem jego teorii promieniowania ciała doskonale czarnego (publiczna prezentacja w grudniu 1900, publikacja w 1901 roku).

Wybrane jednostki mechaniczne układu Plancka zestawiono w tabeli 1. Wyrażenie wielkości fizycznych w jednostkach Plancka umożliwia eliminację stałych z równań fizyki przez przyjęcie $G = c = \hbar = 1$, co jest wygodne w fizyce teoretycznej. Ponadto uważa się, że czas Plancka określa w kosmologii czas po Wielkim Wybuchu, przy którym nieznanne prawa grawitacji kwantowej przechodzą w prawa makroskopowej teorii grawitacji (Ogólnej Teorii Względności), zaś energia Plancka $E_p = m_p c^2$ określa skalę energii unifikacji wszystkich oddziaływań.

Standardowe przedstawienie jednostek układu Plancka [4] wyróżnia definicje jednostek podstawowych, z których uzyskać można potrzebne jednostki pochodne. W istocie wszystkie wielkości fizyczne w układzie Plancka są równouprawnione przez fakt, że każda, zarówno „podstawowa” jak i „pochodna” jednostka Plancka, może być zdefiniowana niezależnie przy użyciu stałych fundamentalnych – które przejmują w pewnym sensie rolę dawnych jednostek podstawowych.

Tabela 1. Wybrane jednostki mechaniczne układu Plancka

Nazwa	Relacja do stałych G , c i \hbar	Wartość w jednostkach układu SI
długość Plancka	$l_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$	$1,6162 \cdot 10^{-35}$ m
czas Plancka	$t_p = \frac{l_p}{c} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}}$	$5,391 \cdot 10^{-44}$ s
masa Plancka	$m_p = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$	$2,1765 \cdot 10^{-8}$ kg

4. Kwantowy układ SI

W analogii do jednostek Plancka kwantowy układ SI ma się opierać o ustalone wartości podstawowych stałych fizycznych. Definicje jednostek makroskopowych będą sformułowane zasadniczo tak samo: wartość danej jednostki makroskopowej (ampera, kilograma, oma, kelwina itd.) jest taka, by wyrażone w tych jednostkach wartości stałych fizycznych były równe dokładnie:

- prędkość światła $c = 299\,792\,458$ m/s,
- stała Plancka $h = 6,626\,06X \cdot 10^{-34}$ J·s,
- ładunek elementarny $e = 1,602\,17X \cdot 10^{-19}$ C,
- stała Boltzmanna $k = 1,380\,6X \cdot 10^{-24}$ J/K,
- stała Avogadra $N_A = 6,022\,14X \cdot 10^{23}$ 1/mol.

(symbol X oznacza cyfry jeszcze nieuzgodnione [5]). Sekundę definiuje umownie częstotliwość $9\,192\,631\,770$ Hz dla przejścia kwantowego w atomach ^{133}Cs wykorzystywanego w zegarze atomowym. Pozafizyczne jednostki oświetlenia (kandela, lumen, luks) pozostają poza zakresem niniejszych rozważań (zob. [6]).

Jak widzimy, kwantowy układ SI może być uważany za kontynuację idei Plancka. Tyle, że aby umożliwić jak najdokładniejsze pomiary, trzeba było zrezygnować z wykorzystania stałej grawitacji. Konsekwencją jest powrót do pojedynczego arbitralnie wybranego wzorca – jest nim wzorzec sekundy. W nieodległej przyszłości definicja sekundy może zostać zmieniona ze względu na rozwój metod pomiaru czasu: w roku 2009 dokładność zegarów optycznych przewyższyła dokładność zegarów atomowych [7].

5. Kwantowe wzorce napięcia i rezystancji

Propozycja kwantowego układu SI pozostałaby ciekawostką teoretyczną, gdyby nie odkrycie dwóch makroskopowych zjawisk kwantowych: efektu Josephsona oraz kwantowego efektu Halla. Efekt Josephsona, postulowany teoretycznie

przez Briana Josephsona³ w 1962 roku i doświadczalnie potwierdzony przez Sidneya Shapira w roku następnym, dotyczy tunelowania par Coopera w złączu nadprzewodnik–izolator–nadprzewodnik w obecności pola elektromagnetycznego o częstotliwości f . Na złączu wytwarza się napięcie stałe

$$U = \frac{fh}{2e}i \quad (5)$$

Stosunek $K_J = 2e/h$ nazwano stałą Josephsona (tabela 2), liczba naturalna $i = 1, 2, 3, \dots$ jest numerem tzw. stopnia Shapira na charakterystyce złącza. Napięcie nie zależy zupełnie od materiałów, z jakich wykonane jest złącze.

