



O definicji i realizacji ampera w fizyce klasycznej

Andrzej Zięba

Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej AGH, Kraków

Jednostki układu SI stanowią – w globalizującym się świecie – wspólny dla wszystkich zbiorów jednostek miary. Zrozumienie definicji jednostek podstawowych SI, będących przedmiotem nauki w szkołach, nie jest łatwe. Problem kandydów i innych jednostek oświaty omawiałem poprzednio [1, 2].

Tematem artykułu jest amper – jednostka natężenia prądu w układzie SI. Został on napisany na „zamówienie” Zofii Gołąb-Meyer – redaktor *Fotonu* – aby odpowiedzieć na dociekliwe pytania Karola Wydrycha, licealisty z Nowego Sącza.

W definicji ampera użyta jest siła 2×10^{-7} niutona. Dlaczego w definicji jednostki podstawowej międzynarodowego układu jest tak niepodstawowa jednostka? Znane są kłopoty z ustaleniem jednostek miary takich jak metr czy sekunda, jednostka atomowa masy i jednostka temperatury. W starszych podręcznikach technicznych przeważa KM i KG. A jak ustalono ampera – czym się kierowano, że występuje mnożnik 2?

1. Zasada spójności przy konstruowaniu układu jednostek

W podręcznikach przestrzega się zasady, by prawa fizyki wyrażać za pomocą słowa „proporcjonalny”. Na przykład druga zasada dynamiki: *Jeżeli na ciało działa siła, to porusza się ono z przyspieszeniem, którego wartość jest proporcjonalna do wartości działającej siły, a odwrotnie proporcjonalna do masy ciała* [3]. Przy zastosowaniu znaku proporcjonalności prawo to można zapisać jako:

$$\mathbf{a} \propto \frac{\mathbf{F}}{m} \quad (1)$$

gdzie \mathbf{a} oraz \mathbf{F} są wektorami przyspieszenia i siły, masa m jest wielkością skalarną. Sformułowanie wykorzystujące słowo „proporcjonalny” ma cenną właściwość: określa Prawo Przyrody niezależnie od dokonanego przez człowieka wyboru jednostek miary.

W drugiej zasadzie dynamiki mamy w istocie *cztery* wielkości: położenie, czas, masę i siłę, gdyż wektor przyspieszenia definiowany jest poprzez położenie i czas). Jeżeli zasady dynamiki Newtona przyjmiemy jako podstawę konstrukcji spójnego układu jednostek dla zjawisk mechaniki, trzy z wymienionych wielkości mogą być wybrane dowolnie. Wybór jednostek długości, czasu i ma-

sy jako podstawowych mamy zarówno w układzie CGS jak i SI. Znak proporcjonalności we wzorze (1) można zastąpić przez znak równości

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m}, \quad (2)$$

jeżeli jednostka siły (w układzie SI – niuton) nie jest dowolna, lecz zdefiniowana przez metr, sekundę i kilogram, przy wykorzystaniu właśnie drugiej zasady dynamiki.

Alternatywnie można siłę mierzyć w kilogramach siły, definiowanych jako siła, z jaką Ziemia przyciąga masę jednego kilograma. W konsekwencji, kilogram siły $\text{kgf} = g \cdot \text{N}$ (przyjęty obecnie skrót to kgf , dawniejsze oznaczenie kG). Aby definicja kilograma siły była niezależna od przyspieszenia ziemskiego g zależnego nieco od szerokości geograficznej, przyjęto, że jego relacja do niutona wyraża umowna wartość $g_0 = 9,80665 \text{ m/s}^2$. Przy stosowaniu kilograma siły druga zasada przyjmuje postać

$$\mathbf{a} = \frac{g_0 \mathbf{F}}{m}. \quad (3)$$

Zapamiętajmy: wprowadzenie do układu jednostek (poprzednio spójnego) dodatkowej, niezależnej jednostki podstawowej (tu: kgf) powoduje pojawienie się dodatkowego współczynnika we wzorze, który określa układ jednostek. Współczynnik g_0 pojawi się też w wielu pochodnych wzorach mechaniki, np. wyrażeniach na moment siły lub na pracę mechaniczną.

