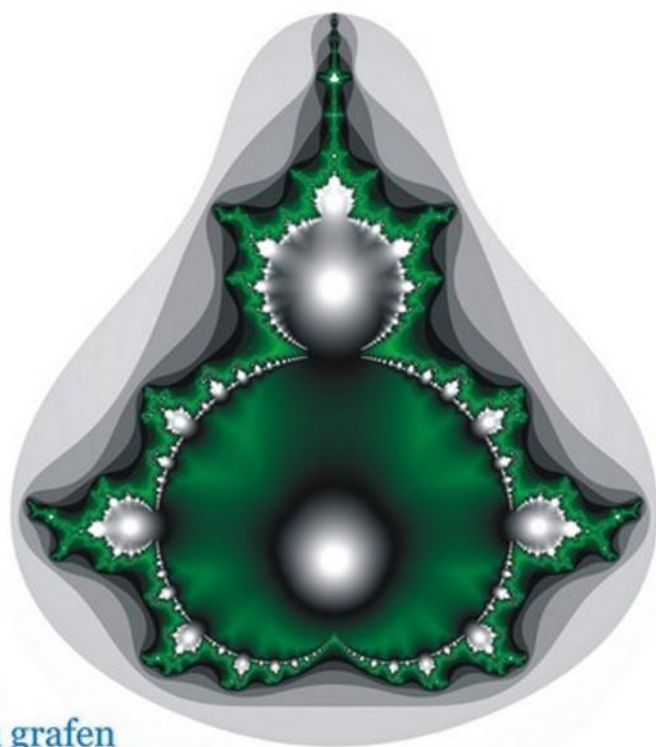


Foton

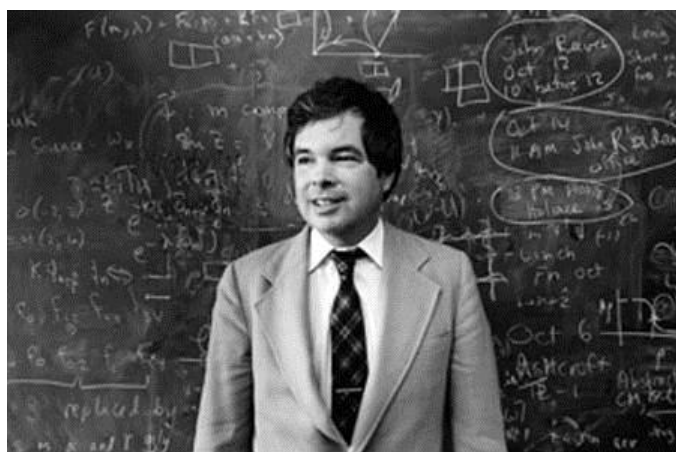
111
Zima
2010

Pismo dla nauczycieli i studentów fizyki oraz uczniów

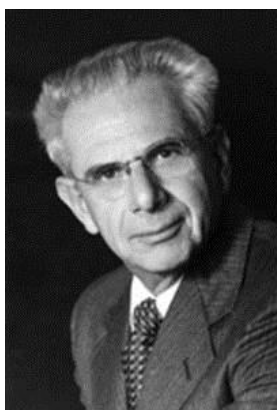
INSTYTUT FIZYKI \otimes UNIwersYTET JAGIELLOŃSKI
SEKCJA NAUCZYCIELSKA POLSKIEGO TOWARZYSTWA FIZYCZNEGO



Fraktale
Nobel za grafen
Życie we Wszechświecie
Epidemie a obieg banknotów



Profesor Kenneth G. Wilson – laureat Nagrody Nobla z fizyki teoretycznej, przyznanej w 1982 roku, zaangażowany w rewolucję nauczania fizyki



Profesor Arnold B. Arons, mistrz Kennetha Wilsona w jego młodszych latach, światowy autorytet w nauczania fizyki, autor słynnego podręcznika *Teaching Introductory Physics*

Fotografie pochodzą z archiwum Emilio Segre American Institute of Physics.



O edukacji w XXI wieku – Wilson w Krakowie

W listopadzie przebywał w Krakowie profesor Kenneth G. Wilson, laureat Nagrody Nobla z 1982 roku. Przybył on do nas bynajmniej nie w celu prowadzenia dysput naukowych, lecz aby dyskutować nad przyszłością edukacji. W jego przekonaniu współczesna edukacja wymaga zmian, bo nie można dalej trzymać się jedynie, choćby najsluszniejszych, zaleceń pioniera pedagogiki i dydaktyki Jana Komeńskiego. Upłynęły już prawie cztery setki lat, od czasu, gdy Komeński formułował swe myśli, według których zbudowano następnie cały system edukacyjny Europy. Wilsonowi marzy się edukacja przez duże E, maksymalnie zindywidualizowana, wydobywająca z uczniów ich najlepszy potencjał. Wilson podkreśla negatywną rolę stosowanych obecnie testów i przeciwstawia ją roli samooceny uczniów i jej wpływu na proces uczenia się. Uczestnicy spotkania chcieli się dowiedzieć od Wilsona, jak widzi on realizację swoich pięknych wizji. Profesor Wilson z kolei był rad od nas usłyszeć, jaki jest nasz, polski pogląd na ten temat. Dyskutanci wskazywali rozmaite akcje i inicjatywy podejmowane w Polsce (jak np. FENIKS), lecz nie było recept na rutynowe, szkolne nauczanie. Wizyta Wilsona zgromadziła na dyskusjach wielu wybitnych uczonych, w tym fizyków, niezabierających zazwyczaj głosu w sprawach nauczania.

W tym zeszycie polecamy artykuł A. Rycerza, z którego dowiedzie się Państwo, co to jest tajemnicza substancja grafen i czym sobie zasłużyła na Nagrodę Nobla z fizyki. Czytelnikom, którzy zainteresowali się poruszonym w poprzednim zeszycie tematem fizyki i epidemiologii polecamy artykuł „Epidemie a obieg banknotów” P. Karpa i B. Dybca. „Poszukiwanie życia we Wszechświecie” to stosowny artykuł na Święta Bożego Narodzenia. Proponujemy także artykuły dydaktyczne: o wielkich i małych liczbach w przyrodzie oraz o zastosowaniu w fizyce liczb zespolonych. Nie pierwszy raz otwieramy też łamy dla debiutantów – studentów, którzy są autorami artykułu o fraktalach.

*Wszystkim Naszym Czytelnikom Redakcja Fotonu życzy
szczęśliwego i owocnego Nowego Roku 2011*



Z.G-M



Contents

About Education in 21 century – Wilson’s visit in Cracow <i>Zofia Gołąb-Meyer</i>	1
Epidemics and spread of banknotes <i>Paweł Karp, Bartłomiej Dybiec</i>	4
Random Matrices and lattice models – Scientific research in Cracow <i>Ewa Gudowska-Nowak</i>	12
Nobel Prize in Physics 2010 – graphen <i>Adam Rycerz</i>	13
Fractals <i>Marcin Figiel, Tomasz Sabala</i>	18
From the Universe to microworld: numbers in nature <i>Krzysztof Fiałkowski</i>	26
Searching for life in the Universe <i>Joanna Jałocha-Bratek</i>	39
Electric Circuits and Complex Numbers <i>Jerzy Karczmarszuk</i>	46
Revolution in Physics Education – ideas of Kenneth G. Wilson <i>Zofia Gołąb-Meyer</i>	51
Problems. Noises from the cave (18) <i>Adam Smólski</i>	55
Contest: First Step to Nobel Prize in Physics <i>Henryk Szymczak</i>	56
Chronicle. 90 th Anniversary of Polish Physical Society <i>Wiesław Kamiński</i>	57
Chronicle. Scientists Night in 1 st Lyceum in Tarnów <i>Marek Lipiński</i>	58
Chronicle. Autumn of School Didactics of Physics, Borowice 2010 <i>Stanisław Jakubowicz</i>	60
New Interschool Contest in Physics 2011 <i>Helena Nazarenko-Fogt</i>	62
Found in the Internet.....	63



Spis treści

O edukacji w XXI wieku – Wilson w Krakowie <i>Zofia Gołąb-Meyer</i>	1
Epidemie a obieg banknotów <i>Paweł Karp, Bartłomiej Dybiec</i>	4
Modele sieciowe – badania naukowe w Krakowie <i>Ewa Gudowska-Nowak</i>	12
Nobel 2010 z fizyki – grafen <i>Adam Rycerz</i>	13
Fraktale <i>Marcin Figiel, Tomasz Sabala</i>	18
Od Kosmosu do mikroświata: liczby w przyrodzie <i>Krzysztof Fiałkowski</i>	26
Poszukiwanie życia we Wszechświecie <i>Joanna Jałocha-Bratek</i>	39
Obwody elektryczne i liczby zespolone <i>Jerzy Karczmarczuk</i>	46
Revolucja w nauczaniu według noblisty Kennetha G. Wilsona <i>Zofia Gołąb-Meyer</i>	51
Odgłosy z jaskini (18). Brzuchem do góry <i>Adam Smólski</i>	55
Komunikat. First Step to Nobel Prize in Physics. Pierwszy krok ku Nagrodzie Nobla z Fizyki <i>Henryk Szymczak</i>	56
Kronika. 90 lat PTF – uroczysta sesja <i>Wiesław Kamiński</i>	57
Kronika. Małopolska Noc Naukowców w I LO w Tarnowie <i>Marek Lipiński</i>	58
Kronika. Jesienna Szkoła Borowice 2010 <i>Stanisław Jakubowicz</i>	60
Otwarty Międzyszkolny Konkurs Fizyczny 2011 <i>Helena Nazarenko-Fogt</i>	62
Wyszukane w Internecie	63



Epidemie a obieg banknotów

Paweł Karp, Bartłomiej Dybiec

Instytut Fizyki UJ

Zdrowie publiczne stanowi przedmiot dużego zainteresowania opinii społecznej. Media z uwagą śledzą przypadki pojawiających się chorób, jak też informacje o potencjalnych i realnych zagrożeniach. W ostatnich latach społeczeństwo elektryzowały doniesienia o zagrożeniu epidemiami „ptasiej grypy”, SARS czy „choroby szalonych krów”. Choroby zakaźne, zwłaszcza te o wysokich współczynnikach śmiertelności, budzą w ludziach lęk, motywując jednocześnie do poszukiwania metod powstrzymania ich występowania. Aby móc skutecznie walczyć z chorobami zakaźnymi, trzeba dobrze poznać je same oraz mechanizmy ich rozprzestrzeniania; dlatego konieczna jest współpraca interdyscyplinarna. Modele matematyczne są bardzo ważnym elementem tej kooperacji, możliwe jest dzięki nim analizowanie i przewidywanie przebiegu epidemii chorób zakaźnych.

Opracowanie takiego modelu nie jest zagadnieniem prostym – potrzebna jest pewna wiedza o badanej chorobie, ponieważ tworzona symulacja musi być jak najbliższa rzeczywistości. Musimy zatem wiedzieć np., czy osobniki zarażone chorobą, którą badamy, nabywają po jej przebyciu odporność trwałą (świnka) czy tylko krótkotrwałą (grypa). Kolejnym ważnym elementem jest długość stadium bezobjawowego choroby, które występuje tuż po zarażeniu, ale jeszcze przed wystąpieniem pierwszych objawów. W przypadku pewnych chorób ten okres może być tak krótki, że można go pominąć, w innych przypadkach jego długość może mieć kluczowe znaczenie dla budowanego modelu. Istotna jest również odpowiedź na pytanie, czy osobniki w stadium bezobjawowym mogą zarażać zdrowe osobniki, czy też nie. Uwzględniając powyższe rozważania, możemy podzielić całą populację na cztery podstawowe kategorie osobników:

- podatnych (ang. *susceptible*) – czyli osobników, którzy są zdrowi, mogą zostać zarażeni i przejść do grupy zarażonych utajonych lub chorych (w zależności od badanego modelu);
- zarażonych utajonych (ang. *exposed*) – ta kategoria nie występuje we wszystkich modelach, osobniki w tej grupie znajdują się w stadium utajonym choroby i po pewnym czasie przejdą do grupy chorych (zainfekowanych);
- zainfekowanych zwanych także chorymi (ang. *infected*) – osobniki w tej grupie mogą zarażać podatnych sąsiadów, a następnie, w zależności od typu modelu, wracają do stanu podatnych lub przechodzą do stanu ozdrowiałych;

- ozdrowiałych (ang. *recovered*) – osobniki w tej grupie wyzdrowiały i nabyły trwałą odporność, powrót do grupy podatnych jest niemożliwy.

Badany model nie musi zawierać grup zarażonych utajonych lub ozdrowiałych. Załóżmy, że wielkość populacji jest stała i nie zmienia się w czasie (nie zawsze jest to prawdą). Przyjmijmy również, że populacja jest idealnie przemieszana – tzn. kontakt dowolnych dwóch osobników jest zawsze możliwy i jednakowo prawdopodobny (to założenie również jest zazwyczaj dalekie od rzeczywistości). Wybór konkretnych grup odsyła do popularnych, klasycznych modeli epidemiologicznych (nazwa każdego z nich jest akronimem powstałym od pierwszych liter angielskich nazw możliwych stanów, w jakich mogą znajdować się osobniki):

- *SIS* – w tym modelu występują tylko dwa rodzaje osobników: podatne i chore (zainfekowane). Osobniki chore zdrowieją i po pewnym czasie wracają do grupy podatnych. Z drugiej strony pewna część podatnych osobników będąca w kontakcie z chorymi osobnikami ulega zarażeniu. Przejścia między grupami opisuje schemat:

$$S \rightarrow I \rightarrow S.$$

W zależności od tempa zdrowienia i szybkości rozprzestrzeniania się choroby możliwe są trzy przypadki: liczba chorych osobników będzie zmierzać do zera lub dojdzie do ustabilizowania się liczby chorych na stałym poziomie, w końcu mogą także pojawić się rozwiązania periodyczne. Model *SIS* jest właściwy np. dla zwykłego przeziębienia.

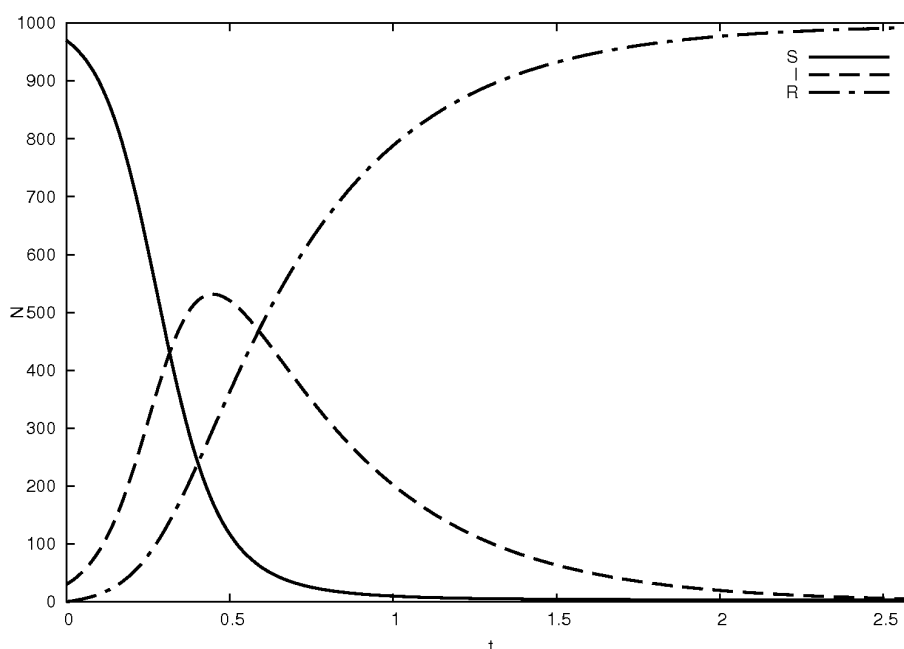
- *SIR* – model ten zakłada, że osobniki zainfekowane po przebytej chorobie zdrowieją i nabywają trwałą odporność. Ponieważ nie jest możliwy ich powrót do grupy podatnych, stan końcowy układu jest mieszaniną osobników zdrowych i ozdrowiałych. Schemat przejść w tym modelu ma postać:

$$S \rightarrow I \rightarrow R.$$

W rozpatrywanym modelu możliwe są dwa scenariusze: jeśli początkowa ilość chorych osobników jest *mała*, dochodzi do wybuchu epidemii – liczba zarażonych wzrasta, osiąga wartość maksymalną a następnie maleje do zera (patrz rys. 1). W drugim przypadku początkowa liczba zainfekowanych osobników jest *duża* i grupa chorych zmniejsza się z czasem do zera, nie powodując wybuchu epidemii (liczba zarażonych osobników maleje a nie rośnie). W przypadku modelu *SIR* liczebność osobników w poszczególnych stanach opisuje układ równań różniczkowych:

$$\begin{aligned} dS/dt &= -C \beta S/N I, \\ dI/dt &= C \beta S/N I - g I, \\ dR/dt &= g I, \end{aligned}$$

gdzie β i g są parametrami określającymi szybkość zarażenia i zdrowienia, N oznacza rozmiar populacji, a C jest parametrem określającym średnią liczbę kontaktów każdego z osobników. Równania te opisują szybkość zmian liczebności poszczególnych stanów. Osobniki podatne (S) zostają zarażone na skutek kontaktu z osobnikami chorymi (I), dlatego liczba osobników zdrowych maleje, zaś liczba osobników chorych rośnie. Jednocześnie w związku z procesem zdrowienia liczba osobników chorych maleje. W końcu chore osobniki, które wyzdrowiały, zasilają grupę osobników ozdrowiałych (R).



Rys. 1. Przykładowy przebieg epidemii dla modelu *SIR* z parametrami $C\beta/N = 0,014$ i $g = 2,4$

Czytelników zainteresowanych dalszymi własnościami modelu *SIR* odsyłamy do poprzedniego numeru *Fotonu*, gdzie Adam Kleczkowski w artykule „Fizyk i wirusy, czyli co wspólnego mają ze sobą fizyka i epidemiologia” zaprezentował i dokładnie przebadał opisywany model. W szczególności, na rysunku nr 2, został zaprezentowany typowy przebieg epidemii dla modelu *SIR*, który jest bardzo podobny do rysunku nr 1 zamieszczonego powyżej. Model *SIR* będący jednym z podstawowych modeli epidemiologicznych zakłada, że czas pomiędzy zainfekowaniem osobnika a wystąpieniem u niego objawów choroby jest zanedbywalnie krótki. W niektórych sytuacjach może się jednak okazać, że długość stadium bezobjawowego choroby jest znacząca i nie może zostać pominięta

- konieczne staje się wtedy rozszerzenie modelu o dodatkową grupę osobników tak, jak to ma miejsce w kolejnym omawianym przykładzie.
- *SEIR* – jest to rozszerzenie modelu *SIR* o grupę zarażonych utajonych. Osobniki w stanie podatnym po kontakcie z osobnikiem chorym (zainfekowanym) zostają zarażone, ale nie mogą jeszcze zarażać innych. Dopiero po przejściu do stanu chorych mogą zarażać innych podatnych osobników. Przejścia w tym modelu opisuje schemat:

$$S \rightarrow E \rightarrow I \rightarrow R.$$

Powyższa lista modeli epidemiologicznych nie wyczerpuje oczywiście wszystkich możliwości. Przedstawione przykłady należy uznać za punkt wyjścia do dalszych badań. W szczególności zaproponowano szereg rozszerzeń wymienionych powyżej modeli. Przykładową modyfikacją może być np. uwzględnienie dynamiki urodzin i zgonów – w danym przedziale czasu liczebność w grupie osobników podatnych powiększa się o pewną liczbę, jednocześnie liczebność pozostałych grup zmniejsza się. Taka modyfikacja może zmienić zachowanie jakościowe badanego układu. Innym rozszerzeniem modeli epidemiologicznych jest zwiększenie liczby możliwych stanów, w jakich mogą znajdować się osobniki, np. o zaszczepionych (ang. *vaccinated*). Badanie wpływu szczepienia na ewolucję układu w czasie może prowadzić do wyników, które będą później wykorzystywane podczas przygotowywania kampanii szczepień masowych lub prewencyjnych (patrz wspomniany artykuł Adama Kleczkowskiego).

Modele opisywane w poprzedniej części są zazwyczaj badane za pomocą analitycznych metod matematycznych. Niestety, w większości przypadków nie można podać ogólnego przepisu na liczbę osobników w poszczególnych stanach w dowolnej chwili czasu. Problemатyczne jest też założenie o idealnym przemieszaniu populacji (kontakt między każdą parą osobników jest możliwy i jednakowo prawdopodobny).

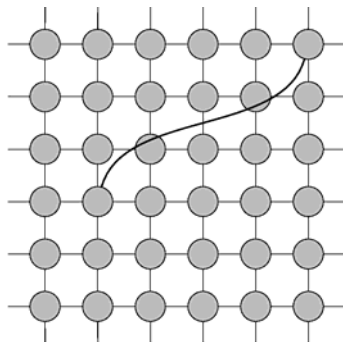
Inną możliwością badania modeli epidemiologicznych są symulacje komputerowe. Jednym z często używanych narzędzi są automaty komórkowe lub modelowania agentowe (ang. *agent based modeling*). Klasycznym przykładem zastosowania automatów komórkowych jest popularna „gra w życie” stworzona przez Johna Conwaya. Automat komórkowy tworzy określona liczba identycznych obiektów (komórek) rozmieszczonych na regularnej siatce np. prostokątnej o rozmiarze $n \times m$. Komórki tworzące automat mogą przebywać w jednym z możliwych stanów dyskretnych. W najprostszym przypadku każda komórka odpowiada jednemu osobnikowi – stan automatu jest wtedy odzwierciedleniem stanu, w jakim znajduje się dany osobnik. W każdym kroku wyznaczany jest następny stan automatu na podstawie reguł specyficznych dla danego modelu: na podstawie stanu w chwili t_n wyznaczany jest stan następny t_{n+1} . Stan początkowy (w chwili t_0) musi być znany – można próbować określić go na podstawie

obserwacji układów, które chcemy badać, lub można go wyznaczyć poprzez losowanie. Jedną z zalet stosowania automatów komórkowych jest możliwość definiowania w prosty sposób dowolnej struktury oddziaływań między osobnikami, która zwykle nie jest typu „każdy z każdym”, jak w przypadku rozważanych wcześniej metod analitycznych.