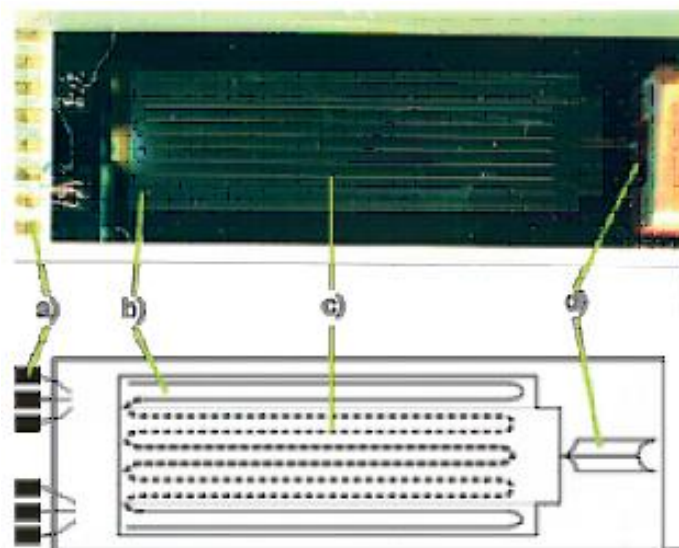
Tabela 2. Wartości stałych Josephsona i von Klitzinga

Stała	Wartość umowna (CIPM, 1988)	Aktualna wartość doświadczalna (CODATA, 2010)
Josephsona	$K_{J-90} = 483\,597,9 \text{ GHz/V}$	$K_J = 483\,597,870(11) \text{ GHz/V}$
von Klitzinga	$R_{K-90} = 25\,812,807 \, \Omega$	$R_K = 25\,812,807\,4434(84) \, \Omega$

Przy częstotliwości f rzędu dziesiątek GHz (kontrolowanej przez zegar atomowy), na złączu wytwarzane jest napięcie stałe poniżej 1 mV. To mało, ale wymagane napięcie w zakresie od jednego do dziesięciu woltów uzyskać można przez szeregowe połączenie indywidualnych złącz. Ostatnio, udało się zbudować, w oparciu o złącza Josephsona, kwantowy wzorzec napięcia przemienego.

Współcześnie elementy aparatury potrzebnej do realizacji kwantowych wzorców napięcia i rezystancji są dostępne komercyjnie i są niezawodne (nie mają żadnych części ruchomych). Dla przykładu zostaną podane wybrane parametry zestawów do realizacji kwantowych wzorców napięcia i rezystancji pracujących w Głównym Urzędzie Miar (GUM). Kluczowym elementem kwantowego wzorca napięcia jest układ scalony zawierający ok. 15 tys. złącz Josephsona (rys. 1), który przy częstotliwości doprowadzonych mikrofal $f \cong 75 \text{ GHz}$ generuje napięcie stałe około 10 V [8]. Temperatura pracy 4,2 K uzyskana jest przez użycie kriostatu helowego.

³ Nagroda Nobla dla Josephsona w 1973 r.



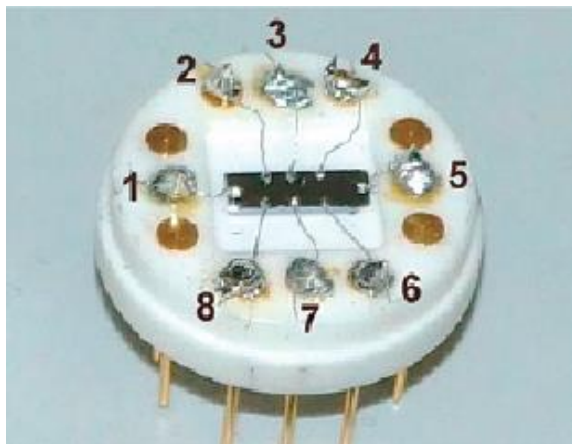
Rys. 1. Matryca złącz Josephsona, fotografia i rysunek elementu: a) kontakty prądowe, b) podłoże, c) matryca złącz, d) doprowadzenie mikrofal (według [8])

Kwantowy efekt Halla jest odmianą klasycznego efektu Halla obserwowaną dla dwuwymiarowego gazu elektronowego w niskich temperaturach i silnym polu magnetycznym B . Zależność napięcia Halla od pola wykazuje charakterystyczne stopnie (*plateau*), dla których wartość rezystancji Halla $R_H = U_H / I$ zależy tylko od stałych e i h oraz liczby całkowitej i określającej numer stopnia.

$$R_H = \frac{U_H}{I} = \frac{h}{ie^2} \quad (6)$$

Również w tym przypadku niezwykła jest zupełna niezależność rezystancji Halla od materiału. Kwantowy efekt Halla został odkryty przez Klause von Klitzinga⁴ przy wykorzystaniu warstwy elektronów w strukturze krzem–tlenek krzemu–metal. Współcześnie wykorzystuje się do tego celu heterozłącze GaAs – Ga_{1-x}Al_xAs. Nie udało się zmierzyć jakiegokolwiek różnicy wartości R_H dla dwóch tak różnych układów [9].