Zasada spójności układu jednostek zapewnia prostotę opisu zjawisk fizycznych i zapisu wzorów. Cena, jaką płacimy, jest jednak wysoka. Społeczeństwo Polski (i innych krajów) nie zaakceptowało niutona jako jednostki siły. Pomimo usunięcia kilograma siły z podręczników, siła (np. na siłowni) jest wyrażana potocznie w kilogramach, zaś autor artykułu w niekrótkim już życiu, ani razu nie usłyszał słowa „niuton” w rozmowach prywatnych. Eliminacja kilograma siły powoduje trudności ze zrozumieniem konia mechanicznego, który jest jednostką mocy zdefiniowaną jako praca 75 kilogramów siły wykonanych w ciągu sekundy na drodze jednego metra. Koń mechaniczny bywa postrzegany potocznie jako jednostka mocy silników spalinowych, która to moc jawi się miłośnikom samochodów jako wielkość innej natury niż, wyrażana w kilowatach, moc silników elektrycznych. Więcej nt. jednostek pozaukładowych i ich stanu prawnego pisałem w [4].

W opinii autora, eliminacja niektórych wygodnych i zakorzenionych w społeczeństwie jednostek pozaukładowych skutkuje obniżeniem kultury technicznej społeczeństwa. Niewielki zestaw tych jednostek jest cennym uzupełnieniem zestawu jednostek układu SI i powinien wrócić do szkół. Treść listu do redakcji dowodzi, że sprawy te interesują dociekliwych uczniów.

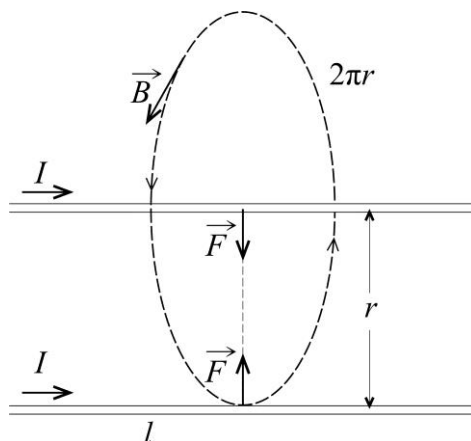
2. Definicja ampera w świetle podstawowych praw elektromagnetyzmu

Podobnie jak cała mechanika może być wyprowadzona z praw dynamiki Newtona, tak wszystkie zjawiska klasycznego elektromagnetyzmu można opisać wykorzystując: (i) cztery równania Maxwella, (ii) wyrażenia na siłę elektryczną i magnetyczną (definiują wektory pól elektrycznego \mathbf{E} i magnetycznego \mathbf{B}) oraz (iii) prawo zachowania ładunku. Równania te stanowią złożony zespół równań różniczkowych. Na szczęście dla dyskusji definicji jednostki prądu wystarczy rozpatrywać dwa z tych równań, i to w uproszczonym zapisie algebraicznym.

Prawo Ampera wiąże z sobą *stały* prąd I i wytworzone przezeń pole \mathbf{B} . Dla przypadku przewodnika prostoliniowego może być zapisane w postaci równania:

$$2\pi r B = \mu_0 I \quad (4)$$

Iloczyn $2\pi r$ to długość kołowej linii pola magnetycznego (rys. 1), zaś μ_0 jest arbitralnie wybranym współczynnikiem nazwanym *stałą magnetyczną*.



Rys. 1. Oddziaływanie magnetyczne dwóch przewodów z prądem

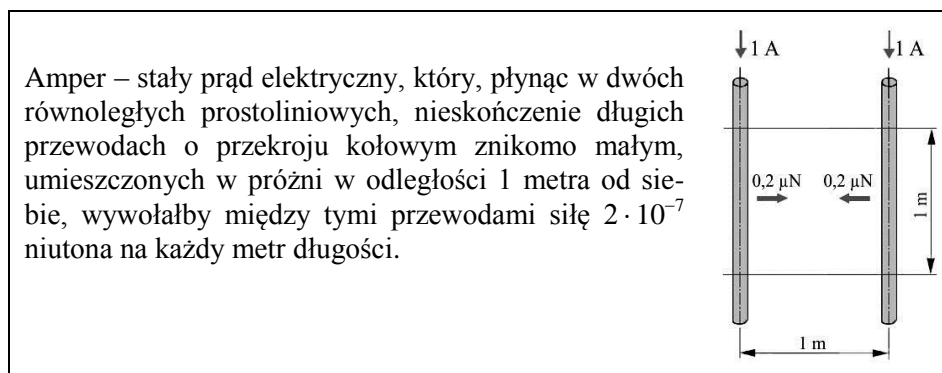
Drugie potrzebne prawo to wyrażenie na siłę, z jaką pole magnetyczne działa na prostoliniowy przewodnik o długości l , przez który płynie prąd I ,