Zazwyczaj każdy automat oddziałuje ze swoim najbliższym sąsiedztwem – otoczeniem. W szczególności, mogą być to cztery najbliższe osobniki (otoczenie von Neumanna) lub osiem (otoczenie Moore’a), patrz rysunek 2. Inną realizacją struktury oddziaływań może być topologia „małego świata” – zakłada ona, że ścieżka między dowolnie wybraną parą osobników jest krótka (wynosi średnio około 6 osobników). Odpowiada to rzeczywistej strukturze połączeń, jaką można zaobserwować w sieciach społecznych. Topologię prostokątnej siatki możemy przybliżyć do topologii „małego świata” przez wprowadzenie dodatkowych połączeń między losowo wybranymi osobnikami, które bezpośrednio (geograficznie) nie sąsiadują ze sobą. Dodatkowe połączenia powodują zmniejszenie nie tylko odległości między połączonymi osobnikami, ale też ich sąsiadami, sąsiadami sąsiadów itd. Innymi słowy, dzięki dodatkowym połączeniom najkrótsze ścieżki łączące dowolnie wybrane osobniki stają się wyraźnie krótsze niż w przypadku braku dodatkowych skrótów (linków). Siatka z dodatkowym połączeniem została przedstawiona na rysunku 3. Zaletą stosowania takiego podejścia jest duża elastyczność umożliwiająca budowanie w prosty sposób złożonej struktury oddziaływań między osobnikami, która lepiej przybliży realne sytuacje niż sztuczne założenie idealnego przemieszania osobników.

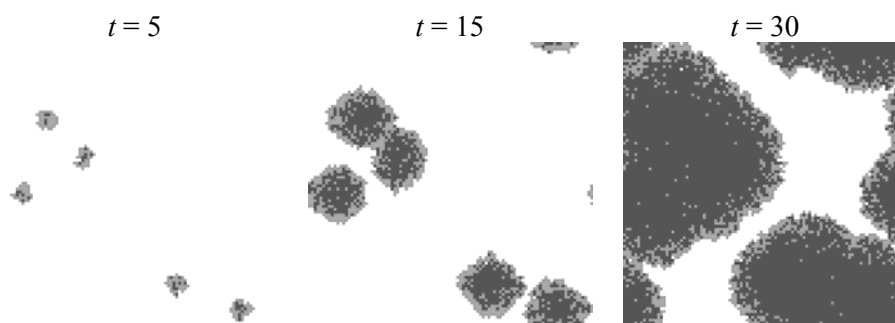


Rys. 2. Sąsiedztwo von Neumanna (lewa strona) oraz Moore’a (prawa strona). Jasnoszarym kolorem oznaczone są osobniki należące do sąsiedztwa centralnego osobnika (ciemnoszary kolor)



Rys. 3. Automat komórkowy z sąsiedztwem von Neumanna z pojedynczym dodatkowym połączeniem, które zmniejsza odległości (długości najkrótszych ścieżek) między osobnikami

Ważną cechą symulacji opartych o automaty komórkowe jest ich elastyczność, łatwość implementacji i rozszerzalność oraz natychmiastowa informacja o stanie osobników – wiadomo nie tylko, ile łącznie osobników jest w konkretnej grupie, ale też jaki jest stan poszczególnych osobników. Rysunek 4 pokazuje przykładowy stan modelu *SIR* w trzech różnych chwilach czasu dla osobników umieszczonych na siatce kwadratowej z otoczeniem von Neumana.



Rys. 4. Przykładowy przebieg epidemii dla modelu *SIR* dla osobników rozmieszczonych na siatce kwadratowej 100×100 z otoczeniem von Neumana. Kolorem białym oznaczone są osobniki podatne, jasnoszarym osobniki chore, natomiast osobniki wyzdrowiałe oznaczone są kolorem ciemnoszarym. Na początku symulacji (w chwili $t = 0$) chorych było 5 osobników

W badaniu modeli epidemiologicznych poza określeniem dopuszczalnych stanów osobników ważne jest określenie, jak wygląda struktura oddziaływań między osobnikami, czyli jakimi drogami może być przenoszona choroba. Znajomość dokładnej topologii układu jest kluczowa dla uzyskania modelu jak najbardziej zbliżonego do rzeczywistości. Głównym czynnikiem odpowiedzialnym za przenoszenie choroby są osobniki, dlatego ich zachowania, oddziaływania oraz sposób przemieszczania determinują przebieg epidemii.

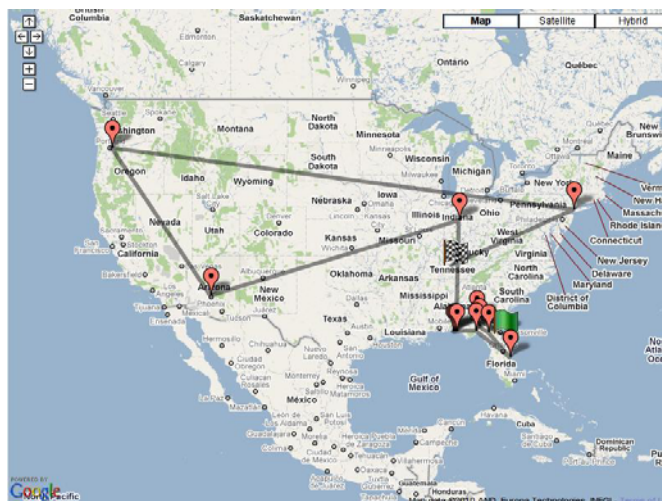
Zwyczajnie ludzi, sposoby ich migracji można badać za pomocą metod bezpośrednich oraz pośrednich. Jednymi z metod bezpośrednich są metody ankietowe. Na przykład w Wielkiej Brytanii przeprowadza się anonimowe badanie określone jako NATSAL (National Survey of Sexual Attitudes and Lifestyle), którego celem jest między innymi badanie zachowań odpowiedzialnych za rozprzestrzenianie się chorób przenoszonych drogą płciową. Z kolei IATA prowadzi dokładne statystyki dotyczące transportu lotniczego.

Na duże odległości ludzie przemieszczają się samolotami i to właśnie transport lotniczy jest odpowiedzialny za szybkie rozprzestrzenianie się choroby (np. *SARS*) na duże dystanse. Statystyki dotyczące ruchu lotniczego nie dostarczają jednak wyczerpujących informacji na temat sposobu przemieszczania się ludzi, ponieważ nie odzwierciedlają innych metod transportu oraz trajektorii poszczególnych osobników. Interesujące są inne metody pozwalające określić, w jaki sposób przemieszczamy się i podróżujemy. Rozwój techniki (GPS, karty płatni-

cze, telefony komórkowe, portale społecznościowe) może służyć do lokalizacji osób, a co za tym idzie – do badania sposobów przemieszczania się. Nie wszystkie dane pozwalające nawet na przybliżoną lokalizację ludzi są jednak dostępne. Spowodowane jest to względami prawnymi, ochroną danych osobowych a najczęściej tajemnicą handlową. Dlatego badacze skupiają się na poszukiwaniu ogólnodostępnych i możliwych do wykorzystania baz danych umożliwiających geolokalizację.

Strona internetowa <http://whereisgeorge.com> jest bazą danych prowadzoną przez hobbystów służącą do śledzenia położenia banknotów jednodolarowych, a pośrednio – ludzi. Dzięki zawartym w niej informacjom można prześledzić trajektorie tych banknotów, a przez to sposoby przemieszczania się ludzi. Informacje zawarte w bazie danych pozwalają nie tylko na badanie przestrzennych własności trajektorii, ale także ich własności czasowych. Grupa badawcza Dirka Brockanna stwierdziła na podstawie analizy danych z bazy Where's George, że sposób przemieszczania się ludzi może zostać opisany za pomocą błędzenia przypadkowego z czasem ciągłym. Błędzenia przypadkowe z czasem ciągłym scharakteryzowane są dwoma rozkładami prawdopodobieństwa: rozkładem długości skoków i rozkładem czasów oczekiwania na kolejny skok. W analizowanym przypadku obie gęstości prawdopodobieństwa są tak zwanymi rozkładami o ciężkich ogonach, dla których prawdopodobieństwo wystąpienia długiego skoku lub długiego czasu oczekiwania jest znacząco większe niż dla rozkładu normalnego (Gaussa). Dlatego z dużym prawdopodobieństwem pojawiają się zdarzenia ekstremalne: bardzo długie skoki i bardzo długie czasy oczekiwania na kolejny skok. Obserwacja ta jest zgodna z naszą intuicją: przez większą część czasu przemieszczamy się na małe odległości, by od czasu do czasu pojechać gdzieś daleko. Trajektorie opisujące przemieszczanie się ludzi posiadają pewne cechy, które są typowe także dla innych organizmów żywych: szakali, albatrosów, danieli, małp (czepiaków). Zwierzęta te, poszukując pokarmu, wykonują bardzo dużo krótkich skoków przerywanych długimi lotami.

Dane zawarte w bazie Where's George dostarczają wielu cennych informacji. Niemniej jednak marzeniem fizyków jest dostęp do dokładniejszych danych, które pozwoliłyby na bardziej szczegółowe analizy. Istnieje szereg metod pozwalających na uzyskanie bardziej precyzyjnych informacji. Jako przykładową można wymienić telefonię komórkową. Telefon komórkowy pozwala na precyzyjną i ciągłą lokalizację osoby go używającej. Niestety, a może na szczęście, dostęp do tego typu informacji jest niemożliwy lub bardzo silnie ograniczony. Z jednej strony precyzyjne dane geolokalizacyjne pozwoliłyby na wyciągnięcie ciekawych i ważnych informacji na temat sposobów przemieszczania się ludzi. Z drugiej strony ich niewłaściwe wykorzystanie stanowi poważne zagrożenie prywatności – nie bez powodu Francois Bacon powiedział *Knowledge is power*.



Rys. 5. Przykładowa trajektoria banknotu jednodolarowego pochodząca z bazy Where's George (<http://wheresgeorge.com>). Wizualizacja Google Maps (<http://maps.google.com>)

Badanie modeli epidemiologicznych umożliwia zrozumienie roli i znaczenia różnych czynników odpowiedzialnych za rozprzestrzenianie się chorób. Rozwój metod komputerowych pozwala na uwzględnianie coraz większej liczby elementów istotnych dla przebiegu choroby i przez to – na tworzenie coraz dokładniejszych modeli. Należy oczywiście pamiętać, że modele epidemiologiczne posiadają szereg ograniczeń i dlatego są tylko lepszymi lub gorszymi przybliżeniami realnych sytuacji. Pomimo wszystkich swoich ograniczeń pozwalają one jednak na wyciągnięcie szeregu ogólnych lub szczegółowych wniosków przydatnych w projektowaniu optymalnych strategii powstrzymywania epidemii. Z kolei informacje pozwalające na geolokalizację są szczególnie ważne dla wyznaczenia sposobu przenoszenia chorób na duże odległości.

Literatura

- [1] H.W. Hethcote, *SIAMREVIEW* **42** 599 (2000).
- [2] B. Dybiec, A. Kleczkowski, C.A Gilligan, *Acta Phys. Pol. B* **36** 1509 (2005).
- [3] A. Kleczkowski, *Foton* **110**, 4 (2010).
- [4] <http://mathworld.wolfram.com/Life.html>
- [5] S. Wolfram, *A New Kind of Science*, Wolfram Media (Champaign, IL) 2002.
- [6] http://en.wikipedia.org/wiki/Six_degrees_of_separation
- [7] D. Brockmann <http://rocs.northwestern.edu>
- [8] <http://pl.wikipedia.org/wiki/Dżuma>
- [9] <http://www.natcen.ac.uk/study/national-survey-of-sexual-attitudes-natsal>
- [10] M.C. González, C.A. Hidalgo, A.-L. Barabási, *Nature* **453**, 779 (2008).
- [11] <http://www.wheresgeorge.com/>
- [12] J.D. Murray, *Wprowadzenie do biomatematyki*, PWN (Warszawa) 2006.
- [13] D. Brockmann, L. Hufnagel, T. Geisel, *Nature* **43** 462 (2006).
- [14] A.M. Reynolds, C.J. Rhodes, *Ecology* **90** 877 (2009).



Modele sieciowe – badania naukowe w Krakowie

Ewa Gudowska-Nowak

Instytut Fizyki UJ

Modele sieciowe są dzisiaj podstawowym narzędziem opisu ewolucji i dynamiki układów złożonych. Powszechnie stosowane są w celu:

- zrozumienia funkcjonowania mózgu, rozprzestrzeniania się informacji w Internecie,
- analizy oddziaływań molekularnych w organizmach żywych, przebiegu infekcji zakaźnych,
- formowania się nowych pojęć znaczeniowych w językach, czy badaniu odporności systemu replikacji genów na spontaniczne mutacje.

Architektura i dynamika sieci losowych są z powodzeniem badane z użyciem zaawansowanych metod fizyki teoretycznej takich jak teoria grup, teoria procesów stochastycznych i teoria macierzy losowych. Niemal lawinowy postęp w tej dziedzinie jest wynikiem popularności stosowania metod symulacji komputerowych w naukach przyrodniczych i ścisłych, ale także w socjologii, psychologii, ekonomii i medycynie.

Złożoność i porządek w złożoności, występujące w sieciach **zjawiska krytyczne** oraz **samoorganizacja** są przedmiotem stałego zainteresowania badaczy, **kluczem do zrozumienia zarówno ewolucji galaktyk, jak i charakteru oddziaływań międzyludzkich** (patrz więcej: S.N. Dorogovtsev, J.F.F. Mendes, *Evolution of networks: from biological nets to the Internet and WWW*, Oxford University Press, 2003).

Instytut Fizyki UJ oraz uniwersyteckie Centrum Badania Układów Złożonych im. M. Kaca mają w badaniach sieciowych kilkunastoletnią już tradycję. Prowadzone tu projekty badawcze dotyczące zastosowania teorii grafów przypadkowych i teorii macierzy losowych zarówno w fizyce statystycznej, jak i w zagadnieniach interdyscyplinarnych, np. w ekologii i ekonofizyce. Centrum współpracuje w tej dziedzinie z wieloma ośrodkami zagranicznymi, między innymi z Laboratorium Fizyki Teoretycznej w Orsay przy XI Uniwersytecie Paryskim, Instytutem Nielsa Bohra w Kopenhadze, grupą fizyki teoretycznej w Uniwersytecie Stanowym w Stony Brook (USA), katedrą metod numerycznych i matematyki Uniwersytetu w Stirling. Prezentowany powyżej artykuł P. Karpa i B. Dybca odnosi się do wyników takiej współpracy z grupą kierowaną przez dr. Adama Kleczkowskiego (<http://www.cs.stir.ac.uk/~ak/>).

Od dwóch lat „zagadnienia sieciowe” reprezentowane są też w badaniach prowadzonych przez doktorantów międzynarodowych studiów MPD wspomaganym grantem Fundacji na Rzecz Nauki Polskiej (<http://www.mpd.if.uj.edu.pl/>). Stosowane są w teoriopoloym opisie układów z dynamiczną geometrią, czyli w grawitacji kwantowej, ale też w epidemiologii i w biologii systemowej.



Nobel 2010 z fizyki – grafen

Adam Rycerz
Instytut Fizyki UJ

Tegoroczna Nagroda Nobla z fizyki została przyznana za odkrycie zupełnie nieoczekiwane. Komitet Noblowski uhonorował Andre Geima i Konstantina Novoselova, którzy na przełomie 2004 i 2005 roku pokazali, że z pospolitego grafitu można zaskakująco łatwo wypreparować jednoatomowej grubości warstwę, czyli grafen [1]. Ta nowa dwuwymiarowa odmiana krystaliczna węgla nazywana jest często *czudownym materiałem* i jest rozważana jako następcą krzemu, czyli materiał bazowy przyszłej elektroniki. Seria odkryć dotyczących niezwyklej własności grafenu, które opiszę krótko poniżej, nie byłaby możliwa bez znacznie starszych badań teoretycznych nad zachowaniem dwuwymiarowego gazu bezmasowych cząstek Diraca, który stanowi model elektronów w grafenie. Pokazuje to po raz kolejny, że rozwiązania problemów fizyki teoretycznej, pozornie odległych od rzeczywistości, mogą wywrzeć istotny wpływ na życie codzienne.



Andre Geim i Konstantin Novoselov w laboratorium na Uniwersytecie w Manchesterze

W tekstach popularnonaukowych dotyczących fizyki często można znaleźć stwierdzenie: „Wszystkie własności materii mają źródło w prawach mechaniki kwantowej”. Rzadko zdajemy sobie jednak sprawę, że prawdziwa siła liczącej prawie sto lat teorii kwantów nie tkwi jedynie w zdolności wyjaśniania obserwowanych zjawisk przyrody i własności istniejących materiałów. Tkwi ona w mocy przewidywania, dzięki której nowe zjawiska i materiały powstają najpierw w dojrzałej formie w głowach (i komputerach) uczonych, a następnie są odtwarzane w laboratorium. Teoria kwantów jest zatem – żeby użyć obrazowego porównania – dla świata materii nieożywionej tym, czym w przyszłości być może stanie się inżynieria genetyczna dla świata organizmów żywych.

Ogromnemu postępowi, jaki dokonał się w ostatnim ćwierćwieczu w dziedzinie wytwarzania układów mikroelektronicznych, towarzyszyły równie istotne zmiany w światowym systemie obiegu informacji naukowej, takie jak powstanie internetowych baz preprintów czy czasopism typu *open access*. Te dwa czynniki łącznie sprawiły, że droga od równań matematycznych do budowy układu elektronicznego opartego na nowym materiale o niespotykanych wcześniej własnościach znacznie się skróciła. W dalszej części artykułu przedstawię pokrótce historię odkrycia grafenu, nieco miejsca poświęcając także przykładom innych fascynujących materiałów, które – po uprzednich badaniach teoretycznych – zadomowiły się w ostatnich latach w wielu laboratoriach, mają spore szanse trafić „pod strzechy”, a być może również zyskać uznanie Komitetu Noblowskiego w niedalekiej przyszłości.

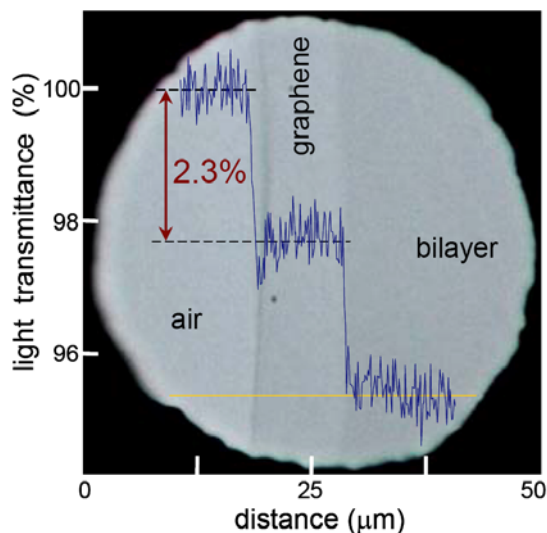
W 1928 roku Paul Dirac podał równanie opisujące ruch elektronu z uwzględnieniem postulatów zarówno mechaniki kwantowej jak i szczególnej teorii względności Einsteina. Równanie Diraca stało się podstawą *relatywistycznej teorii kwantów* i pozwoliło zrozumieć wiele zjawisk, których teoria nierelatywistyczna nie tłumaczyła. Z drugiej strony, teoria Diraca prowadziła do szeregu sprzecznych ze zdrowym rozsądkiem – jak się wtedy wydawało – efektów, jak istnienie antymaterii (pozytonu, odkrytego w 1932 roku przez Carla D. Andersona) czy paradoks Kleina (polegający na tym, że strumień elektronów padający na barierę potencjału o nieskończonej wysokości jest przez nią całkowicie przepuszczany). Przez następne dziesięciolecia, wielu matematyków i fizyków matematycznych badało rozwiązania równania Diraca w różnych sytuacjach. Sporym zainteresowaniem cieszyła się wersja równania opisująca elektrony w świecie dwuwymiarowym, dla której możliwe było otrzymanie szeregu rozwiązań ścisłych. Takie badania wydawały się szczególnie odległe od rzeczywistości: nasz świat jest przecież, jak każdy wie, trójwymiarowy!

Trójwymiarowe były też obie znane do połowy lat 80. XX wieku formy krystaliczne węgla: grafit i diament. Pierwsza z nich, znacznie częściej występująca w przyrodzie, zbudowana jest z cienkich warstw (o grubości zaledwie jednego atomu), z których każda ma strukturę przypominającą plaster miodu. Warstwy są stosunkowo słabo związane ze sobą, dzięki czemu można je łatwo przesuwac (co wykorzystujemy pisząc ołówkiem). W 1984 roku Gordon W. Semenoff pokazał, że elektrony w pojedynczej warstwie grafitowej (nazwanej później *grafenem*) opisuje równanie Diraca w jego najprostszej wersji: dla cząstek bezmasowych w świecie dwuwymiarowym. Możliwość izolacji warstwy grafitowej wydawała się jednak wówczas mało realna. Wkrótce nastąpił przełom w naszej wiedzy na temat odmian węgla: obok grafitu i diamentu pojawiły się **fullereny** (1985) i **nanorurki** (1990). Dlaczego na odkrycie grafenu trzeba było czekać kolejne piętnaście lat? Zapewne przyczyną było przekonanie, że taki ściśle dwuwymiarowy obiekt nie może istnieć w naszym świecie: żaden znany mate-

riał nie tworzył warstw jednoatomowej grubości, które pozostawałyby stabilne po oderwaniu od podłoża.

Odkrycia grafenu dokonali uczeni z Uniwersytetu w Manchesterze, Andre Geim i Konstantin Novoselov, ze współpracownikami z Rosji i Holandii. W pracy opublikowanej w *Nature* w 2005 roku [2] opisali m.in. działanie tranzystora polowego zbudowanego w całości z grafenu, w którym możliwa jest płynna zmiana koncentracji nośników elektryczności (poprzez przyłożenie zewnętrznego pola elektrycznego), a nawet zamiana elektronów na dziury. Urządzenie takie nie ma odpowiednika w elektronice opartej na krzemie. W tej samej pracy opisano pomiar tzw. *masy cyklotronowej*, czyli efektywnej masy, która charakteryzuje dynamikę cząstki w polu magnetycznym. Pomiar ten stanowi bezpośredni dowód, że w grafenie mamy do czynienia z bezmasowymi elektronami Diraca.