⁴ Efekt nie został przewidziany teoretycznie. Von Klitzing odkrył go w 1980 r., za co otrzymał Nagrodę Nobla w roku 1985.



Rys. 2. Element Halla wykorzystywany do realizacji wzorca oporu [8]

Warunki realizacji kwantowego efektu Halla są bardziej wymagające. W przypadku kwantowego wzorca rezystancji w GUM (rys. 3) potrzebna jest temperatura około 0,3 K wytwarzana w chłodziarce, której działanie oparte jest na odparowaniu ciekłego ^3He . Wykorzystuje się stopnie charakterystyki $i = 2$ oraz $i = 4$, pojawiające się przy wartościach pola odpowiednio 8,4 oraz 4,2 T.

Niepewność realizacji obydwu wzorców pierwotnych jest lepsza niż 10^{-9} . Są one używane do sprawdzania i kalibracji wzorców wtórnych o niższej dokładności, takich jak wzorcowe źródła napięcia (wykorzystujące diody Zenera), rezystory wzorcowe i woltomierze cyfrowe wysokiej klasy.



Rys. 3. Stanowisko wzorca rezystancji w GUM [8]

6. Kwantowa realizacja ampera: pompa elektronowa

W przedstawionej realizacji kwantowych wzorców jednostek elektrycznych nie ma wzorca ampera – aktualnie najdokładniejsze pomiary natężenia prądu wykonywane są w sposób pośredni, przez wykorzystanie wzorców napięcia i rezystancji. Niemniej od wielu lat pracuje się nad kwantowym wzorcem natężenia prądu, który wytwarzać ma prąd elektryczny przez kontrolowane przepuszczenie określonej liczby elektronów na sekundę, przy wykorzystaniu odpowiedniej struktury półprzewodnikowej o rozmiarach rzędu nanometrów [10, 11]. Wartość natężenia prądu wynosi

$$I = e f \quad (7)$$

gdzie f jest częstotliwością, z jaką układ „wpuszcza” pojedyncze elektrony do obwodu.

W chwili obecnej testowane są różne prototypy „pompy elektronowej”, różniące się istotnie zasadą działania i częstotliwością pracy (do kilku GHz). Uzyskana niepewność, jak dotąd w zakresie 10^{-6} – 10^{-7} , pozostaje o ponad dwa rzędy wielkości gorsza niż niepewność kwantowych wzorców napięcia i oporu. Ale niewykluczone, że doczekamy się przełomu w tej sprawie.

7. Konsekwencje przyjęcia kwantowego układu SI: rezygnacja z dawnych wzorców i podziału na jednostki podstawowe i pochodne

Przykład redefinicji metra wskazuje, że ustalenie wartości prędkości światła c powoduje, że długość fali linii kryptonu używanej poprzednio do definicji metra staje się, jak każda inna długość fali linii widmowej, wielkością doświadczalną znaną ze skończoną niepewnością. Analogicznie, ustalenie czterech dodatkowych stałych: h , e , k_B i N_A spowoduje, że cztery wielkości uważane uprzednio za dokładne przejdą do kategorii wielkości mierzalnych. Są to:

- dotychczasowy wzorec kilograma w postaci cylindra ze stopu Pt-Rh,
- stała magnetyczna i elektryczna (nie są niezależne, gdyż wiąże je zależność $c = (\mu_0 \epsilon_0)^{-1/2}$),
- temperatura punktu potrójnego wody, określająca obecnie wartość kelwina,
- umowna wartość masy atomowej izotopu ^{12}C , równa dokładnie 12 g/mol.

Najbardziej paradoksalna zmiana dotyczy stałych ϵ_0 i μ_0 . Czy liczba π definiująca dotąd wartość $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am stanie się wartością doświadczalną, obciążoną niepewnością pomiaru? Oczywiście nie. Sprawa jest dość prosta. Popatrzmy na prawo Coulomba

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (8)$$

W obowiązującym układzie SI ustalenie ε_0 dostarczało definicji kulomba i innych wielkości elektrycznych. W kwantowym układzie SI jednostki elektryczne, w tym kulomb, są definiowane w sposób niezależny, poprzez ładunek elementarny e . W analogii do stałej grawitacji G w równaniu (2), stała elektryczna ε_0 staje się wielkością mierzoną doświadczalnie.

