KĄCIK ZADAŃ

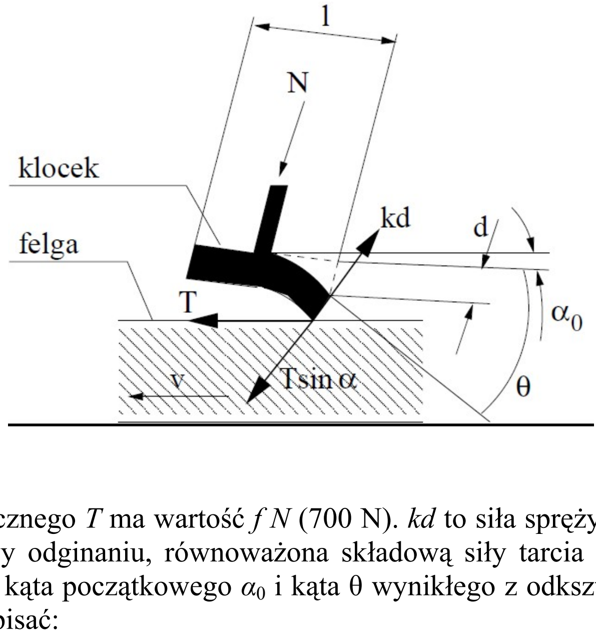
Zadania z tarciem

Przemysław Borys
Boris Korsunsky

1. Hamulce rowerowe (*Przemysław Borys*)

Pytanie: z jaką częstotliwością buczą źle ustawione hamulce rowerowe? Zadanie jest próbą ilustracji ruchu w tarciu przerywanym. Jakościowy przebieg zjawiska można zaobserwować doświadczalnie: dotyczy hamulców, które mają ostry kąt natarcia na felgę. Bliższy feldze fragment klocka łapiąc z nią kontakt ugina się, odpychając pozostałą część klocka od felgi. Uginanie trwa tak długo, aż zerwana zostanie siła tarcia statycznego w kontakcie. Klocek ześlizguje się i odgina do pozycji pierwotnej. Równocześnie, ponieważ był oddalony od felgi, po osiągnięciu kształtu pierwotnego, opada z hukiem na felgę (ważne założenie o rozdzieleniu skal czasowych zjawisk). Cykl się powtarza generując dźwięk.

Dane: v = 10 km/h, l = 4 cm, N = 1000 N = const (ręka kierowcy naciska klamkę ze stałą siłą), f = 0,7 (współczynnik tarcia statycznego klocka o felgę), początkowy kąt nachylenia klocka (nacierającego kontaktu względem jego osi ugięcia) – 20°. Sprężystość klocka oszacowana następująco: palcami, naciskając klocek siłą rzędu 200 N, można ugiąć klocek o 1 mm. Stąd k = 200 kN/m.



Rozwiązanie:

Siła tarcia statycznego T ma wartość $f\,N$ (700 N). kd to siła sprężystości klocka generowana przy odginaniu, równoważona składową siły tarcia $kd = T \sin\alpha$. Kąt α jest sumą kąta początkowego α_0 i kąta θ wynikłego z odkształcenia klocka. Możemy napisać:

$$kd = T\sin\alpha \approx T\left(\frac{2d}{l} + \alpha_0\right) \tag{1}$$

gdzie dla małych wychyleń klocka zachodzi relacja $\theta \approx \frac{d}{l/2}$. Z tego,

$$d = \frac{T\alpha_0}{k - \frac{2T}{l}} = 1{,}48 \text{ mm} \tag{2}$$

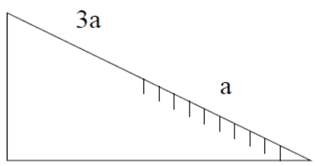
Całkowity kąt to $\alpha = \frac{2d}{l} + \alpha_0 = 24{,}2°$. Przy tym ugięciu klocka, felga pokonuje odległość $s = \frac{l}{2}(\cos\alpha_0 - \cos\alpha) = 0{,}557 \text{ mm}$, co odpowiada częstotliwości $f = v/s = 5$ kHz. Co ciekawe, z modelu wynika, że jeśli zwiększymy prędkość to wzrośnie częstotliwość dźwięku, dochodząc przy 30 km/h do granicy słyszalności.

2. Równia pochyła z tarciem (*Boris Korsunsky*)

*TPT, **47**, Sept. 2009, p. 392; „Physics Challenge for Teachers and Students"; Weston High School, Weston, MA 02493; „Half and Rough", korsunbo@post.harvard.edu*

Mały klocek ześlizguje się po równi pochyłej, której powierzchnia w górnej połowie jest gładka, zaś dolna jest chropowata. Przyspieszenie klocka na górnej połowie jest trzy razy większe od przyspieszenia na dolnej. Czas ześlizgu klocka z równi wynosi t_1.

Następnie równię odwrócono tak, że górna połowa jest chropowata, a dolna gładka. Ponownie spuszczono z równi klocek, którego czas ześlizgu tym razem wynosił t_2. Kąt nachylenia równi do podłoża zachowano ten sam. Należy znaleźć stosunek t_1/t_2.



Rozwiązanie (*Redakcja*)**:**

Oznaczamy przez s długość równi. Dla ruchu w pierwszej połówce toru prędkość początkowa wynosi zero, przyspieszenie oznaczmy $3a$, zatem korzystamy ze wzoru $\frac{s}{2} = 3a \cdot \frac{t^2}{2}$. Stąd wyliczamy czas ześlizgu na pierwszej połowie toru w pierwszym przypadku $t_{11} = \sqrt{\frac{s}{3a}}$

oraz osiągniętą prędkość $v_{11} = 3at_{11} = \sqrt{3sa}$.

W drugim przypadku odwróconej równi mamy $t_{21}=\sqrt{\frac{s}{a}}$ i $v_{21}=at_{21}=\sqrt{sa}$.

Rozpatrujemy teraz ruch na dolnej połowie równi. W pierwszym przypadku mamy (przyspieszenie a)

$$\frac{1}{2}s=\sqrt{3sa}\cdot t+\frac{at^2}{2}.$$

Rozwiązanie tego równania kwadratowego:

$$t_{12}=-\sqrt{3\frac{s}{a}}+2\sqrt{\frac{s}{a}}.$$

Dla odwróconej równi $\frac{1}{2}s=\sqrt{sa}\cdot t+\frac{3a}{2}t^2$. Dodatnie rozwiązanie tego równania $t_{22}=\sqrt{\frac{s}{a}}$.

Całkowity czas ześlizgu w pierwszym przypadku t_1 = t_{11} + t_{12}, zaś w drugim przypadku t_2 = t_{21} + t_{22}. Po podstawieniu mamy

$$\frac{t_1}{t_2}=\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{3}+2}{1+\frac{1}{3}}=0{,}63.$$

Zachęcamy Czytelników *Fotonu* do stałego odwiedzania rubryki w *TPT*.