Wkład Geima i Novoselova w fizykę materii skondensowanej trudno przecenić. Nie polegał on tylko na odkryciu niezwykle ciekawego materiału, lecz również na – potencjalnie znacznie ważniejszej – próbie zmiany zwyczajów panujących w wielu dziedzinach nauki. Uczeni postanowili bowiem upowszechnić wszelkie szczegóły opracowanej przez siebie metody izolacji grafenu, poprzez filmy instruktażowe i szkolenia dla członków konkurencyjnych zespołów badawczych. Dzięki temu, badania grafenu niemal natychmiast podjęło kilkadziesiąt zespołów z całego świata, a eksplozja publikacji i cytowań dotyczących tego materiału nie ma precedensu. W krótkim czasie potwierdzono przewidywania teoretyczne dotyczące szeregu własności, z których najciekawsze wydają się przewodnictwo elektryczne i współczynnik absorpcji światła widzialnego: obie wielkości wyrażają się wyłącznie poprzez fundamentalne stałe przyrody, czyli ładunek elektronu e , prędkość światła w próżni c i stałą Plancka h [3]. Dużemu przewodnictwu monowarstwy $\sigma = 4e^2/\pi h = 1/(20,3 \text{ k}\Omega)$ towarzyszy bardzo mały współczynnik absorpcji światła ($\pi\alpha = 2,3\%$, gdzie $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137,036$ to stała struktury subtelnej), co czyni grafen obiecującym budulcem połączeń elektrycznych w wyświetlaczach LCD czy e-papierze. Wykonanie pomiaru absorpcji było możliwe dzięki uzyskaniu względnie dużych jednorodnych warstw grafenu, które były podtrzymywane przez brzegi otworów o średnicach do $50 \mu\text{m}$ w metalowej folii o grubości $20 \mu\text{m}$. Pomimo, że obecnie niepewność pomiarów zarówno przewodnictwa elektrycznego jak i absorpcji światła jest zbyt duża, aby mogły one posłużyć do wyznaczania stałych przyrody z dokładnością metrologiczną, warto podkreślić, że z grafenem wiążą się aż dwa nowe makroskopowe zjawiska kwantowe.



Fotografia przedstawia otwór o średnicy 50 μm , zakryty częściowo przez pojedynczą i podwójną warstwę grafenu. Nałożony wykres pokazuje pomiar natężenia światła wzdłuż jasnej linii u dołu rysunku. Reprodukacja z pracy [3].

Spośród rozważanych obecnie zastosowań grafenu na pierwszy plan wysuwają się te, które mają związek ze *spintroniką*. W odróżnieniu od klasycznej elektroniki, która operuje ładunkiem elektronu i powoli zbliża się do granic wyznaczonych przez mechanikę kwantową (słynne prawo Moora pozwala oczekiwać, że obecny rozwój wydajności układów elektronicznych zatrzyma się około roku 2025), spintronika koncentruje się na innej własności elektronu: tzw. *spinie* (czyli momencie magnetycznym). Obrót spinu wymaga użycia znacznie mniejszej energii niż przemieszczenie ładunku, dlatego teoretyczne granice rozwoju spintroniki leżą daleko poza analogicznymi granicami dla elektroniki klasycznej.

Grafen wydaje się szczególnie dogodnym materiałem do zastosowań w spintronice ze względu na wysoki stopień koherencji kwantowej: elektron, wstrzyknięty do grafenu przez zewnętrzną elektrodę (wykonaną z metalu ferromagnetycznego) zachowuje swoją tożsamość (i ustawienie spinu) przez bardzo długi czas. Co więcej, elektrony w grafenie posiadają dodatkowe liczby kwantowe (*pseudospiny*), na których można wykonywać identyczne operacje jak na spinie. Jedną z wersji takiej *pseudospintroniki*, operuje na tzw. indeksie doliny: liczbie kwantowej numerującej nierównoważne punkty w przestrzeni pędów, w których może znajdować się elektron (nazywane punktami Diraca). Szereg prac teoretycznych pokazuje, że doskonałość działania elementarnych układów może być znacznie wyższa niż analogicznych urządzeń rozważanych w standardowej spintronice. Co ciekawe, dzięki stworzeniu nowej koncepcji elektroniki kwantowej dla grafenu niedawno zauważono, że podobne operacje na wspomnianym indeksie doliny powinno dać się wykonywać w przypadku elektronu uwięzionego w nanorurce węglowej [4]. Taka możliwość wydaje się szczególnie obie-

cująca, gdyż technologia budowy układów zawierających nanorurki węglowe jest dopracowana w znacznie większym stopniu niż podobne technologie dla układów grafenowych.

Na koniec warto wspomnieć o innych potencjalnych materiałach elektroniki przyszłości, których historia bardzo przypomina opisaną powyżej. W 1971 roku Dyakonov i Perel opisali teoretycznie zjawisko nazwane później *spinowym efektem Halla* (nazwa pochodzi od fizyka amerykańskiego J.E. Hirscha.) Jeśli przez prostokątną próbkę wykonaną z odpowiedniego materiału przepuścimy prąd elektryczny, na krawędziach pojawią się przeciwnie skierowane momenty magnetyczne. W odróżnieniu od klasycznego efektu Halla, efekt spinowy zachodzi bez zewnętrznego pola magnetycznego, a jego źródłem może być np. rozpraszanie elektronów na atomach domieszek wprowadzających oddziaływanie typu spin-orbita. Spinowy efekt Halla został zaobserwowany doświadczalnie niemal równocześnie z odkryciem grafenu pod koniec 2004 roku [5]. Szybko stał się jednym z głównych efektów wykorzystywanych w układach spintronicznych.

Trudno dzisiaj jednoznacznie stwierdzić, które z opisanych materiałów i zjawisk znajdą zastosowanie w elektronice przyszłości. Być może będą to jeszcze inne, nieznane dziś układy? Jest jednak pewne, że stworzony przed blisko stu laty aparat matematyczny teorii kwantów odegra kluczową rolę w ich projektowaniu.

Literatura

- [1] B. Trauzettel, *Od grafitu do grafenu*, Postępy Fizyki, **58** zeszyt 6/2007, s. 250.
- [2] K.S. Novoselov i in., *Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene*, Nature **438** (2005), s. 197.
- [3] R.R. Nair i in., *Universal Dynamic Conductivity and Quantized Visible Opacity of Suspended Graphene*, Science **320** (2008), s. 1308.
- [4] A. Pályi, G. Burkard, *Disorder-mediated electron valley resonance in carbon nanotube quantum dots*, arXiv:1010.4338 (2010).
- [5] Y.K. Kato i in., *Observation of the Spin Hall Effect in Semiconductors*, Science **306** (2004), s. 1910.



Fraktale

*Studenci: Marcin Figiel, Tomasz Sabala
Pod opieką prof. dr. hab. Macieja A. Nowaka
Instytut Fizyki UJ*

1. Abstrakt i motywacja

Fraktale to obiekty matematyczne spotykane nie tylko w książkach, ale także w otaczającym nas świecie. Szczególnie w przyrodzie. Udzielimy odpowiedzi na pytania: *Czym są fraktale? Jakie są najważniejsze ich cechy?* Przedstawimy również fraktale za pomocą liczb zespolonych, tzw. zbiory Julii. Pokażemy, jak praktycznie tworzy się fraktale oraz w jaki sposób dzięki nim można symulować wzrost.

Celem tego artykułu było ukazanie piękna matematyki. Uświadomienie, że otaczająca nas rzeczywistość mimo pozornego nieuporządkowania ma w sobie ukrytą, niedostrzegalną na pierwszy rzut oka, harmonię.

2. Fraktale

2.1. Samopodobieństwo

Wyobraźmy sobie obiekt, którego każda nawet najmniejsza część w odpowiednim powiększeniu przypomina wyjściową całość. To tylko pozornie zadanie bardzo trudne i abstrakcyjne. Dobrym przykładem takiego obiektu jest kalafior, jeden z najbardziej samopodobnych tworów przyrody.



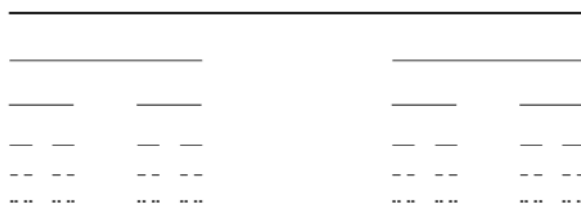
Rys. 1. Kalafior podzielony na coraz mniejsze bardzo podobne do siebie fragmenty

Oderwana gałązka kalafiora po odpowiednim powiększeniu ładująco przypomina nam cały jego kwiat. Jeśli z naszej gałązki oderwiemy kolejną, jeszcze mniejszą, to i ona w powiększeniu będzie nie tylko podobna do całego kalafiora, ale także do wcześniej urwanej gałązki. Niech drobnym wsparciem dla wyobraźni będzie fotografia (rys. 1).

Tak dzieląc kalafior przekonamy się jednak, że w końcu dojdziemy do sytuacji, gdy dalszy podział jest już niemożliwy. Bardzo małe części (np. komórki lub atomy) w żaden sposób nie będą już przypominały całego kalafiora. Dlatego właśnie kalafior nie jest w pełni samopodobny. Świetnie posłużył nam jednak jako pomoc przy zrozumieniu idei samego pojęcia. Istotą samopodobieństwa jest to, że dowolnie mały element danego obiektu (w szczególności nieskończenie mały) jest dokładnie taki sam jak całość.

Zastanówmy się teraz nad drugim, bardziej geometrycznym przykładem. Najpierw jednak wykonajmy kilka prostych kroków:

1. Narysujmy dowolny odcinek.
2. Podzielmy go na trzy równe części.
3. Dwie zewnętrzne części powielmy teraz pod wyjściowym odcinkiem.
4. Kroki 2 oraz 3 powtarzamy teraz dla każdego nowopowstałego odcinka.



Rys. 2. Sześć kolejnych kroków produkcji zbioru Cantora

Obiekt, który otrzymaliśmy, nosi nazwę **zbioru Cantora**. Również w tym przypadku doskonale widać samopodobieństwo. Gdy wybierzemy dowolnie małą część zbioru, to w powiększeniu będzie ona dokładnie taka sama jak całość. Warto zauważyć tutaj, że zbiór Cantora nie ma „końca”. Kolejne dzielone odcinki są coraz mniejsze i mniejsze, nigdy jednak „nie znikają” i cały czas można je dzielić i powielać.

2.2. Jak rozpoznać fraktale?

Prosta, nieformalna definicja fraktali, która wystarczy nam na nasz użytek brzmi: *Fraktalem nazywamy obiekt samopodobny o wymiarze ułamkowym*. Samopodobieństwo jako pojęcie jest nam już bardzo bliskie. Z ułamkowymi wymiarami zapoznamy się nieco później.

3. Długość, powierzchnia i wymiar fraktali

3.1. Problemy z wyznaczeniem długości fraktali

Na pewno w swoim życiu byliśmy zmuszeni do zmierzenia niejednej rzeczy. Miejsca w kuchni na nową lodówkę czy średnicy otworu, w który chcemy wkręcić śrubę. Co dzień rano w łazience stajemy na wagę, żeby sprawdzić sku-

teczność swojej diety oraz liczymy pieniądze w portmonetce przed zakupami. Takie pomiary znane z codzienności uznajemy za względnie dokładne i w rzeczywistości takimi są. Ale czy jesteśmy świadomi tego, że w otaczającym nas świecie istnieją rzeczy, których nie sposób dokładnie zmierzyć?

3.1.1. Długość wybrzeża Wielkiej Brytanii

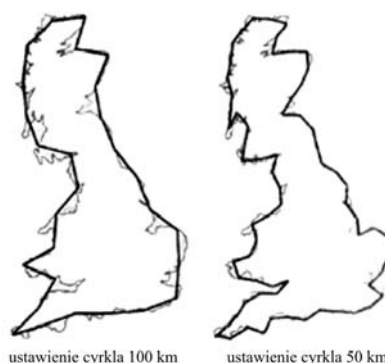
Chcąc poznać długość wybrzeża Wielkiej Brytanii najłatwiej spojrzeć do encyklopedii. *Nowa encyklopedia powszechna PWN* podaje długość przekraczającą 7500 km. Zagraniczne źródła, takie jak *Encyclopedia Americana*, czy *Collier's Encyclopedia* podają kolejno 7440 km oraz blisko 8000 km! Skąd tak duża rozbieżność wśród źródeł? Odpowiedź nie jest taka prosta.

Wybrzeża Wielkiej Brytanii nie da się łatwo opisać żadną, nawet bardzo skomplikowaną matematyczną formułą. Jej kształt obserwowany przez nas dzisiaj to wynik bardzo długich procesów geologicznych; ruchów płyt tektonicznych i erozji. Nawet najdokładniejsza mapa nie jest w stanie ukazać nam skomplikowanej struktury linii brzegowej ze wszystkimi jej zakamarkami i bujną strukturą. Na ten sam problem natknemy się także spoglądając na mocno poszarpane przez historię granice państw.

Wyobraźmy sobie, że samodzielnie chcemy sprawdzić rzetelność informacji z encyklopedii. Najprościej będzie wziąć mapę Wielkiej Brytanii (np. o skali 1:1 000 000) oraz cyrkiel rozwarty na np. 5 cm, co odpowiada w skali naszej mapy 50 km. Należy teraz dokładnie „przejsić” cyrklem wzdłuż wybrzeża zapamiętując liczbę „kroków”. Po pomnożeniu tej liczby przez długość rozwartości cyrkla otrzymamy interesujący nas wynik. Co stanie się jednak, gdy zmienimy parametry naszego narzędzia? Przykładowe wyniki zostały zamieszczone w tabelce poniżej.

Rozwartość cyrkla	Zmierzona długość
500 km	2600 km
100 km	3800 km
54 km	5770 km
17 km	8640 km

Rys. 3. Kontury Wielkiej Brytanii zmierzone cyrklem o rozwartości 100 km (lewy rys.), oraz o rozwartości 50 km (prawy rys.) w odniesieniu do skali mapy 1:1 000 000



ustawienie cyrkla 100 km

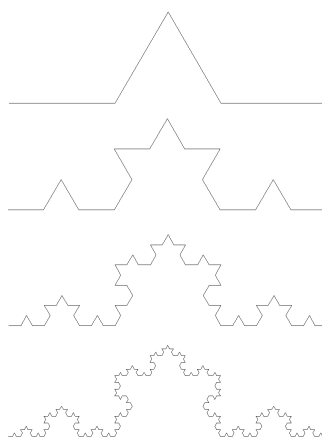
ustawienie cyrkla 50 km

Wynik, jaki otrzymaliśmy, może być zaskakujący. Wybrzeże pełne jest zatok i wystających cypli o różnej wielkości, dużych i małych. Przy dużej rozwar-tości cyrkla wiele z nich zostaje pominiętych. Jeśli zwiększymy dokładność pomiaru, mierząc tym samym więcej zatok, to nadal znajdują się jeszcze mniej-sze, wciąż pomijane.

Taki sam problem napotkamy próbując mierzyć długość fraktali.

3.1.2. Krzywa i wyspa Kocha

Konstrukcja krzywej Kocha jest bardzo zbliżona do zbioru Cantora. Również składa się z kilku prostych kroków powtarzanych w nieskończoność. Wystarczy znowu podzielić dowolny odcinek na trzy równe części, a następnie utworzyć trójkąt równoramienny, którego podstawą jest środkowa część odcinka. W ten sposób otrzymujemy cztery nowe odcinki (ramiona trójkąta oraz dwie pozostałe części pierwotnego odcinka), dla których ponownie przeprowadzamy tę samą operację. Łącząc trzy odpowiednio obrócone kopie krzywej Kocha otrzymamy **wyspę Kocha** często nazywaną też płatkami śniegu.



Rys. 4. Pierwsze cztery kroki przy tworzeniu krzywej Kocha

Spróbujmy teraz zmierzyć długość krzywej Kocha. Napotkamy podobny problem jak z zatokami na wybrzeżu Wielkiej Brytanii. Pamiętamy, że przybliżając obraz krzywej Kocha cały czas widzimy równie skomplikowaną strukturę. Nie sposób dobrać skalę tak, aby nie pominąć żadnego „zakamarka” tej krzywej.

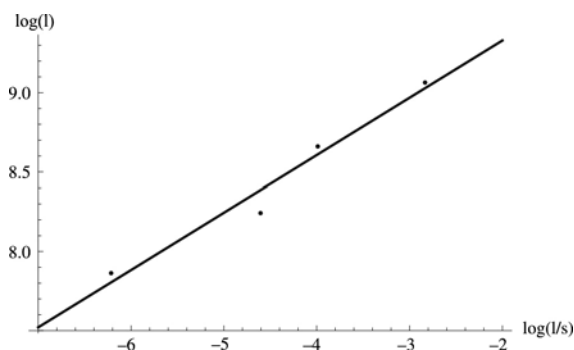
3.2. Wymiar fraktali

Jak już zdążyliśmy zauważyć, fraktale to bardzo skomplikowane obiekty, mimo prostoty swojej konstrukcji. Mimo tego, że np. krzywą Kocha z łatwością mo-

żemy umieścić na kartce papieru, to nie jest to zwykły obiekt jednowymiarowy. Nasuwa się więc ciekawe pytanie: „Jakiego wymiaru są fraktale?”

3.2.1. Wymiar cyrkłowy

Mając w pamięci nasze trudy w wyznaczeniu długości linii brzegowej Wielkiej Brytanii naniesiemy zmierzone przez nas wielkości na wykres. Oś X w naszym przypadku będzie przedstawiać logarytm z precyzji naszego pomiaru (czyli z odwrotności rozwartości cyrkła s), a oś Y logarytm zmierzonej linii brzegowej l . Dane prezentują się następująco:



Rys. 5. Wykres przedstawiający liniową zależność logarytmu mierzonej długości od logarytmu precyzji, czyli odwrotności rozwartości cyrkła

Do wyników została dopasowana prosta metodą regresji liniowej. Jej równanie to: $y = 0,3619x + 10,0538$. Interesuje nas współczynnik kierunkowy tej prostej: $d = 0,3619$. Wymiar cyrkłowy wyraża się wzorem $D = 1 + d$, czyli dla przypadku wybrzeża Wielkiej Brytanii jej wymiar cyrkłowy jest równy: $D \cong 1,36$.

4. Zbiory Julii

Gaston Maurice Julia (1893–1978) to francuski matematyk, profesor École Polytechnique. W swojej najbardziej znanej pracy *Mémoire sur l'itération des fonctions rationnelles* (traktat o iteracji funkcji wymiernych) opisał własności grupy fraktali nazwanych później od jego nazwiska zbiorami Julii.

4.1. Baseny atrakcji

Zagrajmy w pewną grę. Reguły są bardzo proste. Stawiamy nasz pionek na dowolnym miejscu na planszy. Na każdym kwadracie napisany jest adres pola, na które należy się udać po jego odwiedzeniu. Np. gdy staniemy na polu G8 to następne pole, na które się udamy, to C10. Droga naszego pionka może wyglądać następująco:

- Droga pionka wreszcie się kończy na polu, na którym widniejący adres wskazuje to samo pole, mówimy wtedy o punkcie stałym.
- Droga pionka nigdy się nie skończy, np. wtedy, gdy po długiej wędrówce trafi on na pole, które zostało już przez niego odwiedzone.

L	K2	K3	K3	K4	K4	I5	I6	I7	I8	I8	I9
K	K3	K3	X	K3	I3	H4	H5	G7	H8	H9	H9
I	I3	I3	K4	K3	I2	G3	F5	F7	F8	G9	G10
H	H3	I4	K5	L3	K1	D2	B5	D7	F9	F9	G10
G	G4	H5	K7	K6	L2	A2	C7	C10	E10	F10	F10
F	F4	F6	F9	F10	F11	F11	F11	F11	F11	X	F10
E	E4	D5	B7	B6	A2	L2	I7	I10	G10	F10	F10
D	D3	C4	B5	A3	B1	H2	K5	H7	F9	F9	E10
C	C3	C3	B4	B3	C2	E3	F5	F7	F8	E9	E10
B	B3	B3	X	B3	C3	D4	D5	E7	D8	D9	D9
A	B2	B3	B3	B4	B4	C5	C6	C7	C8	C8	C9
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Rys. 7. Plansza z grą

2	1	1	2	2	5	6	4	4	4	4
1	1	●	1	3	3	3	5	6	4	4
3	3	2	1	4	5	3	3	3	3	2
5	2	4	2	2	3	4	5	3	3	2
5	3	4	4	2	2	4	4	2	1	1
2	3	3	1	2	2	2	2	2	●	1
5	3	4	4	2	2	4	4	2	1	1
5	2	4	2	2	3	4	5	3	3	2
3	3	2	1	4	5	3	3	3	3	2
1	1	●	1	3	3	3	5	6	4	4
2	1	1	2	2	5	6	4	4	4	4

Rys. 8. Plansza z zaznaczonymi punktami stałymi (duże kropki) oraz basenami atrakcji w odcieniach szarości. Liczby widniejące na poszczególnych kwadracikach to liczby ruchów niezbędnych do dotarcia do punktu stałego

Po chwili zauważymy, że nasza gra posiada trzy punkty stałe (na rysunku zaznaczone kropkami). Obszary łączące punkty, których ścieżka zmierza do tego samego punktu stałego, nazywamy basenami atrakcji. Są one zaznaczone kolorami: białym, szarym i czarnym.