W dotychczasowym układzie SI istnieje podział na jednostki podstawowe i pochodne. Realnym wyróżnikiem jednostek podstawowych był fakt, że każda z nich posiadała własny, fizycznie realizowany wzorzec, do którego była przypisana ustalona wartość (bez niepewności pomiaru). Teraz, gdy ustalone są stałe, każdą jednostkę makroskopową można określić jako zależną od określonych stałych fizycznych. W dziedzinie wielkości elektrycznych nie ma powodu uważać ampera za jednostkę podstawową, a wolta, oma czy farada – za pochodne. Co nie wyklucza, że umowny podział na jednostki podstawowe i pochodne może zostać zachowany w przyszłych dokumentach Konwencji Metrycznej. Na tym m.in. polega różnica między prawem stanowionym i Prawami Przyrody.

8. Perspektywy przyjęcia zmian w układzie SI

Ograniczona objętość artykułu powoduje, że nie sposób omówić fizycznej realizacji wielkości innych niż elektryczne [11]. Dla przyjęcia kwantowego układu SI kluczowe znaczenie ma wykorzystanie wagi Watta do ustanowienia odtwarzalnego wzorca kilograma. Przypomnijmy podstawowe równanie

$$UI = m g v \quad (9)$$

opisujące to urządzenie (zob. wzór (12) w [1]). W klasycznym układzie SI waga Watta umożliwia realizację jednostki prądu na podstawie masy m utożsamianej z platynowo-irydowym wzorcem kilograma. Teraz, gdy natężenie prądu I oraz napięcie U definiowane są poprzez stałe e i h , waga Watta jest wykorzystana do realizacji nowego wzorca kilograma, który – w przeciwieństwie do dotychczasowego artefaktu – jest wzorcem odtwarzalnym.

Urzędowe zmiany w układzie SI pozostają w gestii organów Konwencji Metrycznej. Zamiar wprowadzenia kwantowego układu SI został oficjalnie ogłoszony w roku 2005. Następnie, w roku 2011, została zaaprobowana lista stałych i ich wstępne wartości (podane w punkcie 4). Sformułowano również wymagania dotyczące niepewności realizacji wzorca masy, potrzebne do zaakceptowania zmian w układzie SI. Jak dotąd, wymagania te nie zostały spełnione, potrzebny jest w przybliżeniu dwu- trzykrotny wzrost dokładności.

Warto jednak zauważyć, że kwantowe definicje jednostek elektrycznych zostały *de facto* zaakceptowane. Współcześnie wszystkie dokładne pomiary elektryczne opierają się na opisanych kwantowych wzorcach napięcia i rezystancji. Do opracowania danych przyjmuje się przyjęte w roku 1990 umowne wartości

stałych Josephsona i von Klitzinga (tabela 2). Ustalenie tych stałych to nic innego, jak doraźne ustalenie wartości stałej Plancka i ładunku elementarnego.

Literatura

- [1] A. Zięba, O definicji i realizacji ampera w fizyce klasycznej, *Foton* **125** (Lato 2014) s. 31
- [2] P.J. Mohr, B.N. Taylor and D. B. Newell, CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2010. *Rev. Mod. Phys.* **84** (2012) s. 1527. Same wartości stałych dostępne m.in. na stronie *The NIST Reference on Constants, Units and Uncertainty*
- [3] M. Planck, Über irreversible Strahlungsvorgänge. *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften* **5** (1899) s. 479
- [4] Inne jednostki Plancka: zob. hasło *jednostki Plancka* w Wikipedii
- [5] Resolution 1 CGMP (2011), On the possible future revision of the International System of Units the SI
- [6] A. Zięba, O świecy zwanej kandelą, *Foton* **102** (Jesień 2008), s. 34
- [7] Czesław Radzewicz, Fizyka Laserów, wykład 15 (dostępny w sieci). Warto polecić także wykład 14 poświęcony historii zegarmistrzostwa, od gnomonu do zegara atomowego
- [8] E. Dudek, M. Mosiądz, M. Orzepowski (2009), Wzorce wielkości elektrycznych oparte na zjawiskach kwantowych. *Metrologia. Biuletyn Głównego Urzędu Miar* **14**, nr 3 (2009), s. 3
- [9] A. Hartland i inni, Direct comparison of the quantized Hall resistance in gallium arsenide and silicon. *Phys. Rev. Lett.* **66** (1991) s. 969
- [10] B. Camarota i inni, Electron Counting Capacitance Standard with an improved five-junction R-pump. *Metrologia* **49** (2012) s. 8
- [11] K. Szymaniec, Zastosowanie zjawisk kwantowych w metrologii. *Postępy Fizyki* **62**, z. 2/2011, s. 77