$$F = BIl \quad (5)$$

Można teraz wyprowadzić wzór na siłę między dwoma prostoliniowymi drutami odległymi o r , występującymi w definicji ampera. Prąd płynący przez pierwszy drut wytwarza pole o indukcji danej wzorem (4). Podstawienie tego pola do wyrażenia (5) daje wzór na siłę oddziaływania drutów.

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi r} \quad (6)$$

Siła ta jest odpychająca, gdy zwroty prądów jest przeciwne, a przyciągająca, gdy są zgodne (odwrotnie niż w przypadku oddziaływania ładunków). Istnienie tej siły może być łatwo zademonstrowane. Wzór (6) jest podstawą aktualnej definicji ampera (wg źródłowego dokumentu Konwencji Metrycznej, jakim jest *SI brochure* [5]):



Jeżeli z definicji ampera weźmiemy wartość siły $2 \cdot 10^{-7}$ N oraz $r = l = 1$ m, otrzymujemy z wzoru (6) wartość i jednostkę stałej elektrycznej:

$$\mu_0 = \frac{2\pi r F}{I^2 l} = \frac{2\pi \times 1 \text{ m} \times 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}}{(1 \text{ A})^2 \times 1 \text{ m}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ A} \cdot \text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}^2 \text{ s}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} \quad (7)$$

(W wyprowadzeniu skorzystaliśmy z tożsamości $[\text{N} \cdot \text{m}] = [\text{J}] = [\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}]$).

Miejmy nadzieję, że czytelnik zauważył analogię do dodania kilograma siły jako jeszcze jednej, wygodnej jednostki podstawowej. Układ jednostek mechanicznych staje się wtedy niespójny i wymaga wprowadzenia do równań mechaniki dodatkowej stałej g_0 , posiadającej zarówno wartość, jak i wymiar. Cel wprowadzenia stałej μ_0 do równań elektromagnetyzmu jest taki sam – uzyskanie wygodnej co do wartości jednostki prądu oraz powiązanych z amperem innych jednostek elektrycznych, przede wszystkim wolta i oma.

Co stanie się, jeżeli stała μ_0 zostanie usunięta? Zjawiska fizyczne będą przebiegać tak samo, ale z równania (6) wynika, że trzeba będzie się posługiwać jednostką prądu – oznaczmy ją doraźnie A^* – o wartości:

$$1 \text{ A}^* = \frac{1 \text{ A}}{\sqrt{4\pi \cdot 10^{-7}}} \cong 892 \text{ A} \quad (8)$$

Co gorsza, w tym samym stosunku zostanie zmniejszona jednostka napięcia, gdyż wartość wata będącego iloczynem ampera i wolta musi pozostać niezmienną. Napięcie typowej baterii równe 1,5 V, stanie się równe 0,00168 V^* , co jest raczej niepraktyczne. Właściwy dobór wielkości jednostek elektrycznych

w układzie SI powoduje, że nie ma dla nich współcześnie żadnych jednostek alternatywnych.

Wróćmy jeszcze do oficjalnej definicji ampera. Jego niekonsekwencja polega też na tym, że mówi o „nieskończonych” przewodach o „znikomo małym” przekroju. Dlaczego nie „bardzo długie przewody” o „nieskończenie małym przekroju”? W świetle przedstawionej wyżej analizy można zaproponować definicję:

Amper jest jednostką natężenia prądu, jaka wynika z przyjęcia w równaniach elektromagnetyzmu wartości stałej magnetycznej $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}}$, zgodną z mechanicznymi jednostkami układu metr–kilogram–sekunda.

Taka definicja implikuje, że do doświadczalnego wyznaczenia ampera można użyć eksperymentów wykorzystujących różne zjawiska elektromagnetyczne (rozd. 4).