4.2. Iteracja $z \rightarrow z^2 + c$

Teraz, gdy jesteśmy już przygotowani, aby zająć się właściwym tematem tego paragrafu przyjrzyjmy iteracji $z \rightarrow z^2 + c$. Przyjmując $c = 0$ otrzymamy:

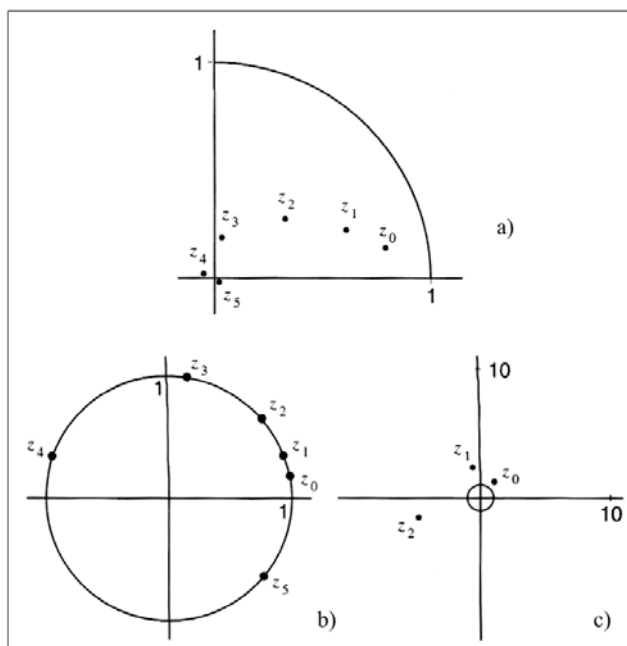
$$z \rightarrow z^2$$

Przypominając sobie wzory de Moivre'a zauważymy, że podniesienie liczby zespolonej do kwadratu to nic innego, jak podniesienie jej modułu do kwadratu oraz podwojenie argumentu:

$$z^2 = (re^{i\phi})^2 = r^2 e^{2i\phi}$$

Zachowanie niektórych punktów na płaszczyźnie zespolonej przedstawia tabela oraz rysunek.

	moduł	argument	moduł	argument	moduł	argument
z	0,8	10°	1,0	10°	1,5	50°
z^2	0,64	20°	1,0	20°	2,25	100°
z^4	0,4096	40°	1,0	40°	5,06	200°
z^8	0,1678	80°	1,0	80°	25,63	40°
z^{16}	0,0281	160°	1,0	160°	656,90	80°
z^{32}	0,0008	320°	1,0	320°	431439,89	160°



Rys. 9. Kolejne iteracje (z_0, z_1, \dots) dla liczby zespolonej o module: a) < 1 , b) $= 1$, c) > 1

Widać, że liczby zespolone o module mniejszym od 1 zbiegają do punktu stałego, którym jest zero. Liczby o module równym 1 niezależnie od kroku iteracji cały czas znajdują się na okręgu o promieniu 1, a liczby o module większym od 1 wraz ze wzrostem kroku iteracji zbiegają do nieskończoności.

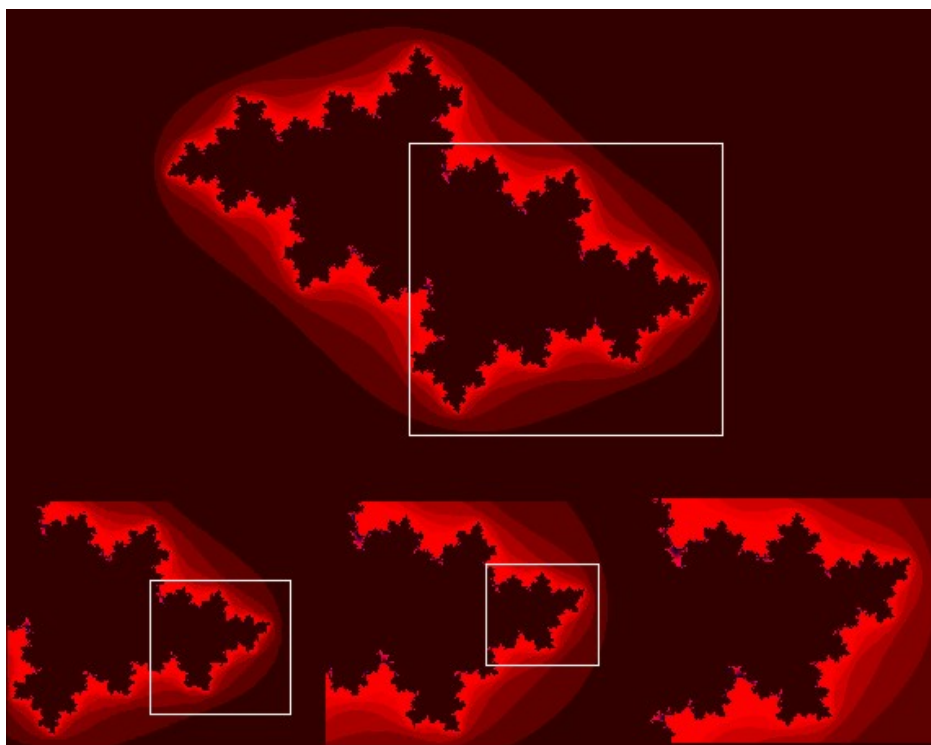
4.3. Zbiory więźniów i uciekinierów

Przestrzeń ograniczona jest więc na dwa obszary. Pierwszy zawiera punkty, które w wyniku iteracji „uciekają”. Nazywa się on **zbiorem uciekinierów**. Iteracja pozostałych punktów prowadzi do zamknięcia ich w pewnej ograniczonej przestrzeni. Zbiór zawierający takie punkty nazywamy **zbiorem więźniów**.

Zbiór Julii to właśnie zbiór więźniów iteracji $z \rightarrow z^2 + c$. Ponieważ c może być w tym wypadku dowolną liczbą zespoloną, dlatego zbiory Julii to rodzina zbiorów.

4.4. Samopodobieństwo zbiorów Julii

Teraz, gdy już wiemy, czym są zbiory Julii przyjrzymy się widowskowemu ich przykładowi. Jeżeli w iteracji $z \rightarrow z^2 + c$ przyjmiemy $c = -0,5 + 0,5i$ otrzymamy fraktal taki, jak na rysunku poniżej. Bardzo dobrze widać, że jest to obiekt samopodobny.



Rys. 9. Zbiór Julii dla $c = -0,5 + 0,5i$. Obserwując kilka powiększonych fragmentów doskonale widać jego samopodobieństwo

Literatura

1. Peitgen Heinz-Otto, Jürgens Hartmut, Saupe Dietmar, *Granice chaosu. Fraktale*, cz. I, PWN, Warszawa 2002.
2. Kudrewicz Jacek, *Fraktale i chaos*, WNT, Warszawa 2007.
3. Pierański Piotr, *Fraktale: od geometrii do sztuki*, Ośrodek Wydawnictw Naukowych, Poznań 1992.



Od Kosmosu do mikroświata: liczby w przyrodzie

Krzysztof Fiałkowski

Instytut Fizyki UJ

I. Wstęp: wielkie i małe liczby wokół nas

1. Jak sobie radzić z liczbami – olbrzymami i karzelkami?

Kiedy liczymy otaczające nas przedmioty i porównujemy ich wagę lub rozmiary, podajemy wyniki w postaci liczb. Mogą to być liczby całkowite, jak 1, 2, 5, lub 125, mogą to też być liczby ułamkowe podane w postaci zwykłej lub dziesiętnej, jak $1/2$, $4/3$, 1,3 lub 0,125. W tym drugim przypadku widzimy, że są wśród nich zarówno liczby większe, jak i mniejsze od jedynki. Zwykle jednak nie są one zbyt wiele razy mniejsze, ani większe od jedynki.

Wynika to po prostu z możliwości naszych zmysłów. Jeśli nawet liczymy bardzo szybko, w ciągu godziny nie policzymy więcej, niż kilka tysięcy przedmiotów. Jeśli mierzymy długości dwóch prętów, stosunek ich długości też nie przekroczy zwykle podobnej wartości: nie umiemy zmierzyć długości znacznie mniejszej niż jeden milimetr, a nasz zasięg rąk nie przekracza dwóch metrów. Zatem w życiu codziennym rzadko spotykamy liczby mniejsze niż (powiedzmy) jedna stutysięczna, lub większe niż sto tysięcy.

Czasem nie porównujemy wagi (lub masy) albo rozmiarów dwóch przedmiotów. Jeśli wyznaczamy je i wyrażamy w wybranych jednostkach, wynik zależy oczywiście od wyboru jednostek. Wybieramy je zwykle tak, aby otrzymać wynik między jedynką a setką. Nie mówimy więc, że kupujemy „pięćdziesiąt tysięcy gramów ziemniaków”, tylko po prostu „pięćdziesiąt kilogramów ziemniaków”; nie wlewamy do wiadra „dziesięciu tysięcy centymetrów sześciennych wody”, tylko „dziesięć litrów wody”.

Aby objąć zakresem jednostek nie tylko rozmiary i masy otaczających nas przedmiotów, ale i obiekty mikroświata oraz ciała astronomiczne, ustalono prosty schemat nazw „jednostek pochodnych” wielokrotnie mniejszych lub większych od jednostki wyjściowej. Uzyskujemy je dodając przed nazwą jednostki przedrostek pochodzący z łaciny (dla ułamków jednostki wyjściowej) lub z greki (dla wielokrotności jednostki wyjściowej). Przedrostki te to:

decy (d) = 10^{-1} ;	piko (p) = 10^{-12} ;	deka (da) = 10^1 ;	tera (T) = 10^{12} ;
centy (c) = 10^{-2} ;	femto (f) = 10^{-15} ;	hekto (h) = 10^2 ;	peta (P) = 10^{15} ;
mili (m) = 10^{-3} ;	atto (a) = 10^{-18} ;	kilo (k) = 10^3 ;	eksa (E) = 10^{18} ;
mikro (μ) = 10^{-6} ;	zepto (z) = 10^{-21} ;	mega (M) = 10^6 ;	zetta (Z) = 10^{21} ;
nano (n) = 10^{-9} ;	jokto (j) = 10^{-24} ;	giga (G) = 10^9 ;	jotta (Y) = 10^{24}

Zatem bilion (milion milionów, czyli 10^{12}) gramów, to jeden teragram (Tg), a jedna miliardowa, czyli 10^{-9} metra, to jeden nanometr (nm). Podobnie tworzymy nowe jednostki np. czasu: jedna tysięczna sekundy to jedna milisekunda (ms), a także wszelkich innych wielkości fizycznych.

Nie wszystkie te jednostki są naprawdę praktycznie używane: nikt właściwie nie nazywa miliona gramów „megagramem”, skoro istnieje tradycyjna nazwa „tona”; nikt też nie używa dla długich okresów czasu nazw dużych wielokrotności sekundy, bo stosujemy tradycyjnie minuty, godziny, dni i lata. Zwykle mówimy też „litr”, a nie „decymetr sześcienny”. Jednak dla wielu wielkości fizycznych wszystkie te przedrostki są naprawdę potrzebne i wykorzystywane.

Zwróćmy też uwagę na to, jak pożyteczny jest zapis potęgowy wielkich liczb. Tradycyjnego zapisu nie używamy praktycznie dla liczb większych od miliona (10^6), bo bardzo trudno dla nich uniknąć pomyłki bez powolnego „liczenia zer”. Można oczywiście użyć nazw słownych, jakie utworzono dla całkowitych potęg tysiąca i miliona. Niestety do dziś Europa i Stany Zjednoczone używają tu różnych konwencji nazw, co grozi poważnymi nieporozumieniami. Odpowiednie nazwy zestawiono w poniższej tabelce:

Zapis potęgowy	Nazwa polska	Nazwa europejska	Nazwa amerykańska
10^6	milion	million	million
10^9	miliard	milliard	billion
10^{12}	bilion	billion	trillion
10^{15}			quadrillion
10^{18}	trylion	trillion	quintillion
10^{21}			sextillion
10^{24}	kwadrylion	quadrillion	septillion

W dalszej części artykułu zobaczymy, jak wielkie i małe liczby pojawiają się w opisie obiektów kosmicznych i atomowych. Dyskusja takich liczb powinna ułatwić nam zrozumienie skali tych obiektów, o których opowiemy w następnych częściach. Zobaczymy też, jak zaskakujące mogą być odpowiedzi na proste pytania dotyczące porównań różnych wielkości. Mam nadzieję, że te rozważania pomogą czytelnikom w przyszłości oceniać poprawnie „rząd wielkości”, czyli przybliżoną wartość wyników różnych zadań (poniżej wyjaśnimy dokładnie, co rozumiemy przez to pojęcie). Nie chodzi tu tylko o zadania szkolne: w wypowiedziach publicznych polityków i wysokich urzędników aż nazbyt często zdarzają się koszarne wpadki, w których miliony myli się z miliardami, metry sześciennie z litrami, a tony z kilogramami. Tymczasem często chwila zastanowienia może nam umożliwić zrozumienie problemu i uchronić przed demonstracją swojej ignorancji.

2. Co to jest rząd wielkości?

Często zdarza się, że nie zależy nam na dokładnym wyniku jakichś obliczeń, a jedynie na przybliżonym oszacowaniu danej wielkości. W takich przypadkach bardzo pożytecznym pojęciem staje się „rząd wielkości”, czyli całkowita potęga liczby 10 najbliższa szacowanej liczby.

Podajmy kilka przykładów. Liczba 4 jest o trzy większa od $1 = 10^0$, a o sześć mniejsza od $10 = 10^1$, powiemy więc o niej, że jest „rzędu jedności”, albo po prostu „rzędu 1”. Liczba 755 jest o 655 większa od $100 = 10^2$, a o 245 mniejsza od $1000 = 10^3$, jest więc „rzędu tysiąca”, czyli „rzędu 10^3 ”. Liczba 0,00045 jest o 0,00035 większa od $0,0001 = 10^{-4}$, a o 0,00055 mniejsza od $0,001 = 10^{-3}$, jest więc „rzędu jednej tysięcznej”, czyli „rzędu 10^{-3} ”.

Definicja ta jest dość arbitralna; wynika z niej np. że „granicą” między liczbami rzędu jedności i liczbami rzędu dziesiątki jest 5,5, a granicą między liczbami rzędu 0,1 i liczbami rzędu 1 jest liczba 0,55. Rzędem wielkości liczby X nazywamy więc taką całkowitą potęgę dziesiątki 10^n , że X zawarte jest między $5,5 \cdot 10^{n-1}$ a $5,5 \cdot 10^n$. Naturalniejsze wydaje się ustalenie granicy między liczbami „rzędu 10^n ” i „rzędu 10^{n+1} ” na liczbie $5 \cdot 10^n$. Można więc oczywiście przyjąć nieco inną definicję, nazywając rzędem wielkości liczby X całkowitą potęgę 10^n taką, że X zawarte jest między $5 \cdot 10^{n-1}$ a $5 \cdot 10^n$. Jeszcze inną definicję otrzymamy żądając, aby iloraz „graniczy” G i najbliższej całkowitej mniejszej potęgi 10

$$I = G / 10^{n-1}$$

był taki sam, jak iloraz najbliższej większej potęgi 10 i „graniczy”

$$I = 10^n / G.$$

Oczywiście kwadrat tego ilorazu jest równy 10

$$I^2 = (10^n / G) \cdot (G / 10^{n-1}) = 10,$$

więc jego wartość to w przybliżeniu $I = 3,16$. Zatem rzędem wielkości liczby X nazwalibyśmy potęgę 10^n taką, że X zawarte jest między $3,16 \cdot 10^{n-1}$ a $3,16 \cdot 10^n$.

Wątpliwości te są zazwyczaj nieistotne dla rozważanych w dalszych rozdziałach wielkości. Jeśli chodzi nam o podanie przybliżonej wartości bardzo wielkiej albo bardzo małej liczby, nie ma większego znaczenia, czy np. o liczbie 4 000 000 000 (wyrażającej w przybliżeniu obwód Ziemi mierzony w centymetrach) powiemy, że jest „rzędu 10^9 ” czy „rzędu 10^{10} ”. Na wszelki wypadek jednak z reguły będziemy podawali nieco dokładniejsze oszacowania, w których przynajmniej pierwsza cyfra podawanej liczby będzie wiarygodna.

II. Odległości, rozmiary i masy w Kosmosie

1. Ziemia i jej otoczenie

Przejdziemy teraz do odległości, które wyrażone w metrach (a nawet kilometrach) są naprawdę wielkie: odległości w Układzie Słonecznym, w naszej galaktyce i w Kosmosie. Jak zobaczymy, można jednak ustalić łatwe do pojęcia proporcje nawet między takimi odległościami.

Zacznijmy od rozmiarów naszej Ziemi. Już starożytni ocenili, że obwód jej wynosi około 40 000 km, zatem średnica wynosi poniżej 13 000 km. Nie jest to odległość niewyobrażalna – prawie każdy z nas odbywał podróże przekraczające 1000 km, a typowy samochód użytkowany w rodzinie przejeżdża kilka tysięcy kilometrów w ciągu roku. Warto jednak wspomnieć, że ocena masy Ziemi wynikająca z tych rozmiarów daje już liczby olbrzymie: objętość kuli to

$$V = 4\pi \cdot R^3 / 3,$$

więc objętość Ziemi to około

$$V \cong 12,5 \cdot (6400)^3 / 3 \text{ km}^3 \cong 1,1 \cdot 10^{12} \text{ km}^3 = 1,1 \cdot 10^{21} \text{ m}^3.$$

Gdyby nawet gęstość Ziemi była taka, jak wody (a w rzeczywistości jest kilkakrotnie większa), to jej masa byłaby rzędu 10^{21} ton, czyli 10^{24} kg. W systemie europejskim to kwadrylion – liczba naprawdę niezwykle wielka. Można więc łatwo zrozumieć, czemu tak trudno było uczonym sprawdzić doświadczalnie na Ziemi prawo powszechnego ciążenia, tak wspaniale widoczne w ruchu Księżyca i planet oraz ruchu ciał w pobliżu powierzchni Ziemi. Masa kul ołowianych, czy też innych obiektów używanych w doświadczeniach była w przybliżeniu o dwadzieścia rzędów wielkości mniejsza od masy Ziemi, więc nawet przy najmniejszej odległości siły wywierane przez nie na ciało próbne były o wiele mniejsze od znanej wszystkim siły przyciągania ziemskiego.

Przejdźmy teraz do czegoś, co każdy z nas widzi codziennie na niebie: Słońce i Księżyc widoczne są jako tarcze bardzo podobnej wielkości. Oznacza to, że stosunek średnic tych ciał do ich odległości od Ziemi jest bardzo podobny. Księżyc jest znacznie mniejszy od Ziemi; jego średnica to mniej niż cztery tysiące kilometrów. Krąży on wokół Ziemi w odległości poniżej czterystu tysięcy kilometrów, a odległość Ziemi od Słońca jest kilkaset razy większa – około sto pięćdziesiąt milionów kilometrów (odległość tę nazwano „jednostką astronomiczną” i używa się jej niekiedy do porównania odległości różnych planet od Słońca). Wynika stąd, że średnica Słońca to

$$d \cong 150 \cdot 10^6 \text{ km} \cdot 4000 / 400\,000 = 1,5 \cdot 10^6 \text{ km}$$

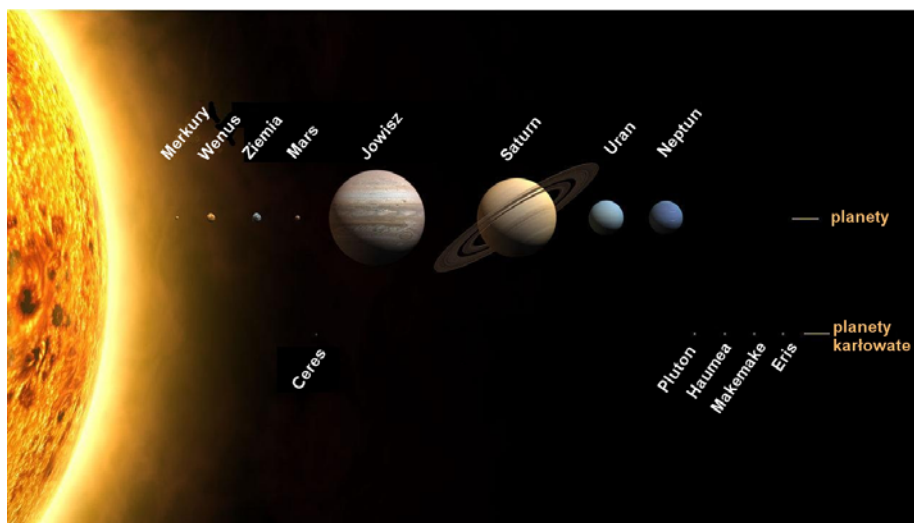
czyli półtora miliona kilometrów – ponad sto razy więcej niż średnica Ziemi. Zatem objętość Słońca jest ponad milion razy większa; Ziemia zmieściłaby się w nim razem z orbitą Księżyca! Masa Słońca, którą można wyznaczyć z analizy ruchu Ziemi i innych planet jest oczywiście odpowiednio ogromna (lecz nieco mniejsza, niż można by ocenić z rozmiarów, bo jego gęstość jest mniejsza od gęstości Ziemi): ponad trzysta tysięcy mas Ziemi, czyli dwa kwintyliony ($2 \cdot 10^{30}$) kilogramów. Tej liczby nie będziemy już próbowali sobie wyobrazić...

Łatwo można więc zrozumieć, dlaczego żadna z planet nie jest widoczna dla gołego oka jako „tarcza”, a tylko jako świecący (odbitym światłem słonecznym) punkt na niebie: planety mniej odległe od nas niż Słońce są podobnej wielkości, jak Ziemia. Nawet największa z planet – Jowisz – ma średnicę dziesięciokrotnie

mniejszą od Słońca, zaś jej minimalna odległość od Ziemi jest pięciokrotnie większa, niż Ziemi od Słońca. Jowisz wydawałby się więc mieć średnicę pięćdziesięciokrotnie mniejszą od Słońca lub Księżyca – a tak mała tarcza wygląda jak punkt, jeśli nie użyjemy lunety.

Gdyby zbudować model zmniejszony dziesięć miliardów (10^{10}) razy, w którym Słońce przedstawiałaby lampa o średnicy piętnastu centymetrów, to Ziemia byłaby ziarenkiem maku o półtoramilimetrowej średnicy, krążącym w odległości piętnastu metrów. Księżyc byłby jeszcze mniejszym ziarenkiem odległym o cztery centymetry od Ziemi, a Jowisz półtoracentymetrową wisienką odległą od Słońca o siedemdziesiąt pięć metrów.

Dalsze planety Układu Słonecznego są jeszcze wielokrotnie dalej. Dla najdalszej z nich, Neptuna, średnia odległość od Słońca wynosi niemal pięć miliardów kilometrów – trzydzieści razy więcej, niż dla Ziemi. (Zauważmy, że w jednostkach zalecanych we wstępie byłoby to po prostu 5 Tm – pięć terame-trów. Naprawdę szkoda, że jakoś nie przyjęto podawać tak odległości.) Na naszym modelu byłoby to ziarenko odległe od Słońca o niemal pięćset metrów!



