

Zadania Borysa Korsunsky'ego

Physics Challenge for Teachers and Students

Tłumaczył Mateusz Wojtaszek

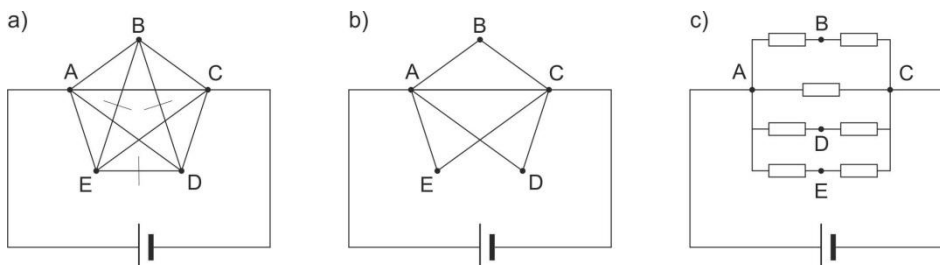
1. Kocia kołyska (The Cat's Cradle, *The Physics Teacher*, Vol. 48, April 2010)

Zadanie:

Danych jest 2010 punktów na gigantycznej płycie elektronicznej. Dowolny punkt jest połączony bezpośrednio z każdym z pozostałych za pomocą przewodu o oporze R . Znajdź opór r pomiędzy dowolnymi dwoma punktami.

Rozwiązanie:

Rozpatrzmy najpierw przypadek prostszy, z pięcioma punktami. Pentagram (rysunek poniżej) jest podłączony do źródła stałego napięcia w punktach A i C. Pozostałe punkty (B, D oraz E) mają jednakowy potencjał – wynika to z założenia, że wszystkie punkty są z sobą bezpośrednio połączone. Skoro punkty B, D oraz E mają jednakowy potencjał, to przez kable je łączące nie przepływa prąd elektryczny. Wystarczy więc, że będziemy rozpatrywać połączenia równoległe czterech gałęzi pomiędzy punktami A i C. Jedno z nich ma opór R , a pozostałe trzy opór $2R$.



W przypadku n punktów istnieje $n - 1$ gałęzi połączonych równoległe pomiędzy dwoma punktami. Wśród nich jedna ma opór R , a pozostałe $(n - 2)$ opór $2R$. Opór pomiędzy dwoma dowolnymi punktami można obliczyć stosując równanie na opór zastępczy oporników połączonych równoległe:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} + (n-2)\frac{1}{2R},$$

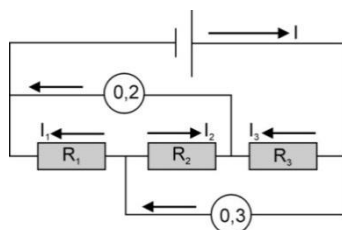
a po kilku prostych przekształceniach otrzymujemy: $r = \frac{2}{n} R$.

Dla $n = 2010$ otrzymujemy $r = \frac{R}{1005}$.

2. Zamiana rezystorów (Bait and Switch, *The Physics Teacher*, Vol. 49, April 2011) [zadanie oryginalnie autorstwa A. Zilbermana opublikowano w czasopiśmie „Kvant” (9) 1988, s. 37]

Zadanie:

Obwód elektryczny (rysunek poniżej) zawiera ogniwo o pomijalnie małym oporze wewnętrznym, trzy oporniki (R_1 , R_2 , R_3) i dwa idealne¹ amperomierze. Odczyty amperomierzy wynoszą odpowiednio 0,2 A i 0,3 A. Po zamianie miejscami dwóch oporników amperomierze nadal wskazują takie same wartości jak wcześniej. Oblicz natężenie prądu I płynącego w obwodzie.



Rozwiązanie:

Jeżeli amperomierze są idealne, to można przyjąć, że oporniki są połączone z sobą równolegle. Wtedy ich opór zastępczy dany jest wzorem:

$$\frac{1}{R_C} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$R_C = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

Z symetrii układu oraz z wiedzy, iż wartości odczytane na amperomierzach są różne, wynika, że wartości oporów R_1 oraz R_3 nie są identyczne. Innymi słowy, jeżeli zamienimy miejscami oporniki R_1 oraz R_3 wartości natężenia prądu odczytywane przez amperomierze również się zmienią. Mamy więc dwie możliwości: albo $R_1 = R_2$ – wtedy przy ich zamianie wartości natężenia prądu mierzone przez amperomierze nie zmieniają się, albo $R_2 = R_3$ – wtedy również ich zamian miejscami nie wpłynie na wartości odczytywane na amperomierzach.

Dwa możliwe rozwiązania są następujące:

- Jeżeli $R_1 = R_2$, to $I_2 = I_1 = 0,15$ A oraz $I_3 = 0,05$ A. Wtedy natężenie prądu baterii wynosi $I_1 = 0,35$ A.
- Jeżeli $R_2 = R_3$, to $I_2 = I_1 = 0,1$ A oraz $I_3 = 0,2$ A to natężenie prądu baterii wynosi $I = 0,4$ A.

¹ W idealnych amperomierzach rezystancja wewnętrzna jest nieskończenie mała (przypis tłumacza).