3. Wycieczka w przeszłość, czyli jak doszło do obowiązującej definicji ampera

Koncepcję spójnego układu jednostek mechanicznych i elektrycznych przedstawił Gauss w roku 1832. Jego powszechnie przyjętą realizacją był „magnetyczny” układ centymetr-gram-sekunda (CGSM). Co ciekawe, układ ten został opracowany przez wielkich uczonych brytyjskich, Jamesa C. Maxwella i Williama Thomsona¹, i wypromowany w latach 70. XIX wieku przez *British Association for the Advancement of Science* (BAAS). W układzie CGSM jednostka natężenia prądu była równa 10 A, zaś jednostka napięcia 10^{-8} V. Zauważmy, że iloczyn tych jednostek i sekundy jest równy ergowi, czyli jednostce pracy i energii w układzie CGS ($1 \text{ erg} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 10^{-7} \text{ J}$).

Układ CGS został przyjęty przez fizyków, ale nie uzyskał akceptacji przedstawicieli nauk technicznych. Mechanicy na kontynencie europejskim używali m.in. kilograma siły, kilogramometra (jednostka pracy), konia mechanicznego i atmosfery technicznej, zaś w krajach anglosaskich skodyfikowano zbiór miar anglosaskich. (Obok znanych jednostek długości i masy zawiera liczne jednostki pochodne, jak np. jednostka ciśnienia 1 psi = 1 funt siły na cal kwadratowy). Inżynierowie dynamicznie rozwijającej się wtedy elektrotechniki też poszuki-

¹ William Thomson (1824–1907) był pierwszym uczonym brytyjskim, który otrzymał w roku 1892 tytuł lordowski. Odtąd znany jako Lord Kelvin. Obok licznych odkryć w dziedzinie fizyki był również aktywny jako inżynier (budowa pierwszego kabla transatlantyckiego) wszechstronny jako naukowiec. Nazwa jednostki temperatury bezwzględnej – kelwin – upamiętnia odkrycia Thomsona w dziedzinie termodynamiki.

wali wygodniejszych jednostek. Na pierwszej Międzynarodowej Konferencji Elektryków (IEC) w 1881 roku przegłosowano wprowadzenie obecnego ampera i wolta przez arbitralne zmniejszenie jednostki prądu CGSM o czynnik 10 i powiększenie jednostki napięcia CGSM o czynnik 100 000 000.

Stosowanie różnych zbiorów jednostek w różnych dziedzinach nauki i jej zastosowań było na dłuższą metę niewygodne. Sposób wyjścia z patowej sytuacji zaproponował w roku 1901 włoski inżynier Giovanni Giorgi. Zauważył on, że można zdefiniować kwazispójny układ jednostek mechanicznych i elektrycznych przez:

- (i) przyjęcie metra, sekundy i kilograma jako podstawy spójnego układu jednostek mechanicznych. Jest to możliwe, gdyż wynikająca z niego jednostka mocy $1 \text{ W} = 1 \text{ kg m}^2/\text{s}^3$ jest, szczęśliwym zbiegiem okoliczności, równa iloczynowi ampera i wolta.
- (ii) wprowadzenie dodatkowej stałej μ_0 do równań elektromagnetyzmu o tak dobranej wartości, by jednostka natężenia prądu (amper) pozostała niezmienną.

Układ MKSA (metr-kilogram-sekunda-amper) został najpierw przyjęty przez IEC (w 1935 r.), później (w 1946 r.) przez organa Konwencji Metrycznej. Układ SI powstał przez dodanie do układu MKSA kolejnych jednostek podstawowych – kelwina, kandeli i mola.

4. Eksperymentalna realizacja ampera

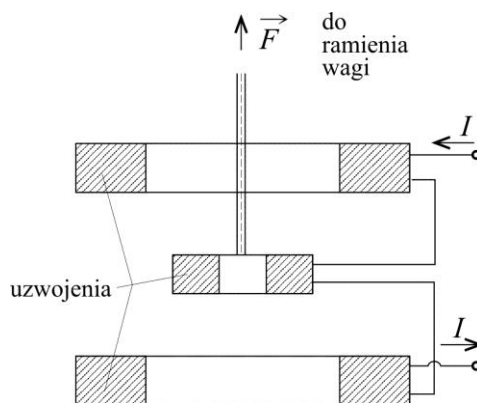
Wykonanie dokładnych pomiarów dla równoległych przewodów jest praktycznie niemożliwe. Niemniej, definicja ampera sugeruje drogę postępowania: trzeba te długie przewody zwinąć w dwie cewki i zmierzyć siłę ich wzajemnego oddziaływania przy wykorzystaniu odpowiednio przystosowanej wagi. W ten sposób dochodzimy do koncepcji *wagi prądowej* – przyrządu wynalezionej również przez W. Thomsona.