Planety naszego Układu Słonecznego, oczywiście nie są zachowane proporcje odległości planet od Słońca

2. Gwiazdy i galaktyki

Pozornie ogromna odległość Neptuna od Słońca jest w rzeczywistości znikoma w skali kosmicznej. Światło słoneczne, które w ciągu sekundy przebiega około trzystu tysięcy ($3 \cdot 10^5$) kilometrów, dociera do Neptuna w ciągu 17 000 sekund, czyli niecałe sześć godzin. Tymczasem odległości między gwiazdami astronomowie mierzą w latach świetlnych, czyli wielokrotnościach dystansu, jaki świa-

tło przebiega w ciągu roku. Rok ma 365 dni, a dzień 24 godziny, więc rok świetlny to

$$1 \text{ LY} = 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ km/s} \cong 10^{13} \text{ km} = 10 \text{ Pm}$$

czyli około dziesięć petametrów (jak widać, można było nadal używać znanych jednostek). Odległość Neptuna od Słońca to mniej niż jedna tysięczna roku świetlnego. Najbliższa Słońcu gwiazda, Proxima Centauri, jest już kilka tysięcy razy dalej (ponad cztery lata świetlne) – na naszym modelu nie zmieściłaby się w granicach Europy.

Ciekawe, że astronomowie dla jeszcze większych odległości używają zwykle wielokrotności innej jednostki – parseka. Jest to odległość, z której skrajne położenia Ziemi na orbicie słonecznej różnią się kierunkiem obserwacji o jedną sekundę łuku, czyli $1/3600$ stopnia. Jeden stopień to kąt rozwarcia oparty na łuku około 50 razy mniejszym od promienia. Łatwo można więc ocenić, że jeden parsek jest to w przybliżeniu odległość $50 \cdot 3600 = 180\,000$ razy większa od średnicy orbity Ziemi, czyli

$$1 \text{ pc} \cong 150 \cdot 10^6 \cdot 1,8 \cdot 10^5 \text{ km} \cong 3 \cdot 10^{13} \text{ km}.$$

Zatem parsek to około trzech (dokładniej 3,26) lat świetlnych. Doprawdy trudno zrozumieć, czemu używa się dwóch różnych jednostek o tak zbliżonych wartościach – chyba astronomowie są równie konserwatywni jak Anglicy, którzy wciąż używają mil, jardów i funtów obok kilometrów, metrów i kilogramów. Niemniej faktem jest, że największe odległości wyrażane są albo w tysiącach, milionach i miliardach lat świetlnych, albo w kilo-, mega- i gigaparsekach.

Gdzie spotykamy takie odległości? Nasz Układ Słoneczny stanowi cząstkę ogromnego układu około dwustu miliardów ($2 \cdot 10^{11}$) gwiazd ułożonych w zawartą w spłaszczonym dysku spiralę, który nazywamy galaktyką. Mieszkamy zresztą „na peryferiach” tego układu, co widać na niebie: jasny pas nazywany „Drogą Mleczną” to właśnie płaszczyzna naszej galaktyki; gdybyśmy byli w centrum, gwiazdy byłyby ułożone bardziej równomiernie we wszystkich kierunkach. Średnica naszej galaktyki to około stu tysięcy lat świetlnych (czyli trzydziestu kiloparseków, 10^{18} km, albo jeden zettametr – pomału kończą się nam jednostki wspomniane we wstępie), „grubość” jest kilkakrotnie mniejsza.

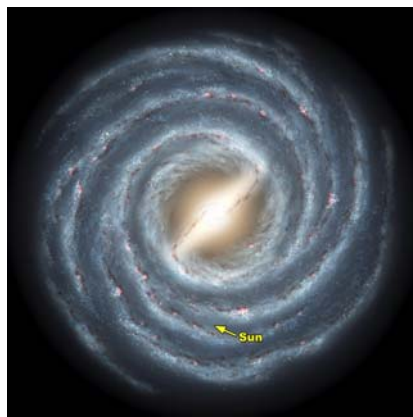
„Niedaleko” od naszej galaktyki, bo w odległości niewiele większej od jej średnicy znajdują się dwie karłowate galaktyki, zwane Obłokami Magellana na cześć ich obserwacji dokonanej przez tego żeglarza (choć już wcześniej widzieli je astronomowie starożytni i arabscy). Gołym okiem można też zobaczyć galaktykę M31, tzw. Wielką Mgławicę Andromedy, odległą o około dwa miliony lat świetlnych (siedemset kiloparseków) i jeszcze większą od naszej galaktyki.

To jednak dopiero początek znanego „dalekiego kosmosu”. Znamy obecnie setki tysięcy galaktyk, których odległości od nas mierzymy w mega- i gigaparsekach. Są wśród nich galaktyki tak odległe, że dociera do nas dziś światło wysłane przez nie przed ponad dziesięcioma miliardami lat, co jest czasem niewie-

le krótszym od wieku Wszechświata. Oznacza to odległości ponad 10^{26} m. Jeśli poprawne są przyjęte obecnie teorie ewolucji Wszechświata, możemy wkrótce dojść do granic poznania obserwacyjnego – do odbioru światła wysyłanego przez galaktyki bezpośrednio po ich utworzeniu.



Widok galaktyk w teleskopie Hubble'a



Obraz naszej galaktyki „z zewnątrz”

Jak już wspomniano, masy astronomiczne są niewyobrażalnie wielkie w porównaniu z masami obiektów doświadczalnych na Ziemi. Można jednak zbadać ich hierarchię biorąc jako jednostkę najwyższą z wymienionych dotąd mas – masę Słońca. Jest ono dość typową gwiazdą: masy innych gwiazd, które udało się wyznaczyć (zwykle z analizy ruchu względnego układów podwójnych gwiazd) wynoszą od jednej dwudziestej do sześćdziesięciu pięciu mas Słońca. Masa naszej galaktyki to ponad dwieście miliardów ($2 \cdot 10^{11}$) mas Słońca. Nie jest to bynajmniej „najcięższa” znana galaktyka: oszacowanie masy dla galaktyki oznaczanej NGC1316 dało ponad trzy biliony ($3 \cdot 10^{12}$) mas Słońca.

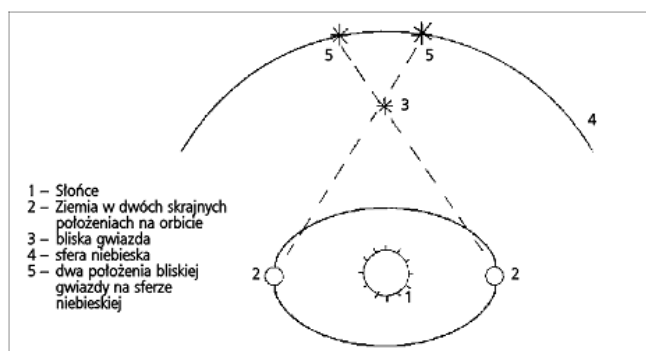
Nie będziemy tu już omawiać układów wyższego rzędu (gromad galaktyk) ani innych tworów kosmicznych (czarne dziury, struny kosmiczne), których własności nie są jeszcze dobrze ustalone. Sądzę jednak, że jasno pokazaliśmy, jak małym elementem kosmosu jest otaczający nas na co dzień świat – Ziemia – i jak długą drogę trzeba przejść, aby opisać nawet najbardziej pobieżnie strukturę znanej nam części Wszechświata.

3. Kosmiczne linijki

Wypada dodać kilka słów o tym, jak można mierzyć odległości kosmiczne. Nie będzie to oczywiście żaden systematyczny wykład; dokładne omówienie różnych metod pomiarów można znaleźć w wielu popularnych książkach poświęconych astronomii. Tutaj ograniczymy się do uproszczonego naszkicowania głównych idei kilku najważniejszych metod.

W naszym Układzie Słonecznym analiza obserwowanego ruchu planet i ich satelitów, opóźnień obserwowanych zaćmień i innych zjawisk w ramach teorii grawitacji pozwala na bardzo precyzyjne wyznaczanie odległości definiujących orbity. W przeszłości pozwoliło to nawet na odkrycie odległych planet przed ich bezpośrednią obserwacją: w 1845 roku analiza zaburzeń ruchu Urana wykazała, że można je wytłumaczyć przyciąganiem „dodatkowej” planety – Neptuna – i pozwoliła na obliczenie, gdzie i kiedy tę planetę można zobaczyć. Obserwacja w pełni potwierdziła przewidywania!

Dla najbliższych gwiazd użyteczna jest metoda paralaksy, oparta na podanej wyżej definicji parseka: dla półrocznego odstępu czasu (czyli położenia Ziemi „po dwóch stronach” jej orbity wokół Słońca) wyznaczamy „paralaksę” – kąt między kierunkami, pod którymi widoczna jest dana gwiazda.



Musimy oczywiście ustalić precyzyjnie czas obserwacji, aby uwzględnić poprawnie obrót Ziemi wokół swojej osi; musimy też mierzyć kąty z niezwykłą dokładnością. Jak już wspomniano, dla odległości jednego parseka różnica kątów wyniesie jedną sekundę łuku, czyli $1/3600$ część stopnia

$$1'' = 1^\circ / 3600.$$

Tłumaczy to nazwę „parsek” – odległość, dla której paralaksa równa jest jednej sekundzie. Odległości d wszystkich znanych gwiazd od Słońca są większe, więc ich paralaksy p są jeszcze mniejsze

$$p = 1'' \cdot 1 \text{ pc} / d.$$

Z Ziemi można mierzyć paralaksy większe od jednej setnej sekundy, co umożliwia pomiar odległości do stu parseków – ponad trzysty lat świetlnych. Teleskopy umieszczone na satelitach pozwalają na dziesięciokrotne zwiększenie tego zasięgu, ale to wciąż mało nawet w porównaniu z rozmiarami naszej galaktyki.

Na szczęście natura dostarczyła nam innych „miarok”. Obserwowana jasność gwiazdy jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości; wynika to

po prostu z faktu, że światło gwiazdy rozchodzi się równomiernie we wszystkich kierunkach, a pole powierzchni kuli rośnie proporcjonalnie do kwadratu promienia. Zatem wielkość strumienia światła, które wpada do naszego oka (lub teleskopu) stanowi dla rosnących odległości ułamek całkowitego strumienia wysyłanego przez gwiazdę, który maleje odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości. Jeśli możemy ocenić ten całkowity strumień (zwykle definiowany przez „jasność absolutną” J_0 , czyli taką, jaką miałaby dana gwiazda obserwowana z odległości dziesięciu parseków) porównanie z obserwowaną jasnością J pozwala na wyznaczenie odległości d

$$d^2 = (10 \text{ pc})^2 \cdot J_0 / J.$$

Dla niektórych typów gwiazd ocena jasności absolutnej jest całkiem wiarygodna. W szczególności, dla niektórych gwiazd (tzw. „cefeid”) jasność zmienia się okresowo, a długość tego okresu jest ściśle związana z ich jasnością absolutną. Stwierdzono to dla cefeid, dla których można było wyznaczyć odległość przez paralaksę i z jasności obserwowanej wyznaczyć jasność absolutną. Zatem cefeidy stanowią „znaki pomiarowe”; gdy Edwin Hubble odkrył w roku 1924 cefeidę w Wielkiej Mgławicy Andromedy, mógł wyznaczyć odległość do niej i definitywnie stwierdzić, że jest ona znacznie większa od rozmiarów naszej galaktyki. Wywnioskowano stąd, że mgławica ta jest pierwszą zidentyfikowaną odrębną galaktyką. Później metoda ta posłużyła do pomiaru odległości od wielu następnych galaktyk.

Jeszcze większe odległości można oszacować dzięki niezwyklemu odkryciu, dokonанemu również przez Hubble’a. Stwierdził on, że długości fal świetlnych dochodzących do nas z odległych galaktyk są systematycznie większe, niż dla galaktyk „bliskich”. To zjawisko „przesunięcia” długości fal tłumaczy się efektem ruchu galaktyk, a jego wielkość zgadza się dobrze z hipotezą, że galaktyki oddalają się od nas z prędkością proporcjonalną do odległości. Jest to fakt, który legł u podstaw uznanych obecnie teorii historii wszechświata. Dla nas jednak ważne tu jest jego praktyczne zastosowanie: przez pomiar przesunięcia długości fal można ocenić odległość najdalszych nawet obserwowanych obiektów. Tak właśnie oceniono wspomniane wyżej odległości rzędu miliardów lat świetlnych.

Zauważmy, że kolejne metody omówione powyżej korzystały odpowiednio każda z poprzedniej. Jak już wspomniano, zależność jasności absolutnej od okresu zmian cefeid wyznaczono dla tych cefeid, których odległość zmierzono metodą paralaksy, a potem użyto do pomiaru odległości znacznie większych. Podobnie zależność przesunięcia długości fal świetlnych od odległości wyznaczono dla galaktyk, których odległość znano dzięki obserwacji cefeid, a potem zastosowano dla wszystkich pozostałych. Wszechświat poznawaliśmy w kolejnych krokach, z których każdy był niezbędny dla uczynienia następnych. Dziś wydaje się nam, że już niewiele dalej możemy sięgnąć w przyszłości. Z pewnością jednak dokładniejsze badania kosmosu przyniosą jeszcze niejedną niespodziankę.

III. Świat atomów, jąder i cząstek elementarnych

1. Wstęp

Od starożytności ludzie zastanawiali się, czy materię można dzielić na dowolnie małe części. Filozofowie podzielili się na dwie grupy: jedni twierdzili, że taki podział można prowadzić w nieskończoność, a drudzy za Demokrytem z Abdeiry uważali, że materia składa się z cząstek, których nie można już dzielić na mniejsze – atomów (greckie słowo „atomos” oznacza właśnie obiekty niepodzielny).

Były to oczywiście rozważania czysto filozoficzne i nikt nie proponował żadnych konkretnych doświadczeń, które mogłyby rozstrzygnąć ten spór. Z pewnością zresztą nikt ze starożytnych filozofów nie wyobrażał sobie, jak małe są rozmiary cząstek, z których składa się materia.

Chemicy i fizycy XIX wieku powrócili do obrazu atomistycznego materii, ale tym razem obiekty, o których mówili, były niezbędne do właściwego opisu obserwowanych zjawisk. Cząsteczki chemiczne, z których składa się każda substancja, okazały się układami atomów – elementarnych składników, charakterystycznych dla każdego pierwiastka. O rozmiarach, masach i innych własnościach różnych atomów dowiadaliśmy się jednak w sposób bardzo pośredni i jeszcze u schyłku XIX wieku wielu uczonych kwestionowało realność atomów i cząsteczek, uważając je jedynie za użyteczne pojęcia teoretyczne.

Nie będziemy tu opisywać historii odkryć, które doprowadziły nas do obecnego stanu wiedzy o strukturze materii. Zanim jednak przedstawimy kolejne „piętra” tej struktury, musimy wyjaśnić pewne podstawowe różnice między przyjętym powszechnie przez fizyków opisem „mikroświata”, a otaczającym nas „zwykłym światem”. Tym czytelnikom, którym różnice te wydadzą się trudne do pojęcia, polecam niezmiennie popularną od kilkadziesiąt lat książeczkę amerykańskiego fizyka George’a Gamowa „Mister Tompkins w krainie czarów”, przedstawiającą znacznie szerzej w poglądowy sposób wiele z tych niezwykłych zjawisk.

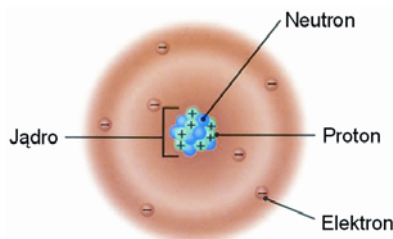
Dwoma podstawowymi elementami opisu mikroświata jest jego kwantowość i relatywistyczna równoważność masy i energii. Pierwszy element ma wiele konsekwencji: atomy są stabilne, choć analogiczne obiekty „makroskopowe” po bardzo krótkim czasie uległyby nieodwracalnym zmianom; stan atomu może zmieniać się tylko „skokowo”, a nie w sposób ciągły; nie można równocześnie wyznaczać par wielkości fizycznych, które dla „zwykłych” obiektów możemy mierzyć bez żadnych ograniczeń... Listę taką moglibyśmy kontynuować, jednak dla naszych celów naprawdę ważne jest to, że wszelkie podawane rozmiary będą miały tylko sens wartości średnich: nie należy wyobrazać sobie obiektów mikroświata jako „kulek” czy też innych brył o konkretnych kształtach. Nie należy też stosować do nich naszych przyzwyczajęń ze świata makroskopowego.

Równoważność masy spoczynkowej i energii jest pozornie znacznie prostsza. W gruncie rzeczy korzystał z niej już człowiek pierwotny zapalając pierwsze ogniska. Światło i ciepło, jakich dostarcza spalanie, są energią uzyskiwaną kosztem zmniejszenia całkowitej masy produktów spalania (gazów i popiołów) w porównaniu z masą spalanych materiałów i zużytego tlenu. Ubytek masy jest jednak tak znikomy, że nawet najdoskonalsze pomiary XIX wieku nie mogły go stwierdzić. Zupełnie inaczej jest w świecie atomów i mniejszych cząstek materii: masa układu związanego jest z reguły znacząco mniejsza od sumy mas jego składników. Oznacza to, że nowego sensu nabiera samo pojęcie złożoności: aby rozbić układ na składniki, należy dostarczyć energii, a jeśli jest ona bardzo duża, przy rozbijaniu mogą pojawić się nowe cząstki, których w układzie wcale nie było.

Ściślej mówiąc, w opisie kwantowym i relatywistycznym traci właściwie sens wyliczanie składników układu: to, co „zobaczymy” przy jego rozbijaniu (lub rozpraszaniu na nim innych cząstek) zależy od tego, jak prowadzimy proces rozbicia (albo rozpraszania). Niemniej można sprecyzować pewne warunki, przy których odpowiedź na pytanie „z czego składa się dany obiekt” stanie się w miarę jednoznaczna. W dalszym opisie będziemy więc nadal używać pojęcia „składników”, pamiętając o tym, że niekoniecznie znaczy ono to samo, co w przepisach kucharskich albo w opisach mechanizmów.

2. Atomy i ich składniki

Jak już wspomniano, wszystkie cząsteczki milionów związków chemicznych, które można znaleźć w otaczającej nas materii, zbudowane są z atomów zaledwie kilkudziesięciu pierwiastków. Promienie atomów są rzędu 10^{-10} m: milion razy mniejsze od najmniejszej odległości, jaką widzimy gołym okiem (0,1 mm). W ciałach stałych i ciekach, w których atomy są „ciasno upakowane”, odległości między nimi są tego samego rzędu; w gazach odległości mogą być znacznie większe.



Schemat atomu, oczywiście nie w skali

Atomy różnych pierwiastków różnią się tzw. liczbą porządkową Z , czyli liczbą elektronów wchodzących w skład atomu. Atom jako całość jest neutralny elektrycznie, a każdy z elektronów niesie ujemny ładunek elementarny $-e$

($e = 1,6 \cdot 10^{-16}$ C), więc „reszta atomu” musi nieść ładunek dodatni o takiej samej wartości bezwzględnej jak ładunek elektronów, czyli Ze . Jak wykazał już na początku XIX wieku Rutherford, ładunek ten jest zawarty w tzw. *jądrze*, zajmującym znikomo małą część objętości atomu, ale skupiającej niemal całą jego masę. Promienie jąder różnych pierwiastków są rzędu $10^{-15} - 10^{-14}$ m, więc objętości jąder są biliony razy mniejsze od objętości atomów.

Kolejne doświadczenia wykazały, że jądra są zbudowane z dwóch rodzajów cząstek: protonów o dodatnim ładunku e i neutralnych elektrycznie neutronów (niekiedy określa się je wspólną nazwą „nukleony”; masa obu rodzajów nukleonów jest zbliżona i prawie dwa tysiące razy większa od masy elektronu). Zatem dla atomu każdego pierwiastka liczba protonów musi być równa liczbie elektronów Z . Liczba neutronów dla większości pierwiastków nie jest ściśle ustalona. Odmiana pierwiastka o określonej liczbie neutronów w atomach nosi nazwę *izotopu*. Dla typowych pierwiastków istnieją jeden, dwa lub trzy izotopy, których atomy są stabilne (trwałe), oraz pewna liczba *izotopów promieniotwórczych*, dla których jądra atomów ulegają rozpadowi. Nie będziemy tu precyzować różnych typów rozpadów, o których można przeczytać w wielu popularnych książkach (np. „O siłach rządzących światem” A. Strzałkowskiego). Średni czas, po którym następuje rozpad, jest charakterystyczny dla danego izotopu i może się zmieniać w niezwykle szerokich granicach. Dla niektórych izotopów to znikomo mały ułamek sekundy, a dla innych miliony lat.

Najprostsze jądro to jądro atomu wodoru, które stanowi po prostu pojedynczy proton. Istnieje też cięższy trwały izotop wodoru, zwany deuterem; jądro atomu deuteru to układ proton-neutron. W wodrze występującym w przyrodzie jeden atom deuteru przypada na ok. 10 tysięcy „zwykłych” atomów. Dla kolejnego izotopu wodoru, zwanego trytem, jądro atomu składa się z protonu i dwóch neutronów. Ten układ nie jest już stabilny i ulega rozpadowi. Kolejne stabilne jądra to jądra izotopów helu. „Najpopularniejsze” z nich zawiera dwa protony i dwa neutrony. Dla większości lekkich pierwiastków liczba neutronów i protonów w jądrach atomów stabilnych izotopów jest w przybliżeniu równa; dla cięższych liczba neutronów jest większa. Najcięższe stabilne jądra to jądra atomów ołowiu, składające się z 82 protonów, oraz 122 do 126 neutronów.

Takie krótkie podsumowanie własności jąder pozwala na zrozumienie, czemu rozmiary jąder najcięższych i najlżejszych pierwiastków tak mało się różnią. Jeśli protony i neutrony mają podobne rozmiary i są „ciasno upakowane” w jądrze, to jego rozmiary można ocenić korzystając z faktu, że 216 nukleonów można ułożyć w sześcian z sześcioma nukleonami wzdłuż każdego boku. Oczywiście kształty jąder są bliższe kulom, niż sześcianom, ale ciasno upakowane 200 kulek też zmieści się w kuli o promieniu tylko sześciokrotnie większym od promienia pojedynczej kulki. Dlatego jądro atomu ołowiu jest tylko sześć razy większe od jądra atomu wodoru, choć jest od niego ponad dwieście razy cięższe.

