



## Uwagi o „masie relatywistycznej”

Krzysztof Fiałkowski  
Instytut Fizyki UJ

Jak wiadomo, Einstein wprowadził pojęcie „masy relatywistycznej”  $m = m_0\gamma$ , czyli iloczynu „zwykłej” masy i tzw. czynnika  $\gamma$  Lorentza, danego wzorem

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Przy użyciu tego pojęcia można zapisać prosto pęd i energię w szczególnej teorii względności

$$\vec{p} = m\vec{v}, \quad E = mc^2,$$

gdzie  $\vec{v}$  jest „zwykłym” wektorem prędkości, a  $c$  wartością prędkości światła w próżni. Dlatego wielu autorów podręczników do lat sześćdziesiątych XX wieku chętnie używało „masy relatywistycznej”.

W ostatnich trzydziestu latach pojęcie to wyszło jednak praktycznie z użycia wśród fizyków. Przyczyna jest bardzo prosta: wszystkie wzory muszą być zapisane w formie jawnie współzmienniczej (kowariantnej), więc powszechnie używa się jedynie wielkości, które mają określone własności transformacyjne przy transformacji Lorentza: skalarów, składowych czterowektorów i czterotenorów, a nie wielkości, w które przechodzą one przy małych wartościach prędkości. Zatem „zwykła prędkość” nie jest używana w fizyce relatywistycznej, zastąpiły ją składowe „czteroprędkości” zdefiniowanej wzorem

$$u_\mu = \frac{dx_\mu}{d\tau},$$

gdzie składowe czterowektora położenia w czasoprzestrzeni różniczkujemy po skalarnym „czasie własnym”  $\tau$ . Jest to czas w układzie spoczynkowym cząstki, związany ze „zwykłym” czasem  $t$  wzorem  $t = \tau\gamma$ . Zerowa („czasowa”) współrzędna czteroprędkości to  $c\gamma$ , a współrzędne przestrzenne tworzą trójwektor  $\vec{u} = \vec{v}\gamma$ . „Czteropęd” o współrzędnych  $E/c$ ,  $\vec{p}$  jest związany z czteroprędkością współzmienniczym wzorem  $p_\mu = mu_\mu$ , gdzie  $m$  jest „zwykłą”, a nie „relatywistyczną” masą. Zatem odpowiednie współrzędne przestrzenne są też związane wzorem  $\vec{p} = m\vec{u}$ . Fakt, że w fizyce Galileusza-Newtona przyzwyczailiśmy się do „zwykłej” prędkości nie jest wystarczającą przyczyną, aby używać jej w Szczególnej Teorii Względności zamiast współrzędnych czteroprędkości.

Oczywiście można argumentować, że „masa relatywistyczna” jest składową zerową czterowektora o współrzędnych  $E/c^2$ ,  $\vec{p}/c$ , ale taki czterowektor nie ma nawet nazwy i wprowadzanie go byłoby sztuczne.

Rozumowanie to nie byłoby może wystarczającą przyczyną do porzucenia pojęcia „masy relatywistycznej” w fizyce szkolnej, w której rzadko mówi się o współmienniczości wzorów. Jednak sugestia, że dzięki „masie relatywistycznej” można używać wzorów z fizyki Newtona w Szczególnej Teorii Względności jest niebezpiecznym błędem dydaktycznym. Na przykład próba analogicznego uogólnienia związku między siłą a przyspieszeniem prowadzi do nonsensów (potrzebna jest „masa poprzeczna” i „masa podłużna”). Tymczasem poprawne uogólnienie siły na czterowektor siły-mocy dane jest po prostu wzorem  $F_\mu = \frac{dp_\mu}{d\tau}$ ; poprawne równania ruchu otrzymujemy wyrażając czteropęd przez pochodne współrzędnych czasoprzestrzennych i zwykłą masę.

Podsumowując, „masa relatywistyczna” jest zbędna, niepoprawna z punktu widzenia używania wyłącznie wzorów współmienniczych i szkodliwa dydaktycznie. Dlatego nie należy jej używać w podręcznikach szkolnych.

Fragment mojego listu do p. Reńdy:

Nie uważam, aby wprowadzanie pojęcia „masy relatywistycznej” dało cokolwiek poza zamieszaniem. W Szczególnej Teorii Względności masa jest niezmiennikiem równym temu, co tradycyjnie nazywało się „masą spoczynkową”. Sam Einstein szybko wycofał się ze swojego pomysłu, a we współczesnych podręcznikach autorzy wspominają o nim tylko po to, aby wyjaśnić, dlaczego nie należy go używać. Napisaliśmy o tym w poradniku, a ostatnio umieściliśmy tam dodatkowo tłumaczenie rozdziału referatu jednego z najwybitniejszych żyjących teoretyków rosyjskich, Lwa B. Okunia, aby ostatecznie wyjaśnić nasze stanowisko. Wzór „ $E = mc^2$ ” odnosi się tylko do energii spoczynkowej; dla cząstki w ruchu podajemy inny wzór, który stosuje się także dla fotonu (bo dla cząstek o  $m = 0$  daje po prostu  $E = pc$ ). Fakt, że w *Nowej Encyklopedii Powszechnej* wspomina się i o „masie relatywistycznej” (w wydaniu z 2004 r. w bardzo zlągodzonej formie „w mechanice relatywistycznej wprowadza się **nieraz** m. relatywistyczną (...) w tym przypadku masę  $m$  nazywa się **czasem** m. spoczynkową”) nie zobowiązuje nas naprawdę do wprowadzania tego nieudanego pojęcia do podręcznika.