Rysunek 2 przedstawia najczęściej stosowaną wagę prądową Rayleigha². Zamiast jednej, mamy dwie identyczne cewki nieruchome oraz, umieszczoną w środku, mniejszą ruchomą cewkę zawieszoną na jednym z ramion dokładnej wagi. Zwróćmy uwagę na kierunek prądu płynącego przez uzwojenia: cewka ruchoma jest jednocześnie przyciągana przez cewkę górną oraz odpychana (z taką samą siłą) przez cewkę dolną. Symetria układu wagi zapewnia, że siła jest słabo zależna od błędu wynikającego z małego przemieszczenia cewki środkowej. W analogii do wzoru (6) wypadkową siłę można zapisać jako

$$F = \text{const} \cdot I^2 \quad (9)$$

² Lord Rayleigh (1842–1919) – właściwie John William Strutt. Właściciel 7000 akrów włości i jednocześnie wybitny i wszechstronny fizyk, laureat Nagrody Nobla w 1904 roku za odkrycie argonu.

Współczynnik *const* obliczany jest teoretycznie ze ścisłych praw elektromagnetyzmu, dlatego waga taka zapewnia pomiar absolutny. Niepewność wyznaczenia tej stałej, wynikająca głównie z niedoskonałej znajomości geometrii uzwojeń, wnosi największy przyczynek do niepewności realizacji jednostki prądu.



Rys. 2. Zasada wagi prądowej Rayleigha

Na podstawie pomiarów wykonanych przy użyciu wagi prądowej, jak i szeregu pomiarów pośrednich (związanych z wyznaczeniem wartości wolta i oma), powstała inna, łatwiejsza do realizacji definicja jednostki prądu³:

Międzynarodowy amper – natężenie prądu elektrycznego, który w procesie elektrolizy roztworu azotanu srebra powoduje wydzielenie masy 1,118 miligramy srebra na sekundę.

Został nazwany „amperem międzynarodowym” by odróżnić go od „ampera absolutnego” (omawianego w rozdz. 2). Wiele osób z mojego pokolenia tej właśnie definicji ampera uczyło się w szkole. Opisany sposób realizacji ampera był praktyczny w czasach, gdy najdokładniejszym przyrządem w laboratorium naukowym była waga analityczna.

Powrót do ampera absolutnego nastąpił w wyniku eksperymentów wykonanych w latach 30. w Narodowym Biurze Wzorców USA⁴ oraz innych laboratoriach metrologicznych. Ich analiza [6] doprowadziła do ustalenia, że „amper międzynarodowy” jest mniejszy od prawdziwego ampera o 0,015%, czyli

³ Definicja przedstawiona w 1892 r. na posiedzeniu BAAS w Edynburgu, następnie zatwierdzona na czwartym kongresie IEC w Chicago w roku 1893.

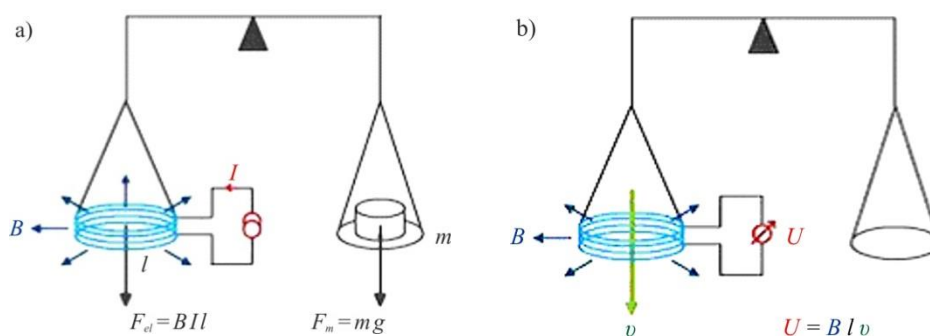
⁴ National Bureau of Standards (NBS) to dawna nazwa głównej instytucji metrologicznej USA; od 1988 roku National Institute of Standards and Technology (NIST).