Czy elektrony i nukleony są cząstkami elementarnymi, czy też są zbudowane z jeszcze mniejszych składników? Do dziś żadne doświadczenie nie wykazało istnienia struktury elektronów; jeśli mają one niezerowe rozmiary, to są one mniejsze niż 10^{-20} m. Elektrony są więc opisywane w teorii jako cząstki punktowe. Natomiast protony i neutrony okazały się być układami złożonymi z tzw. *kwarków*. Cząstek tych nie możemy bezpośrednio obserwować, bo siły wiążące kwarki w nukleony nie maleją z odległością. Zatem do oddzielenia pojedynczego kwarku na dowolnie dużą odległość potrzeba dowolnie dużej energii. Jak już wspomniano, energia może być użyta do wyprodukowania nowych cząstek. Zatem dostarczenie wielkiej energii do pojedynczego nukleonu spowoduje powstanie wielu nowych cząstek (też zbudowanych z kwarków), a nie oddzielenie pojedynczego kwarku.

Doświadczenia nie wskazują na istnienie struktury kwarków do odległości podobnej, jak dla elektronów, czyli 10^{-20} m. W pewnych teoriach rozważa się odległości znacznie mniejsze: tzw. długość Plancka (określająca odległości, dla których teoria grawitacji Einsteina musi się załamać ze względu na konieczność uwzględnienia efektów kwantowych) jest rzędu 10^{-35} m. Być może dla odległości „pośrednich” między dostępnymi dziś doświadczalnie, a długością Plancka odkryjemy kiedyś całkiem nową fizykę, np. dodatkowe wymiary „zwinięte” tak, że nie można ich zauważyć przy dostępnych obecnie energiach.

Z powyższych rozważań wynika, że nawet najgęściej upakowane atomy składają się głównie z próżni. W bryłce ołowiu o objętości 1 cm^3 zmieści się rzędu 10^{24} atomów i tyle samo jąder, więc objętość zajęta przez jądra wyniesie poniżej 10^{-18} m^3 – mniej, niż jedną bilionową objętości bryłki. Ta „rezerwa” bywa wykorzystana w przyrodzie: najcięższe gwiazdy po „wypaleniu” w reakcjach jądrowych wodoru przechodzą w stadium „supernowej”, czyli potężnego wybuchu, po którym powstaje tzw. gwiazda neutronowa zbudowana z nukleonów pozostałych po „zgnieceniu” atomów. Materia takiej gwiazdy jest, jak wynika z powyższych oszacowań, biliony razy gęstsza od „zwykłej” materii, więc średnica gwiazdy o masie porównywalnej ze Słońcem jest zaledwie rzędu dziesięciu kilometrów.

IV. Podsumowanie

W naszej podróży po świecie liczb spotykanych w przyrodzie odkryliśmy, że w świecie astronomii i cząstek elementarnych mamy do czynienia z odległościami niepomiarowo różnymi od spotykanych na co dzień.

Dzisiejsza skala badanych odległości rozciąga się na czterdzieści sześć rzędów wielkości: od dostępnych granic struktury cząstek, czyli 10^{-20} m, do odległości od najdalszych obserwowanych obiektów astronomicznych, czyli 10^{26} m. Można oczywiście tworzyć liczby jeszcze większe, szacując np. liczbę protonów i elektronów w naszej Galaktyce, albo w całym obserwowanym Wszechświecie. Mam nadzieję, że lektura tego artykułu pomoże w zrozumieniu tych faktów i w przyswojeniu sobie obrazu świata, jaki stworzyła współczesna nauka.



Poszukiwanie życia we Wszechświecie

Joanna Jałocha-Bratek

IFJ PAN, Zakład Astrofizyki Teoretycznej

Jeśli chcemy poszukiwać życia we Wszechświecie, na początku warto zastanowić się, czy na pewno będziemy potrafili je rozpoznać. Podanie ścisłej definicji życia jest bardzo trudne, ale można wymienić kilka cech, które charakteryzują żywe organizmy na Ziemi. Te cechy to zdolność do replikacji, umiejętność utrzymywania w swoim wnętrzu stałych warunków odmiennych od warunków środowiska, wymienianie z otoczeniem materii i energii oraz reagowanie na bodźce i zdolność do uczenia się. Wydaje się, że również pozaziemskie życie, jeśli gdzieś istnieje, powinno wykazywać takie cechy.

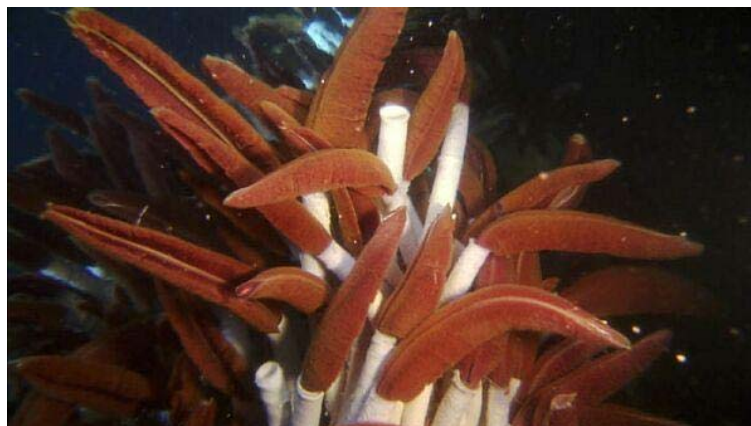
Do niedawna jeszcze za oczywisty uważano fakt, że ciało niebieskie, na którym może powstać i rozwinąć się życie, musi spełniać szereg warunków. Musi znajdować się w tzw. ekosferze gwiazdy, czyli w takiej od niej odległości, aby panujące temperatury pozwalały na istnienie wody w stanie ciekłym. Musi posiadać na tyle gęstą atmosferę, aby ciśnienie na powierzchni pozwalało występować wodzie w stanie ciekłym, a także po to, aby ta atmosfera stanowiła osłonę przed promieniowaniem jonizującym. Układ planetarny musi posiadać planety-olbrzymy, które będą ściągać większość asteroid tak, aby nie zagrażały one ciału niebieskiemu, które stało się oazą życia. Wreszcie układ planetarny powinien znajdować się w takim miejscu galaktyki, aby nie zagrażały mu częste i pobliskie wybuchy supernowych.

Obecnie wiemy jednak, że ta lista „wymagań” powinna ulec rewizji. Odkryć, które doprowadziły do takiego wniosku dokonano nie w przestrzeni kosmicznej, a na Ziemi, a dokładniej w głębinach oceanów. Pod powierzchnią ziemskich oceanów znajdują się potężne grzbiety górskie, wyrastające na ok. 3000 m z podmorskich równin, zwanych równinami abysalnymi. Te grzbiety poprzecinane są dolinami, zwanymi dolinami ryftowymi. Te doliny to pęknięcia skorupy ziemskiej, z których na powierzchnię wydobywa się gorąca magma. Doliny ryftowe znajdują się na głębokości ok. 2000–3000 ppm. W dolinach ryftowych woda morska wnika w pęknięcia w skorupie ziemskiej, a następnie nagrzewa się do temperatury ok. 400°C, nasyca się związkami takimi jak siarkowodor i siarczki metali ciężkich, a następnie wypływa z pęknięcia tworząc ujście zwane kominem hydrotermalnym. Ze względu na ogromne ciśnienie panujące w oceanicznych głębinach, pomimo tak wysokiej temperatury, woda pozostaje w stanie ciekłym. Otoczenie kominów hydrotermalnych stanowi iście piekielną scenę – to połączenie ekstremalnych temperatur z obecnością trujących związków chemicznych. Są to jedne z tych miejsc na naszej planecie, o których

do tej pory sądzono, że są wyjątkowo nieprzyjazne życiu. Te poglądy uległy radykalnej zmianie w roku 1977. Wtedy to batyskaf Alvin z dwoma osobami na pokładzie zszedł w dolinę ryftową w pobliżu wysp Galapagos. Celem wyprawy miały być badania geologiczne, jednak przyniosła ona sensację biologiczną. Okazało się, że w otoczeniu ujęć hydrotermalnych kwitnie życie. Masa żywych organizmów przypadająca na jednostkę powierzchni była ok. 100 000 razy większa niż na równinie abysalnej. Na początku nie rozumiano, jak to możliwe. Większość ekosystemów na Ziemi uzależniona jest od energii słonecznej. U podstaw piramidy troficznej stoją organizmy samożywne przeprowadzające fotosyntezę, które muszą mieć bezpośredni dostęp do światła słonecznego. W głębinach oceanicznych panują ciemności uniemożliwiające fotosyntezę. Oczywiście nawet na bardzo dużych głębokościach występują organizmy żywe – korzystają one z resztek organicznych docierających w głębinę z powierzchni; na każdej głębokości znajdują się amatorzy na takie resztki. W związku z tym im głębiej, tym mniej żywności, a im mniej żywności, tym mniej żywych organizmów. Dlatego też bujność życia w otoczeniu kominów hydrotermalnych wprawiła uczonych w zdumienie. Jednak zagadka wkrótce się wyjaśniła: podstawę tamtejszego ekosystemu stanowią organizmy zwane archebakteriami, które prowadzą chemosyntezę opartą na związkach siarki, co czyni ekosystem całkowicie niezależnym od energii słonecznej. Poblizie ujęć hydrotermalnych zamieszkuje wiele różnorodnych organizmów. Większość hoduje w swoich wnętrzach archebakterie, żyjąc z nimi w ścisłej symbiozie. Najbardziej charakterystyczne są tzw. robaki ryftowe. To długie, około dwumetrowe organizmy, zbudowane z wapiennej rurki i mięsistych skrzel. Prócz tego, kominy hydrotermalne zamieszkują mięczaki, krewetki, kraby, ryby. Wszystkie te organizmy przystosowane są do wysokich temperatur oraz obecności trujących wyciwów. Takie organizmy nazywamy ekstremofilnymi.



Kominy hydrotermalne. Kadr z filmu „Obcy z głębin”



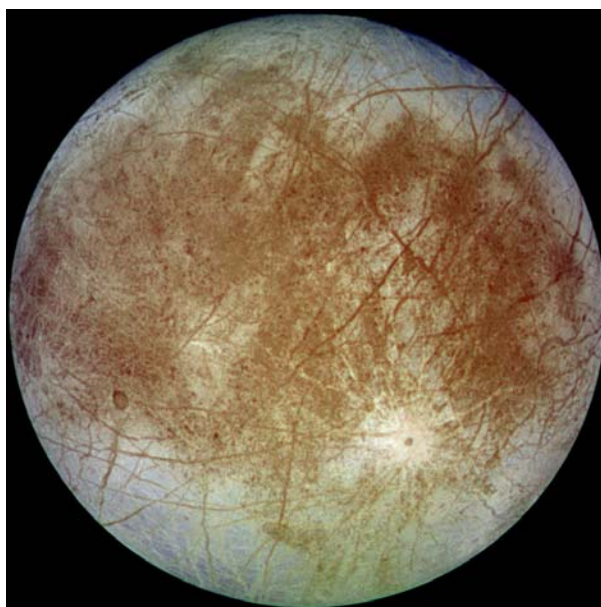
Robaki ryftowe *Riftia Pachyptillia*. Kadr z filmu „Obcy z głębin”

Od roku 1977 zbadano wiele ekstremalnych ekosystemów. Jednym z nich jest odkryty w 1984 roku ekosystem na dnie zatoki Meksykańskiej. To zimna oaza życia. Skąły dna zatoki są przesycone węglowodanami (głównie metanem), które przesiąkają do wody morskiej, tworząc tzw. zimne wysięki. W niektórych miejscach, na skutek wysokiego ciśnienia, metan zamarza. Wokół zimnych wysięków rozkwitło życie, którego podstawę stanowią archebakterie prowadzące chemosyntezę opartą na wiązaniu metanu. Obecnie nauka zna wiele organizmów ekstremofilnych. Należą do nich przede wszystkim archebakterie. Zasadlają one kwaśne (o kwasowości porównywalnej do kwasów w akumulatorach) i zasadowe (jak amoniak) jeziora, niektóre lubią solanki. Rekordzista to *Acidianus infernus* – żyje w silnych kwasach o temperaturze bliskiej 100°C. W latach 90. ubiegłego wieku odkryto żywe kultury bakterii podczas głębokich wierceń naftowych, m.in. pod Morzem Północnym (ok. 3 km), w Szwecji (6 km), pod Pacyfikiem, pod rzeką Kolorado. Organizmy te również tworzą ekosystemy całkowicie niezależne od świata na powierzchni. Niedawno w Afryce, w kopalni złota została odkryta bakteria (*Desulforudis audaxviator*) żyjąca bez tlenu w całkowitej ciemności (2,8 km pod ziemią) w temperaturze 60°C. Bakteria żyje w wodzie wypełniającej szczeliny, zachodzi w niej chemosynteza oparta o związki siarki.

Z tych odkryć wynika, że życie jest znacznie mniej wymagające niż wydawało się do tej pory. Nie potrzebuje wody na powierzchni planety, tlenu, ani atmosfery, a jeśli jest chronione grubą warstwą skał lub wody, wówczas w planecie mogą uderzać meteoryty, a w pobliżu wybuchać supernowe. Życie podobne do ziemskiego potrzebuje źródła energii oraz wody w stanie ciekłym gdzieś na planecie, ale niekoniecznie na jej powierzchni.

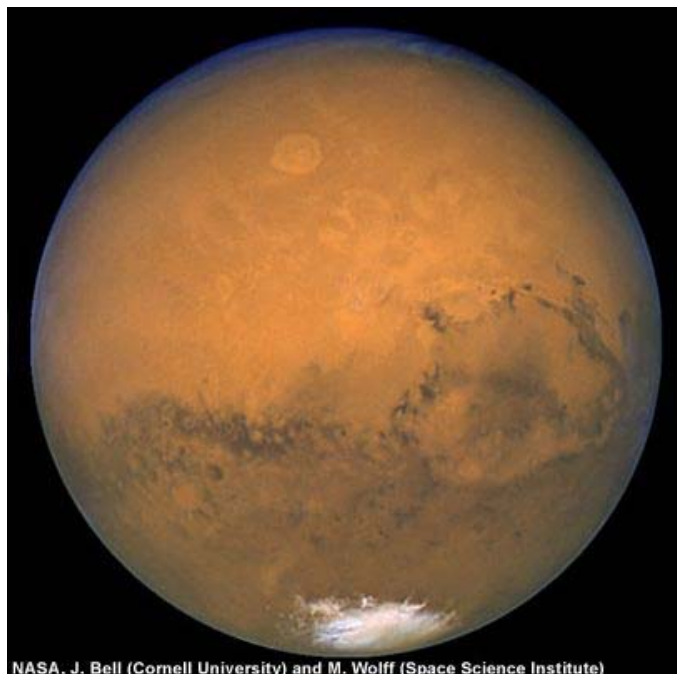
Gdzie zatem szukać życia pozaziemskiego? Jak na razie możliwości jego poszukiwań ograniczają się do naszego układu planetarnego. Wśród obiektów

Układu Słonecznego niewątpliwie najbardziej obiecującym kandydatem na oazę życia jest Europa – jeden z księżyców Jowisza. Europa ma rozmiary porównywalne z naszym Księżycem. Znajduje się w odległości ok. 671 000 km od Jowisza. Obiega planetę w 3,5 dnia, posiada szczątkową atmosferę. Powierzchnia Europy jest skuta lodem, a pod warstwą lodu grubości kilku kilometrów znajduje się najprawdopodobniej ocean. Europa podlega ogrzewaniu pływowemu na skutek oddziaływania z Jowiszem oraz innymi księżycami. To ogrzewanie pływowe jest przyczyną, dla której na Europie spodziewamy się wodnego oceanu, a nie można także wykluczyć, iż na skutek tych oddziaływań jądro Europy jest wciąż rozgrzane. Jeśli tak jest w istocie, wówczas, być może, na dnie oceanów tego księżycy mogą znajdować się kominy hydrotermalne. Te wszystkie cechy czynią Europę bardzo atrakcyjną dla poszukiwań życia pozaziemskiego. Niestety, jeśli życie istnieje na Europie, to znajduje się ono pod kilkukilometrową warstwą lodu. To czyni jego badania szczególnie trudnymi. Astrofizyk Freeman Dyson proponował poszukiwanie orbitujących wokół Jowisza mrożonych ryb wybitych spod powierzchni lodów Europy na skutek uderzeń meteorytów. Jednak najlepszym sposobem na zbadanie, czy na Europie jest życie, byłoby wysłanie na jej powierzchnię sondy, która przedostanie się przez grubą warstwę lodu i zbada domniemany ocean, znajdujący się pod nim. Można mieć nadzieję, że taka sonda w ciągu najbliższych kilkudziesięciu lat faktycznie zostanie wysłana.



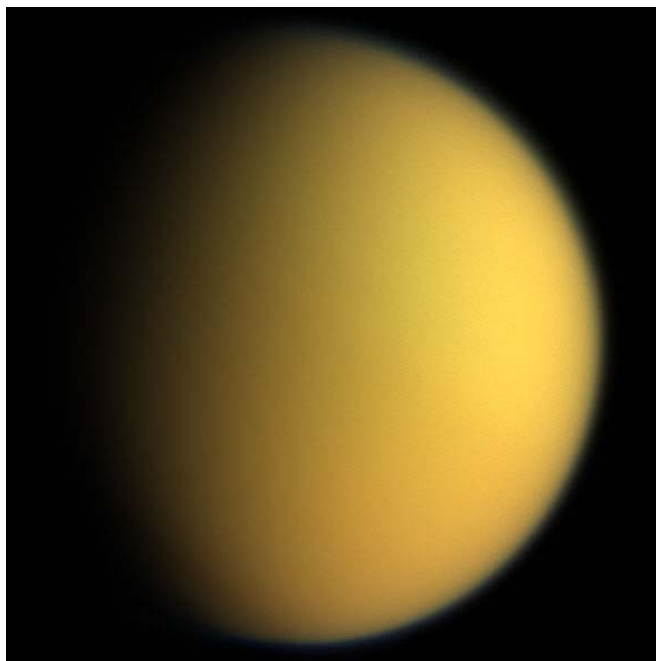
Europa – księżyc Jowisza. Na zdjęciu z sondy Galileo widać pęknięcia lodowej powierzchni księżycy

Kolejnym ciałem niebieskim naszego układu planetarnego, które cieszy się zainteresowaniem poszukiwaczy życia pozaziemskiego, jest planeta Mars. Mars jest mniejszy od Ziemi – jego masa stanowi 11% masy Ziemi, obiega Słońce w ciągu ok. dwóch ziemskich lat, a dzień marsjański trwa prawie tyle samo co ziemski (24 godziny i 37 minut). Mars posiada atmosferę, złożoną głównie z dwutlenku węgla z niewielką domieszką azotu, jednak ciśnienie na powierzchni planety wynosi jedynie 1% ciśnienia ziemskiego na poziomie morza, wobec czego, pomimo iż temperatury na Marsie wahają się pomiędzy -140 , a $+20^{\circ}\text{C}$, na Marsie nie może istnieć woda w stanie ciekłym. Za to na planecie występuje zarówno zestalony dwutlenek węgla, jak i wodny lód. Mieszanka tych dwóch rodzajów lodu tworzy czapy polarne w okolicach obu biegunów planety. Obecnie wiadomo prawie na pewno, że w odległej przeszłości, gdy Mars miał gęstszą atmosferę, na jego powierzchni występowała woda w stanie ciekłym. Świadczą o tym formy geologiczne obecne na powierzchni planety. Wobec tego, że Mars w przeszłości był najprawdopodobniej miejscem przyjaznym życiu, uczeni przypuszczają, że być może kiedyś istniało marsjańskie życie, a dziś warto szukać pozostałych po nim skamielin. Takie poszukiwania są prowadzone na powierzchni planety (eksplorowanej przez automatyczne sondy), ale istnieje również szansa na znalezienie ich w meteorytach pochodzących z Marsa. Kilka lat temu sensacje wzbudził właśnie taki, znaleziony na Antarktydzie, obiekt. Wiek meteorytu (ALH 84001) oceniono na ok. 4,5 mld lat. Okazało się, że zawiera on globulki węglanowe, struktury przypominające ziemskie skamieliny, a także związki organiczne przypominające te, które powstają na Ziemi podczas rozpadu organizmów żywych oraz minerały podobne do tych produkowanych przez niektóre bakterie na Ziemi. Po początkowym entuzjazmie stało się jednak jasne, że nie można stwierdzić z dużą dozą pewności, że meteoryt zawiera pozostałości marsjańskiego życia – struktury podobne do skamielin były tak małe, że wielu uczonych wątpiło, że mogą być pozostałościami żywych organizmów, a struktury węglanowe i inne związki znalezione w meteorycie mogą także powstać w wyniku procesów niezwiązanych z życiem. Poszukiwanie skamielin marsjańskiego życia to jedno, ale czy jest szansa na to, że na Marsie może obecnie coś żyć? Nie można tego wykluczyć. Jest pewna szansa na znalezienie życia pod powierzchnią planety (być może znajduje się tam woda w stanie ciekłym). Może pod lodem czap polarnych znajdują się zbiorniki z wodą, w których mogło utrzymać się życie? Na pewno warto prowadzić eksplorację Marsa pod kątem poszukiwań życia. Być może kiedyś dojdzie do skutku załogowa wyprawa na tę planetę, która otworzy zupełnie nowe możliwości badań.



Planeta Mars. Widoczna czapa lodowa nad jednym z biegunów. Zdjęcie z kosmicznego teleskopu Hubble'a

Europa i Mars to na pewno najlepsi kandydaci na „ożywione” ciała Układu Słonecznego, ale nie jedyni. Pod uwagę brany jest także Tytan – księżyc Saturna. Jest on nieco większy od Merkurego, posiada gęstą atmosferę złożoną głównie z azotu oraz węglowodorów. Na powierzchni Tytana znajdują się płynne węglowodory tworzące oceany i rzeki, stwierdzono również obecność lodu wodnego. Ciśnienie przy powierzchni jest 1,5 razy większe niż na Ziemi, a temperatura sięga poniżej -200°C . Bardzo możliwe, że na Tytanie występuje ogrzewanie pływowe, a wobec tego faktu, jest możliwe występowanie wody w stanie ciekłym (pod powierzchnią). Na Tytanie w roku 2005 wylądował ładownik Huygens, czas jego pracy był bardzo krótki (ok. godziny), ale był to na pewno dobry początek badań tego interesującego księżyca. Choć bowiem Tytan, ze względu na bardzo niskie temperatury, może wydawać się wyjątkowo nieprzyjaznym miejscem dla rozwoju życia, to z drugiej jednak strony obecność związków organicznych oraz szansa na występowanie na nim ogrzewania pływowego i ciekłej wody czynią z niego niezłego kandydata na kolebkę życia.



Tytan widziany przez sondę Cassini

Pewne nadzieje na znalezienie życia można wiązać także z Ganimesesem, kolejnym księżycem Jowisza, na którym, być może znajduje się podpowierzchniowy ocean ciekłej wody. Niektórzy mają nawet nadzieję, że w ekstremalnie gorącym i kwaśnym środowisku planety Wenus mogło rozwinąć się życie.

Jedno jest pewne – warto poszukiwać życia pozaziemskiego. Jego znalezienie byłoby jednym z największych odkryć ludzkości – pokazałoby, że życie jest powszechnym zjawiskiem, pojawiającym się wszędzie tam, gdzie tylko jest to możliwe. Jednak również wynik negatywny, tzn. nieznanie życia, pomimo stwierdzenia istnienia sprzyjających dla niego warunków, byłby interesujący, ponieważ sugerowałby z kolei, że życie może być fenomenem rzadkim i unikalnym. Miejmy zatem nadzieję, że na cel, jakim jest szukanie życia pozaziemskiego, nie zabraknie pieniędzy, ani chęci czy zapału.

Literatura

1. Donald Goldsmith, *W poszukiwaniu życia na Marsie*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2000.
2. Marcin Ryszkiewicz, *4 miliardy lat*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2007.
3. Paweł Artymowicz, *Astrofizyka układów planetarnych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995.



Obwody elektryczne i liczby zespolone

Jerzy Karczmarczuk

Zakład Informatyki, Uniwersytet w Caen, Francja

1. Wstęp

W *Fotonie* 94/2006 został opublikowany artykuł Jerzego Gintera „Obwody prądu przemiennego bez liczb zespolonych”. Czytelnik mógł zauważyć, że opis przebiegów natężenia i napięcia prądu zmiennego w tych obwodach wymaga elementarnych, ale często żmudnych rachunków trygonometrycznych oraz odrobiny rachunku różniczkowego i całkowego, które pozwalają powiązać natężenie z napięciem na okładkach kondensatora czy na zaciskach solenoidu.

Celem artykułu jest przedstawienie alternatywnego sformułowania tych rachunków, niewymagającego – na ogół – różniczkowania ani całkowania, oraz operującego funkcją algebraicznie prostszą niż trygonometryczne: funkcją wykładniczą. Przesunięcia fazowe itp., oblicza się wówczas prościej. Cena, którą trzeba zapłacić jest użycie **liczb zespolonych**, konstrukcji wykraczającej poza program licealny, ale które są wprowadzane od początku na *wszystkich studiach fizyki oraz technicznych na całym świecie*. Nie da się ich uniknąć i nie należy się ich obawiać, gdyż rachunki zespolone są stosunkowo proste i często bardzo zabawne. Wiele języków programowania ma wbudowane operacje na liczbach zespolonych, a w wielu innych możemy takie operacje łatwo skonstruować sami.

2. Co to są liczby zespolone

Celem tego zwięzłego wstępu jest jedynie dyskusja podstawowych własności algebraicznych tych obiektów matematycznych. Wszyscy „wiedzą”, że równanie $x^2 = -1$ nie ma rozwiązań. Ścisłej mówiąc, nie ma *rozwiązań rzeczywistych*. Jednak to „nieistnienie” rozwiązań ma podobny charakter jak brak rozwiązań równania $2x = 1$, jeśli ograniczyć się do liczb całkowitych, lub równania $x^2 = 2$, jeśli nie chcemy wyjść z dziedziny liczb wymiernych.

Matematycy mają jednak przywilej do tworzenia bytów nieoczywistych i obiekt $\sqrt{-1}$ pojawił się w nauce już bardzo dawno temu, pewne spekulacje można już znaleźć w literaturze starogreckiej. Poważniejsze prace sięgają XVI wieku (Cardano). W 1637 Descartes nazwał ten obiekt „liczbą urojona”.

Liczby te doczekały się trwałego obywatelstwa w matematyce dopiero 100 lat później, w czasach Eulera. W szczególności niezbyt przychylnie traktowano własność $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = -1$, która gwałciła uznane od dawna prawo $\sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{ab}$. Należało przyjrzeć się głębiej własnościom funkcji $\sqrt{}$ i uznać, że fakt iż pierwiastek kwadratowy jest funkcją dwuwartościową, np. $\sqrt{4} = \pm 2$, jest dość fundamentalny...

Liczbą zespoloną będziemy nazywać obiekt zapisywany jako $x+iy$, gdzie i jest naszą liczbą urojoną, $i = \sqrt{-1}$, a x i y są zwykłymi liczbami rzeczywistymi. (Inżynierowie często używają litery j zamiast i , gdyż I zwyczajowo oznacza natężenie prądu i obawiano się pomyłek). Liczby rzeczywiste można traktować jako zespolone z zerową częścią urojoną: $a = a + 0 \cdot i$.

Algebra tych liczb wygląda dość standardowo. Mnożenie przez liczbę rzeczywistą ma postać: $a(x + iy) = ax + iay$. Dodawanie i mnożenie spełniają następujące własności:

$$(a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d), \quad (1)$$

$$(a + ib) \cdot (c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc). \quad (2)$$

Odejmowanie wygląda podobnie jak dodawanie, dzielenie także jest łatwe. Wprowadźmy pojęcie sprzężenia zespolonego. Jeśli $z = x + iy$, liczbą doń sprzężoną będzie z definicji $\bar{z} = x - iy$. Łatwo sprawdzić, że $z\bar{z} = x^2 + y^2$ i jest liczbą rzeczywistą (brak członu z i). W związku z tym odwrotność liczby zespolonej możemy obliczyć następująco:

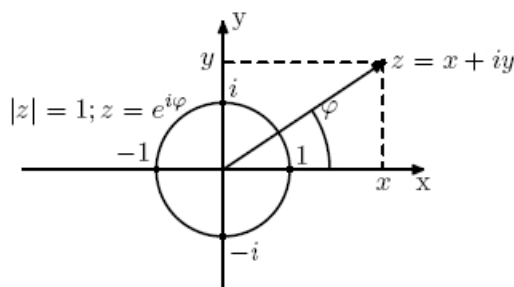
$$\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z\bar{z}} = \frac{x}{x^2 + y^2} - i \frac{y}{x^2 + y^2} \quad (3)$$

Stąd w oczywisty sposób wynika wzór na dzielenie $z/w = \frac{1}{w\bar{w}} \cdot z\bar{w}$. Liczbę rzeczywistą $|z| = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{x^2 + y^2}$ nazwiemy modułem, lub wartością bezwzględną liczby z . Liczbę $|z|$ określa się także jako *normę* z . Gdy spotykamy się po raz pierwszy z liczbami zespolonymi, jedną z pierwszych wątpliwości jest: a co będzie jeśli chcemy obliczyć \sqrt{i} ? Czy zmusi nas to do wprowadzenia kolejnych, jeszcze bardziej „urojonych” tworów? Otóż nie. Ciało liczb zespolonych jest *zupelne*, wielomian N -tego stopnia ze współczynnikami zespolonymi, posiada gwarantowanie N pierwiastków (zer; niekoniecznie różnych). I tak łatwo sprawdzić, że $\sqrt{i} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)$.

3. Interpretacje geometryczne liczb zespolonych i formuła Eulera

Możemy zadać pytanie: „gdzie leżą liczby zespolone”? Na osi rzeczywistej nie ma dla nich miejsca. Ponieważ strukturalnie liczba zespolona $z = x+iy$ zawiera tę samą informację co *para* liczb rzeczywistych (x, y) , naturalne było spostrzeżenie, że liczby te trzeba ułożyć w przestrzeni dwuwymiarowej, na płaszczyźnie. Pierwszym, który opisał tę interpretację, w 1799 roku, był Caspar Wessel, ale pewne rozważania można znaleźć już u Wallisa, sto lat wcześniej. Płaszczyznę zespoloną spopularyzował dopiero – wiele lat później – Gauss, mający olbrzymi wpływ na współczesnych. Często więc mówi się o płaszczyź-

nie Gaussa (choć i są tacy, którzy wolą mówić, jeszcze z innych historycznych powodów, o diagramie Arganda).



Rys. 1. Płaszczyzna Gaussa: $z = x + iy$

Okrąg na rysunku 1 przedstawia miejsce geometryczne liczb zespolonych o module równym jedności. Dowolną liczbę z możemy naturalnie przedstawić w postaci $z = |z| \cdot (\hat{x} + i\hat{y})$. Po wyłączeniu normy, część rzeczywista: \hat{x} i urojona: \hat{y} spełniają związek $\hat{x}^2 + \hat{y}^2 = 1$. Możemy z oczywistych względów napisać: $z = |z|(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$. Jednak można to zapisać prościej. Leonhard Euler wykazał, że następująca równość ma miejsce:

$$\cos(x) + i \sin(x) = e^{ix}, \quad (4)$$

dla dowolnej liczby x . Tak więc, $z = |z|e^{i\varphi}$. Kąt φ bywa nazywany argumentem albo fazą liczby zespolonej z .

Szczególną postacią formuły Eulera jest $e^{i\pi} + 1 = 0$, wzór, którego intuicyjnie pojąć nie sposób, ale który wiąże w jedno równanie 5 najważniejszych liczb w matematyce: 0, 1, i , e , oraz π . Dowodów formuły Eulera jest sporo, najprościej jest zauważyć, że funkcja $f(x) = e^{ix}$ równa jest jedności dla $x = 0$ i spełnia równanie różniczkowe $f'(x) = if(x)$. Dokładnie takie same własności ma funkcja $g(x) = \cos(x) + i \sin(x)$. Te dwie funkcje muszą więc być identyczne. Czytelnik zechce sprawdzić, że pochodna wyrażenia $(\cos(x) + i \sin(x))/\exp(ix)$ się zeruje, więc to wyrażenie jest stałą, która musi być równa 1.

Formuła Eulera ma sporo zastosowań. Pozwala wykorzystać funkcję wykładniczą zamiast trygonometrycznych, z późniejszą separacją części rzeczywistej i urojonej. Pozwala wyrazić potęgi $\cos(x)^n$ i $\sin(x)^n$ przez sinusy i kosinusy wielokrotnionego argumentu x dzięki tożsamościom: $\cos(x) = (e^{ix} + e^{-ix})/2$, oraz $\sin(x) = (e^{ix} - e^{-ix})/(2i)$. Pozwala obliczać takie nieintuicyjne wielkości jak i^i , sprawdźmy: $i^i = \exp\left(\frac{\pi}{2} i \cdot i\right) = \exp\left(-\frac{\pi}{2}\right)$. Formuła Eulera pozwala także zorientować się, co to jest logarytm z liczby zespolonej: $\log(z) = \log(|z|e^{i\varphi}) = \log(|z|) + i\varphi$.

4. Zespolony zapis prądu zmiennego

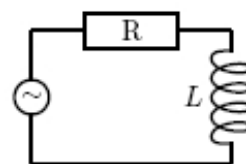
Przejdźmy teraz do opisu prądu zmiennego za pomocą liczb zespolonych. Jeśli zmienna siła elektromotoryczna w obwodzie wyraża się sinusem albo kosinusem (co jest konwencją), np.: $E = E_0 \cos(\omega t)$, przyjmijmy zapis $E = E_0 \exp(i\omega t)$ i w przypadku jeśli w końcu rachunków będzie nam potrzebna zależność liczbowa napięcia lub natężenia od czasu, wybierzemy wartość składowej rzeczywistej otrzymanego wyrażenia zespolonego. Wybór kosinusa lub sinusa do opisu zmian siły elektromotorycznej zależy od ustalenia fazy początkowej i zwykle nie ma znaczenia dla rachunków. Prawo Ohma i prawa Kirchhoffa funkcjonują dalej, tylko wzory wyrażające napięcia i natężenia prądu stają się zespolone i nie mają natychmiastowej interpretacji fizycznej. Jednak, zarówno część rzeczywista jak i składowa urojona tych wyrażeń są liczbami rzeczywistymi i ich interpretacja jest naturalna. Można zadać pytanie: jeśli fizyczne natężenie prądu jest równe $A \cos(\omega t)$, a my je zapisujemy w postaci zespolonej funkcji wykładniczej, to czemu fizycznie odpowiada część urojona, ale *nie należy* doszukiwać się „dziwnej” fizyki w technikach ściśle rachunkowych. Liczby zespolone w teorii elektryczności (a także w teorii fal elektromagnetycznych) są bardzo pożyteczne, ale są jedynie chwytem obliczeniowym. W tym przypadku część urojona odpowiadałaby po prostu innej konfiguracji dynamicznej, schematowi, w którym natężenie ma przesuniętą fazę w stosunku do kosinusa. (Dla porządku można wspomnieć, że w mechanice kwantowej sytuacja jest o wiele bardziej skomplikowana, tam podstawowe wielkości jak wektory stanów i podstawowe równania mają składowe zespolone od początku i ich interpretacja wymaga zupełnie innego spojrzenia na struktury matematyczne opisujące fizykę...)

5. Impedancje: zespolone oporności

Spadek napięcia na oporniku o oporności R jest równy $U_R = I \cdot R$, gdzie I jest natężeniem prądu. Ponieważ w przypadku indukcyjności pojawia się siła elektromotoryczna samoindukcji, związana z *pochođną natężenia*, co w przypadku kosinusoidalnego prądu zmiennego zamienia kosinus na sinus, okazało się, że najprościej to wyrazić przypisując solenoidowi *zespoloną „oporność”*: impedancję równą $ZL = i\omega L$.

Spadek napięcia na szeregowo połączonych LR przyjmie więc postać $U = IZ$, gdzie $Z = (R + i\omega L)$. Moduł tej wielkości wynosi $|Z| = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$. Zgodnie z formułą Eulera, faza wyraża się zależnościami trygonometrycznymi:

$$\cos(\varphi) = \frac{R}{|Z|}; \quad \sin(\varphi) = \frac{\omega L}{|Z|}; \quad \text{lub} \quad \text{tg}(\varphi) = \frac{\omega L}{R}. \quad (5)$$



Rys. 2. Obwód RL

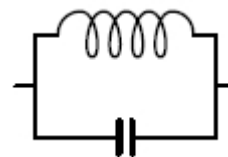
Jeśli natężenie prądu wyraża się wzorem $I = I_0 e^{i\omega t}$, natychmiast widać, że spowoduje to przesunięcie fazy napięcia względem natężenia: $U = I_0 |Z| \exp(i\omega t + \varphi)$, jak opisano w artykule J. Gintera. Ponieważ przy mnożeniu funkcji wykładniczych, wykładniki się po prostu dodają, obliczenie przesunięcia fazy nie wymaga kombinowania funkcji trygonometrycznych.

W podobny sposób opisujemy kondensatory w układzie. Każda pojemność C charakteryzuje się zespoloną impedancją $Z_C = \frac{1}{i\omega C} = -i/(\omega C)$. Tak więc w formułach opisujących obwód RLC, indukcyjność i pojemność wchodzi w postaci kombinacji $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$, jak we wzorach (31) – (35) u J. Gintera.

Wartość bezwzględna impedancji pojemnościowej jest odwrotnie proporcjonalna do pojemności, tj. duże kondensatory „przewodzą lepiej”, ale przesunięcie fazowe napięcia względem natężenia wynosi zawsze $\pi/2$.

6. Rezonans

Naszym celem jest jedynie zasygnalizowanie istnienia techniki liczb zespolonych w omawianej dziedzinie, kończymy więc szybko obliczając częstość rezonansową równoległego obwodu LC, jak na rysunku obok. Przy tej częstości, obwód zachowuje się jakby miał nieskończoną impedancję. Aby obliczyć tę impedancję w funkcji częstości, wystarczy zastosować wynikającą z prawa Kirchhoffa regułę: $1/Z = 1/Z_L + 1/Z_C$. Mamy więc



Rys. 3. Obwód LC równoległy

$$Z = i \frac{1}{\frac{1}{\omega L} - \omega C} = i \frac{\omega L(1 + \omega^2 LC)}{1 - (\omega^2 LC)^2} \quad (6)$$

Widzimy więc, że $\omega = 1/\sqrt{LC}$ jest częstością rezonansową, gdyż przy niej mianownik formuły (6) się zeruje. Obecność zwykłych oporności bocznikujących pojemność (upływności), zwykłego oporu solenoidu, itp., komplikuje nieco rachunki, ale pozostają one nadal łatwe.

Dzięki zastosowaniu liczb zespolonych zależności różniczkowo/całkowe między prądami i napięciami stały się czysto algebraiczne. Okazuje się, że taka algebraizacja jest możliwa również w przypadku, jeśli przebiegi prądowe w układzie nie są czysto sinusoidalne, ale dowolnie zmienne. Wymaga to zastosowania tzw. transformat Fouriera lub Laplace'a do funkcji opisujących te przebiegi, ale to już jest inna historia. Zainteresowanych odsyłam do podręczników analizy matematycznej i elektrotechniki.



Rewolucja w nauczaniu według noblisty Kennetha G. Wilsona

Zofia Gołąb-Meyer

W dniach 16 i 17 listopada gościł w Krakowie na Uniwersytecie Jagiellońskim i w siedzibie PAU wybitny fizyk teoretyk, laureat Nagrody Nobla z 1982 roku, profesor Kenneth G. Wilson. Otrzymał on Nagrodę Nobla jako młody, 46-letni uczony. Uzyskane przez niego rezultaty dotyczące badania zjawisk krytycznych towarzyszących przejściom fazowym, znalazły zastosowanie w wielu działach fizyki teoretycznej, co niewątpliwie było dla niego źródłem satysfakcji i motorem dalszej intensywnej pracy naukowej. Pomimo spektakularnych sukcesów w fizyce teoretycznej Kenneth Wilson już w 1988 roku uznał problemy edukacji za tak ważne, że zaangażował się z pasją i z poczuciem misji w reformę edukacji w Stanach Zjednoczonych. Jako rasowy fizyk teoretyk zapragnął rozwiązać problem globalnie, tworząc system szkolny maksymalnie efektywny, a zarazem możliwy do realizacji pod względem ekonomicznym.

Wilson słusznie zauważył, że współczesna szkoła, która działa wedle niezwykle świątłych i nowatorskich kiedyś zasad pedagogicznych Comeniusa, nie spełnia już swej roli. Sytuacja, w której „wszechwiedzący” nauczyciel stoi przed klasą i przekazuje jej swoją wiedzę, nie jest modelową sytuacją, w jakiej będą się znajdować uczniowie po ukończeniu szkoły.

Będą oni bowiem żyć w świecie, w którym liczy się praca zespołowa, w którym ważna jest umiejętność uczenia się przez całe życie.

Niektóre z jego propozycji były znane już wcześniej. Wiadomo też, jakie warunki muszą być spełnione, by funkcjonowały w praktyce. Na przykład wiemy kiedy, w jakich warunkach, możliwe jest zindywidualizowane nauczanie, dopasowane do możliwości i potrzeb ucznia. Jest ono bardzo drogie i wymaga wielu wysokiej klasy nauczycieli. Ich liczba musi być porównywalna z liczbą uczniów. Wilson widziałby rozwiązanie problemu poprzez zaangażowanie do nauczania starszych kolegów, uczniów i studentów. W ten sposób potencjalny przyszły nauczyciel terminowałby już w szkole. Potrzeba uczenia się od siebie nawzajem to jeden z kluczowych elementów filozofii edukacji Wilsona. Tego typu praktyki, choć nie powszechne, zdają doskonale egzamin, ale jak na razie tylko w bardzo ograniczonym zakresie. Aby to zmienić, należy inaczej kształcić nauczycieli, tak aby już ucząc współpracowali ze sobą, wizytowali swoje lekcje.

Tworzenie wiodących szkół z zamiarem ich „kaskadowego” powielania też nie ma miejsca w praktyce. Profesor Wilson widzi w tym mechanizmie sposób na objęcie reformą wszystkich szkół. Niestety, inaczej niż w fizycznej reakcji łańcuchowej, występuje efekt wysycenia, lub wręcz zaniku propagowanych

w kaskadzie idei i metod. Dzieje się tak na skutek dużego oporu społecznego. Wiele bardzo dobrych idei, jak np. szkoły *Montessori*, nie powstaje lawinowo. Za opór przy szerzeniu się w szkołach nowych metod edukacyjnych być może odpowiedzialne jest to, co profesor Staruszkiewicz nazywa upadkiem „wyższej kultury” (wykład w *Ignatianum* na konferencji „Granice poznania w fizyce”, czerwiec 2010, *Foton* 110, 2010).

Misyjna działalność profesora Wilsona dostarcza drogowskazu, jak z różnorodności aktywności szkolnych, nowych trendów i inicjatyw wybierać te, które doprowadzą do rewolucji w nauczaniu. Można mieć nadzieję, że sprawdzające się pomysły edukacyjne, obecnie z trudem torujące sobie uznanie i z wielkimi oporami naśladowane, zaczną nagle być powszechne. Społeczeństwo dojrzejże do nich. W dzisiejszych czasach dobre wykształcenie, korzystanie z dóbr kultury nie cieszą się społecznym prestiżem. Może się to w przyszłości zmienić. Do Polski Wilson przyjechał, aby dyskutować o realizacji swoich wizji.

Profesor Wilson przebywał w Polsce również w 1994 roku. Udzielił wtedy obszernego wywiadu Magdalenie Staszek (*Postępy Fizyki*, UW, Warszawa) i Zofii Gołąb-Meyer (*Foton*, IF UJ). Wywiad został zamieszczony w *Postęпах Fizyki*, tom 46, zeszyt 5, 1995, s. 485. Wilson zainteresował się sprawami dydaktyki w 1988 roku, gdy przeniósł się na uniwersytet w Ohio. Jak mówił, praca w programie *Discovery* była dla niego tak ważna, iż odłożył na bok wszystkie inne sprawy.

W przeprowadzonym wywiadzie zapytałyśmy profesora Wilsona nie tylko o jego wizję reformy nauczania, organizacji szkoły, lecz również o jego własne lata szkolne. Wilson był niewątpliwie „cudownym dzieckiem”. Rodzice naukowcy (ojciec był profesorem chemii fizycznej na uniwersytecie Harvarda) bardzo dbali o jego wykształcenie. Posyłali go do najlepszych, ich zdaniem, szkół. Przypomnijmy, co profesor Wilson sam mówił na ten temat w wywiadzie:

Z pewnością nie jestem zadowolony ze swojej własnej edukacji. Rozpocząłem naukę w szkole dwuizbowej; pierwsze trzy klasy mieściły się w jednej izbie, pozostałe trzy w drugiej. Gdy byłem w trzeciej klasie, umiałem oczywiście wszystko, czego uczono w pierwszej izbie, i tylko „rozrabiałem”, ponieważ nauczycielka nie wiedziała, jak mnie wykorzystać w taki sposób, żeby pobyt w szkole był dla mnie nadal interesujący. Uzgodniła więc z moim i rodzicami, że przeniosę się do drugiej izby, do czwartej klasy. Rodzice sami nauczyli mnie pisemnego dzielenia.