$150 \cdot 10^{-6}$. Stało się to podstawą decyzji organów Konwencji Metrycznej o przyjęciu w roku 1948 definicji obecnie obowiązującej.

W latach 50. XX wieku dokładność pomiaru z użyciem wagi Rayleigha udało się podnieść do $6 \cdot 10^{-6}$. Ponadto wykonano pomiar za pomocą tzw. wagi Pelletta, w przypadku której mamy jedną nieruchomą cewkę cylindryczną i umieszczoną w środku małą cewkę ruchomą o osi prostopadłej do osi cewki nieruchomej. Zamiast siły mierzy się moment siły wytwarzany przez cewkę ruchomą. Dokładność jest tego samego rzędu ($8 \cdot 10^{-6}$), ale ważne jest to, że do wyznaczenia ampera można było użyć dwóch różnych przyrządów. I to był kres możliwości wagi prądowej.

Można zapytać, jaka jest współcześnie najdokładniejsza metoda wyznaczenia ampera i innych jednostek elektrycznych w ramach fizyki klasycznej? Okazuje się, że najwyższą dokładność daje wykorzystanie dwóch aparatów. Pierwszą jest tzw. *obliczalny kondensator*. Jego konstrukcja i działanie opiera się na względnie nowym twierdzeniu elektrostatyki (udowodnionym w roku 1956 przez Thompsona i Lamparda), dzięki któremu pomiar zmian pojemności tego kondensatora można sprowadzić do pomiaru przesunięcia jednej z jego elektrod. Dzięki temu można wyznaczyć jednostki pojemności i oporności elektrycznej z bardzo małą niepewnością około $0,02 \cdot 10^{-6}$.

Drugim instrumentem jest waga Watta, której zasadę zaproponował w 1975 roku B.P. Kibble z brytyjskiego National Physical Laboratory. Zasadę działania ilustruje rys. 3. Ruchoma cewka z uzwojeniem o długości l znajduje się w stałym radialnym polu magnetycznym B (podobną konfigurację pola i cewki mamy w głośnikach).



Rys. 3. Schemat dwóch eksperymentów wykonywanych przy użyciu wagi Watta:
 a) eksperyment statyczny, b) eksperyment dynamiczny (według *Wiki pictures*)

Wykonywane są dwa eksperymenty. Eksperyment statyczny (a) jest podobny jak w przypadku wagi prądowej. Przez nieruchomą cewkę płynie prąd I . Powstająca siła elektrodynamiczna (5) jest równoważona przez odważnik o masie m , co wyraża równanie

$$B l l = mg \quad (10)$$

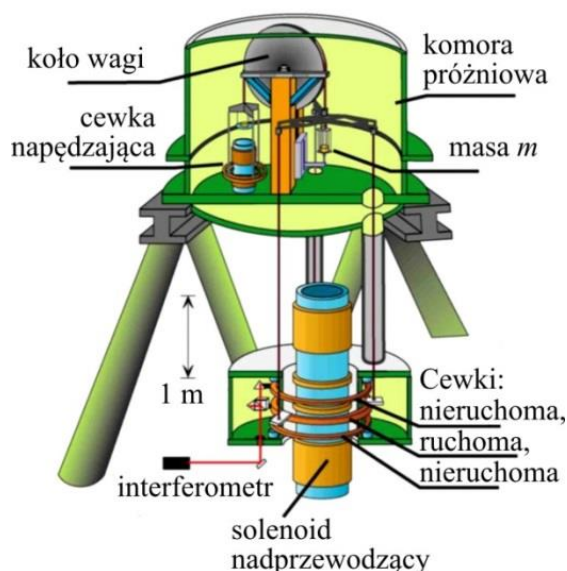
Eksperyment dynamiczny (b) polega na tym, że ta sama cewka porusza się w tym samym polu magnetycznym ze znaną prędkością v , przy czym prąd przez cewkę nie płynie. Zgodnie z prawem indukcji Faradaya indukowane napięcie U można zapisać jako

$$U = B l v \quad (11)$$

Można teraz wyznaczyć iloczyn $B l$ z jednego z ww. równań i podstawić do drugiego. Otrzymuje się podstawowe równanie wagi Watta

$$U I = m g v \quad (12)$$

Lewa strona równania to wyrażenie na moc elektryczną, prawa – moc mechaniczną. Obydwie wyrażane są w watach – stąd nazwa przyrządu. Źródłem wysokiej dokładności wagi Watta jest to, że wynik (12) jest niezależny od l i B , co można uogólnić na niezależność tego równania zarówno od geometrii cewki, oraz wartości i rozkładu pola magnetycznego. Iloczyn prądu i napięcia jest wyznaczony, zgodnie z równaniem (12) na podstawie pomiarów masy, prędkości i przyspieszenia ziemskiego. Wystarczająco dokładny pomiar dwóch ostatnich wielkości (v i g) jest możliwy przy wykorzystaniu zautomatyzowanych interferometrów.



Rys. 4. Schemat aktualnej wagi Watta w NIST. Górna część urządzenia i ruchome cewki znajdują się w komorze próżniowej, nadprzewodzący solenoid – w kriostacie helowym. Skala „1 m” daje pojęcie o rozmiarach urządzenia

Pierwsze wagi Watta, pracujące w powietrzu i z klasycznym solenoidem jako źródłem pola zapewniały dokładność rzędu $1 \cdot 10^{-6}$. Wykorzystanie solenoidu nadprzewodzącego i umieszczenie całego układu w próżni (rys. 4) umożliwiło uzyskanie dokładności poniżej $0,1 \cdot 10^{-6}$, czyli zmniejszenie niepewności pomiaru o niemal dwa rzędy wielkości w porównaniu do wagi prądowej [7].

4. Podsumowanie

Celem artykułu było przedstawienie definicji ampera i sposobów jego technicznej realizacji w ramach praw fizyki klasycznej. Dalszy wzrost dokładności pomiarów wielkości elektrycznych stał się możliwy przy wykorzystaniu makroskopowych zjawisk kwantowych – efektu Josephsona i kwantowego efektu Halla. Wykorzystanie tych zjawisk dało impuls do propozycji „kwantowego układu SI”, czyli zdefiniowaniu makroskopowych jednostek, w tym ampera, w oparciu o uznane za stałe wartości podstawowych stałych fizycznych. Waga Watta pełni kluczową rolę w tym przedsięwzięciu – ma zastąpić użycie dotychczasowego wzorca kilograma. Ale to temat osobnego artykułu, zaplanowanego w następnym numerze *Fotonu*.

Literatura

- [1] Zięba A. (2008), *O świecy zwanej kandelą*, *Foton* 102 (jesień 2008), 34–38.
- [2] Konkluzją artykułu [1] było, że kandela, lumen i luks są jednostkami wielkości pozafizycznych, zatem organa Konwencji Metrycznej nie powinny się nimi zajmować i powinny zostać z układu SI usunięte. Pragnę poinformować, że pierwszy z dezyderatów został zrealizowany. Na mocy porozumienia z 2007 r. Międzynarodowe Biuro Miar (BIPM) uznało odpowiedzialność Międzynarodowej Komisji Oświetlenia (CIE) za definicje jednostek oświetlenia i dalsze prace nad ich rozwojem. Patrz [5], Appendix 2.
- [3] Ginter J. (1996), *Fizyka 7. Podręcznik dla klasy siódmej szkoły podstawowej*. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, 1996.
- [4] Zob. rozdz. 1 podręcznika: A. Zięba, *Analiza danych w naukach ścisłych i technice*, PWN, 2013.
- [5] *SI brochure* to skrótowa nazwa (przydatna do wyszukiwarki) dla dokumentu: Bureau International des Poids et Mesures (2006). *The International System of Units (SI)*. 8th edition.
- [6] H.R. Curtis (1944), Review of recent absolute determinations of the ohm and the ampere. *J. Res. Natl. Bur. Stand.* **33**, 235–254.
- [7] Steiner R.L., Williams E.R., Liu R. i Newell D.B. (2007). Uncertainty improvements of the NIST electronic kilogram. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* **56**, 592–596.