Nie cierpiałem szkoły średniej. To był najgorszy okres w mojej edukacji. Chodziłem do prywatnej szkoły. Dziwię się mojej rodzinie, że właśnie ją wybrała dla mnie. Nigdy nie miałem odwagi spytać, dlaczego mnie tam posłano. Ale to wyraźnie nie zdało egzaminu.

Moje wykształcenie z matematyki i przedmiotów przyrodniczych było bardzo dobre, ale wyniosłem je głównie z domu, w małym stopniu ze szkoły. Natomiast nie nauczono mnie w szkole ani pisania, ani języków obcych. Zacząłem naukę gry na oboju, ale nie nauczyłem się tyle, ile trzeba. Potem spędziłem rok w Anglii, gdyż moi rodzice przyjechali na rok do Oksfordu, i przez rok uczyłem się greki. W sumie było to smutne. Nauczyciel był zadowolony, ja też byłem zadowolony i zdobyłem nawet nagrodę za grekę. Musiałem jednak przerwać naukę po roku i do tej pory bardzo tego żałuję.

[...] od klasy piątej do ósmej byłem uczniem prywatnej szkoły podstawowej Shady Hills School w Cambridge (Massachusetts). Uczyli w niej specjalnie kształceni nauczyciele. W szkole tej młodszy nauczyciele terminowali u starszych. Najlepiej pamiętam z tego okresu projekt, w ramach którego budowałem silnik parowy. Pamiętam kilkuletnią pracę w warsztacie nad tym projektem. Każdy z nas miał zbudować mały silnik parowy. Błyszczały one mosiądzem. Byłem ze swojego tak dumny, że ustawiłem go w domu na honorowym miejscu. Ciekawe, że to wspomnienie jest najwyraźniejsze, choć mam też kilka innych. Dopiero teraz, gdy zajmuję się badaniami edukacyjnymi, widzę, że ta szkoła miała prawdopodobnie znacznie większy wpływ na moją własną karierę niż mi się zdaje. Musiałbym jednak rozpocząć oddzielne badania, aby dociec, jak wyglądało tam nauczanie za moich czasów, i związać to z czymkolwiek w mojej dalszej karierze. Ale być może wpływ tej szkoły na moje późniejsze osiągnięcia był nietrywialny. Nie sądzę, by późniejsze szkoły miały na mnie jakiś wpływ. Nawet rok w Anglii był zbyt krótki, żeby wywrzeć jakiś większy wpływ. Tak więc następnym, naprawdę istotnym krokiem był Harvard.

Dąsałem się przez całą szkołę średnią. W końcu przeskoczyłem kolejną klasę i rozpocząłem studia na Uniwersytecie Harvarda dwa lata wcześniej niż moi rówieśnicy.

Co się tyczy reformy nauczania w szkołach, to też zacytujmy profesora Wilsona:

[...] konieczny jest proces stałego, ciągłego doskonalenia. Mogę wskazać cztery takie procesy, które muszą zachodzić jednocześnie. Musimy mieć przebudowę, a to oznacza przebudowę programów nauczania, przebudowę materiałów, przebudowę sposobu kontroli wiadomości itd. Trzeba oceniać skuteczność programów, potem je przebudować, znowu ocenić i znowu przebudować. Nauczyciele muszą zacząć się uczyć jedni od drugich. Muszą odbywać się lekcje pokazowe, czy inaczej mówiąc koleżeńskie, na których nauczyciele uczą się jedni od drugich podczas prawdziwego procesu nauczania. To tak jak z lekcją muzyki, kiedy człowiek uczy się lepiej grać słuchając gry swego nauczyciela i rozmawiając z nim o wykonaniu utworu.

Kiedy to już nastąpi i nauczyciele będą mogli się uczyć od najlepszych nauczycieli w kraju czy na świecie, tak jak muzyk mógłby uczyć się od Yashy Heifetza czy Paderewskiego, wówczas praktyczne umiejętności będą się zwiększać z dekady na dekadę.

Badania edukacyjne, rzeczywiste podstawowe badania tego jak ludzie się uczą, są kolejnym składnikiem ciągłego doskonalenia. Wszystko to ruszy z miejsca, gdy nastąpi zmiana paradygmatu, na sposób kopernikański.

Mam nadzieję, że za życia większości nauczycieli rozpocznie się ogólnoświatowy ruch profesjonalizacji nauczania, i że każdy polski nauczyciel będzie mógł w nim uczestniczyć.



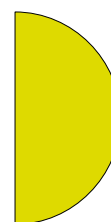
fot. S. Głazek



Odgłosy z jaskini (18) Brzuchem do góry

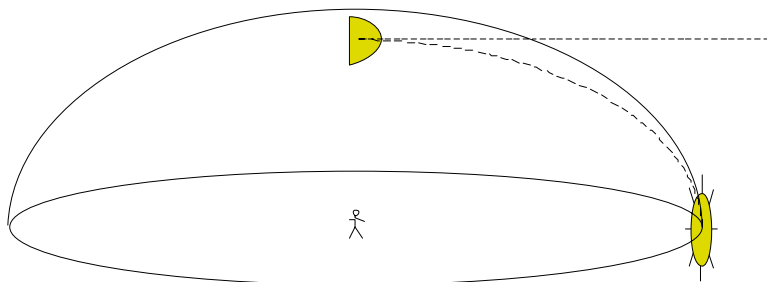
Adam Smólski

Czy Szanowni Czytelnicy zauważyli, że sierp Księżyca swoim brzuchem wcale nie wskazuje kierunku, w którym znajduje się Słońce? To znaczy w rzeczywistości wskazuje, tylko my to widzimy w sposób zniekształcony. Słońce jest pod horyzontem, a brzuch Księżyca wypina się wcale nie w dół, ale gdzieś w bok, celując w próżnię. Wiosną, pod koniec marca, Słońce zachodzi około szóstej po południu i właśnie o szóstej góruje Księżyc w pierwszej kwadrze. Trzymając głowę prosto, widzimy go wtedy tak:



A jest on wtedy szczególnie wysoko na niebie! Oś symetrii półkola, prowadzona w wyobraźni równoległe do powierzchni Ziemi, przebiega wysoko nad horyzontem, który przecież nie wydaje się daleki i Słońce też nie.

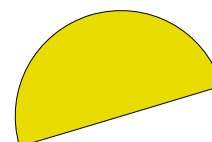
Złudzenie wynika oczywiście stąd, że patrząc z Ziemi nie oceniamy prawidłowo odległości do obiektów astronomicznych – to, co oglądamy, to ich rzuty na dość niski nieboskłon. Wyobraźmy sobie półkolistą lampę na suficie elipsoidalnej kopuły – będzie się nam wydawać, że oś lampy wybiega gdzieś poza sufit!



To wszystko wiąże się z zadaniem, które, szykowane do Lwiątko, nigdy w nim nie poszło jako zbyt trudne (i wymagające wcześniej poczynionych obserwacji). Więc już nie pójdzie i można je zdekonspirować:

Mieszkając w Polsce, Księżyc w narysowanej pozycji (trzymamy głowę prosto) można zobaczyć

- A. tuż przed wschodem Słońca,
- B. tuż po zachodzie Słońca,



- C. około północy,
- D. w dzień,
- E. nigdy tak nie można zobaczyć Księżyca.

Myszę, że przeczytawszy to, co wcześniej, Czytelnicy sami znajdą odpowiedź. Nie E!



KOMUNIKAT

First Step to Nobel Prize in Physics **Pierwszy krok ku Nagrodzie Nobla z Fizyki**

Prof. dr hab. Henryk Szymczak
Instytut Fizyki PAN, Warszawa

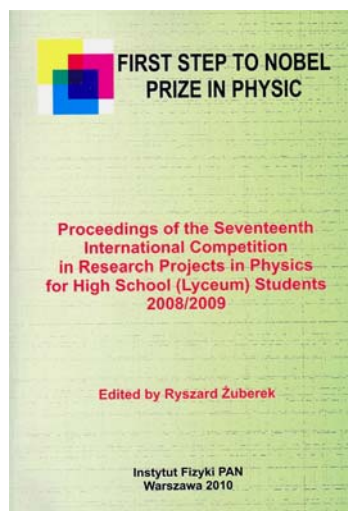
Institute of Physics, Polish Academy of Sciences (Warsaw – Poland), announces The Nineteenth International Competition

FIRST STEP TO NOBEL PRIZE IN PHYSICS

This is an International Competition in Physics Research Projects for High School (Lyceum) Students. The competition targets high school (lyceum) students who are interested in physics and are willing to perform their own research works in physics. At times, their results are very interesting and valuable. The Institute of Physics (in the Polish Academy of Sciences) organizes the nineteenth competition in the 2010/2011 academic year, and invites the participation of students based on the rules given in the Internet. The title of the competition expresses dreams of all the physicists, especially of young physicists. We, however, feel necessary to underline that the FIRST STEP is a quite independent competition, without any links to any Nobel institution.

www.ifpan.edu.pl/firststep

<http://info.ifpan.edu.pl/firststep>





KRONIKA

90 lat PTF – uroczysta sesja

Wiesław Kamiński

Prezes PTF

11 kwietnia 1920 roku zebrali się na Politechnice Warszawskiej Założyciele z Krakowa, Lwowa, Poznania, Warszawy i Wilna, żeby – jak mówił w pięknym wystąpieniu jeden z najznakomitszych fizyków polskich profesor Władysław Natanson – „[...] gorliwie i wiernie służyć Narodowi naszemu [...] przyczynić się do postępu i, da Bóg, do rozkwitu Narodu, [...] spełniać nasz obowiązek względem przyszłych jego pokoleń”. Tak czuli, i tak myśleli, i tak działali Założyciele Polskiego Towarzystwa Fizycznego. I temu przesłaniu przez wszystkie dziesięciolecia Towarzystwo pozostawało wierne, angażując się w pracę dla pomyślnego bytu kraju.



Władysław Natanson

Fizyka, kluczowy element nauki i cywilizacji, pozwala zrozumieć głęboko ukryte mechanizmy całej złożoności mikro- oraz makroświata. Jej prawa wprężnięte w technikę stały się skutecznym narzędziem rozwoju społecznego. Spoglądając w przeszłość możemy bez obawy pomyłki przewidywać istotną rolę fizyki w sprostaniu wyzwaniom nadchodzących lat związanym na przykład z zaopatrzeniem w bezpieczną i tanią energię oraz z wytwarzaniem nowych materiałów i innowacyjnych technologii na potrzeby gospodarki, zdrowia i środowiska. Polskie Towarzystwo Fizyczne, zrzeszające obecnie ponad 1500 fizyków polskich, stara się realizować te wszystkie cele i zadania z najwyższym zaangażowaniem.

Dziewięćdziesiąt lat służby Polsce to dobra okazja przypomnienia dokonań fizyki polskiej i Polskiego Towarzystwa Fizycznego oraz pochwalenia się świadectwami uczestnictwa w budowie społeczeństwa obywatelskiego. Sesja „90 lat Polskiego Towarzystwa Fizycznego”, która odbyła się 17 grudnia br., była okazją do spotkania i wspólnego uczczenia rocznicy tamtej ważkiej decyzji naszych Założycieli.



Tablica wmurowana w Instytucie Fizyki Politechniki Warszawskiej



KRONIKA

Małopolska Noc Naukowców w I LO w Tarnowie

Marek Lipiński

Nauczyciel I LO w Tarnowie

Małopolska Noc Naukowców, cykliczna impreza o zasięgu wojewódzkim i ogólnopolskim, po raz kolejny zorganizowana została również w I LO w Tarnowie, przekształcając pracownie szkolne w mini-eksploratoria naukowe otwarte dla każdego bez względu na wiek.

W tym roku pod hasłem: „**Słyszałem i zapomniałem, widziałem i zapamiętałem, zrobiłem i zrozumiałem**”, sześćdziesięciu uczniów klas matematyczno-fizycznych i biologiczno-chemicznych oraz absolwenci z lat ubiegłych przygotowali pokazy i doświadczenia interaktywne z fizyki i astronomii, chemii i biologii, a także salę z zagadkami, szaradami i łamigłówkami matematycznymi i zręcznościowymi oraz wystawę grafik ze złudzeniami optycznymi i wystawę fotogramów pt. „Fotografujemy zjawiska i doświadczenia fizyczne”. Uczniowie demonstrowali eksperymenty, służyli pomocą przy wykonywaniu doświadczeń, wyjaśniali zawilości wielu praw przyrody, byli przewodnikami w nowym i nieznanym dla wielu odwiedzających świecie nauk przyrodniczych.

Do największych atrakcji należały pokazy chemiczne i doświadczenia z ciekłym azotem wykonywane pod tablicą Karola Olszewskiego, absolwenta Gimnazjum w Tarnowie z 1866 r., profesora UJ, który wspólnie z Zygmuntem Wróblewskim, jako pierwszy na świecie, w 1833 r. skroplił składniki powietrza: tlen i azot.



A gdy zapadła noc do akcji wkroczyli astronomowie, których teleskopy pozwalały spojrzeć na tarczę Księżyca w pełni oraz na cztery tzw. galileuszowe księżyce Jowisza. Nawet kilkanaście minut oczekiwania w kolejce do teleskopu nikogo nie zniechęcało.

Nad organizacją poszczególnych działów czuwali: Beata Chumińska (biologia), Irena Jodłowska i Renata Żywiec (matematyka), Wiesław Rejkowicz (fizyka), Tadeusz Sypek (astronomia) i Mirosław Ilków (chemia), całość koordynował Marek Lipiński.

W ciągu kilku wieczornych godzin pracownie I LO odwiedziło ok. 1200 osób w różnym wieku. Najmłodszy uczestnicy to kilkuletnie dzieci przyprowdzone przez rodziców. Autokarem przyjeżdżały całe klasy z terenu powiatu tarnowskiego, odwiedzili nas również gimnazjaliści i licealiści oraz seniorzy ciekawi świata przyrody, których można byłoby zakwalifikować jako uczestników uniwersytetu III wieku.





KRONIKA

Jesienna Szkoła Borowice 2010

Stanisław Jakubowicz

Wydział Nauk Technicznych DSW

Wydział Nauk Technicznych DSW we współpracy z – grupującym najaktywniejszych nauczycieli fizyki – niezależnym Tajnym Komitetem Organizacyjnym wraz z Ogólnopolską Szkołą Informatyki „CompuTrain S.A.” z Warszawy, Centrum Nowych Technologii Akademickich z Wrocławia i Okręgową Komisją Egzaminacyjną we Wrocławiu – tradycyjnie zorganizował Jesienną Szkołę „Problemy Dydaktyki Fizyki w Borowicach”. W tym roku Szkoła zaistniała pod nieco zmienioną nazwą: Jesienna Szkoła Borowice 2010.

Więcej szczegółów można znaleźć na stronie Jesiennych Szkół <http://www.borowice.cnta.pl>, wybierając rocznik „2010” i np. „Biuletyn”.

Oto co było przedmiotem Jesiennej Szkoły Borowice 2010, która odbywała się od 9 do 12 listopada 2010 w Ośrodku Hottur w Borowicach:

Stanisław Jakubowicz: *Zaczęło się w Bernie 16 lat temu.*

Ludwik Lehmann: *Jak naprawdę rozchodzi się światło.*

Seminarium TKO Iwona Gawor: *Wspomnienia z wakacji, czyli zaproszenie na Krym.*

Alicja Wojtyła-Jodko: *Eksperymenty interakcyjne.*

Wojciech Małecki: *Nauczyciel (nie tylko fizyki) wczoraj, dziś i jutro?*

Grzegorz Sęk: *O Słońcu można nieskończenie.*

Dorota Jurdzińska: *Informatyka wspomaga fizykę, fizyka wspomaga informatykę.*

Dobromiła Szczepaniak: *Spotkania z Rogersem, czyli nauczyciele nauczycielom (I).*

Maria Rut-Marcinkowska: *System szkolny we Francji.*

Grażyna Generowicz: *Pobyty w CERN i w Dubnej.*

Beata Krywult Szczudło: *Edukacyjna wartość dodana jako miara efektywności pracy szkoły.*

Krzysztof Gębura: *Gitara i komputer w nauczaniu akustyki.*

Stanisław Jakubowicz: *Czego moi studenci nauczyli się od Wojtka D.?*

Wojciech Dindorf: *Doświadczenia z ZamKorem – nowe płyty.*

Seminarium TKO Wojciech Dindorf: *Fizyka wierszem wykładana.*

Sesja terenowa – Andrzej Rolewicz.

Wiesława Idziak: *Uczniowskie plakaty dydaktyczne – wystawa.*

Dobromiła Szczepaniak: *Spotkania z Rogersem, czyli nauczyciele nauczycielom (II)*.

Tomasz Greczyło: *Szkola Kluczowych Kompetencji – ponadregionalny program rozwijania umiejętności uczniów szkół ponadgimnazjalnych Polski centralnej i południowo-zachodniej*.

Grażyna Generowicz, Kazimierz Paprzycki: *SONDA – skomputeryzowane oprzyrządowanie nowoczesnego dydaktyka*.

Anna Gilarska, Wiesława Idziak: *Uczniowskie wizyty w CERN i Dubnej*.

Jarek Majko: *Paradoksy STW i informatyki kwantowej*.

Lucyna Gut: *Efekt termoelektryczny w ogniwie Peltiera*.

Małgorzata Masłowska: *Doświadczenia z mojej walizki*.

Danuta Latos: *„Catwalk między wiśnią a mirabelką” oraz PIMPu ciąg dalszy. Seminarium TKO*.

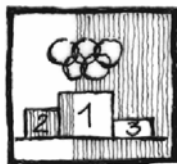
Andrzej Rolewicz: *Fizyka w gimnazjum po dwu latach funkcjonowania nowej podstawy*.

Tomasz Greczyło: *„Z mojej walizki”; „Coach 6 – nowa odsłona znanego programu”*.

Wiesława Idziak: *Psychologiczne aspekty procesu widzenia*.

Apolinary Zieliński: *Fascynujące kształty natury*.





Otwarty Międzyszkolny Konkurs Fizyczny 2011

Helena Nazarenko-Fogt

Już po raz siódmy Liceum Ogólnokształcące nr X we Wrocławiu, Politechnika Wrocławska oraz Wydział Fizyki i Astronomii Uniwersytetu Wrocławskiego organizują Otwarty Międzyszkolny Konkurs Fizyczny.

Tegoroczna edycja Konkursu odbywa się pod patronatem honorowym Dolnośląskiego Kuratora Oświaty, a nagrodami są indeksy obu uczelni (Konkurs spełnia kryteria olimpiady przedmiotowej).

- W konkursie mogą brać udział uczniowie liceów ogólnokształcących, liceów profilowanych i techników.
- Konkurs jest trzyetapowy:
 - I etap – szkolny,**
 - II etap – międzyszkolny,**
 - Finał konkursu.**
- **I etap szkolny** – szkoły przeprowadzają we własnym zakresie, wyłaniając **dwóch** reprezentantów szkoły.
- Nazwiska i imiona zwycięzców etapu szkolnego oraz nazwiska ich opiekunów należy zgłosić organizatorom **do 1 lutego 2011** w następujących formach:
 - zgłoszenie pisemne na adres:

Helena Nazarenko-Fogt
Liceum Ogólnokształcące nr X
51-109 Wrocław, ul. Pieszka 1
 - zgłoszenie w formie elektronicznej na adres:
H.Nazarenko@lo10.wroc.pl
- **II etap międzyszkolny** – odbędzie się **10 lutego 2011 r.** o godzinie 10:00 w Liceum Ogólnokształcącym nr X we Wrocławiu.
- **Finał konkursu** odbędzie się **16 marca 2011r** w auli Liceum Ogólnokształcącego nr X we Wrocławiu. Początek o godzinie 9:00.
- Uczestnicy finału przysyłają w formie elektronicznej na adres: H.Nazarenko@lo10.wroc.pl temat referatu, jego streszczenie oraz wykaz potrzebnego sprzętu audiowizualnego **do 9 marca 2011**.
- Jury konkursu może przyznać:
 - Nagrodę Główną dla najlepszego uczestnika finału,
 - tytuł Laureata – dla najwyższej trzech uczestników finału,
 - tytuł Finalisty – dla pozostałych uczestników finału.

- Laureaci i Finaliści Konkursu, wyłonieni przez jury, otrzymają nagrody, których fundatorami są: Urząd Marszałkowski Województwa Dolnośląskiego, Politechnika Wrocławska, Wydział Fizyki i Astronomii Uniwersytetu Wrocławskiego, Urząd Miejski Wrocławia.
- Nagrodami są:
 - indeks studenta Politechniki Wrocławskiej (dowolnego wydziału z wyjątkiem Architektury – wymagany dodatkowy egzamin z rysunku),
 - indeks Wydziału Fizyki i Astronomii Uniwersytetu Wrocławskiego; kierunki: astronomia fizyka i fizyka techniczna – dla wszystkich Finalistów Konkursu,
 - nagrody książkowe i rzeczowe.

Szczegółowe informacje i załączniki można znaleźć pod adresem:

<http://www.lo10.wroc.pl/loxx/index.php?poz=78>

Dodatkowych informacji udziela Helena Nazarenko-Fogt tel.: 692-675-926;

e-mail: H.Nazarenko@lo10.wroc.pl



WYSZUKANE W INTERNECIE

Uderzenie pioruna

<http://www.gifbin.com/982185>

Zabawna piosenka o pożytkach z nauki matematyki

<http://www.youtube.com/watch?v=9CV0GcKz2gM>

Polsko-Ukraiński Konkurs Fizyczny

LWIAŃTKO 2011

28 marca 2011 r.

Lwiątko, rodem ze Lwowa,
to konkurs fizyczny dla uczniów,
powołany do życia w 2001 roku
dokładnie na wzór matematycznego Kangura.
W Polsce od 2003 roku.
Zapraszamy do udziału!
Informacje, zgłoszenia oraz zadania z ubiegłych lat
na stronie internetowej:



www.lwiatko.org

Organizator: Stowarzyszenie Absolwentów i Przyjaciół V Liceum Ogólnokształcącego
im. Augusta Witkowskiego w Krakowie

Patronat Honorowy:

Sponsorzy:

