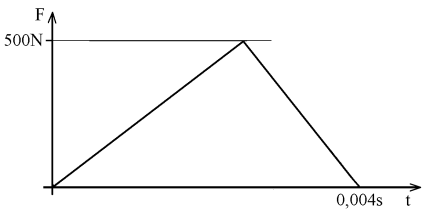
Drugi stopień olimpiady fizycznej na Ukrainie (rok 2000)

Jadwiga Salach

Redakcja prezentuje trzy przykładowe zadania z drugiego stopnia olimpiady fizycznej na Ukrainie (rok 2000). Zadania z tej olimpiady zostały opublikowane w czasopiśmie dla nauczycieli pt. „Fizyka”, które wydawane jest w Kijowie przez wydawnictwo „Szkilnij Swit” (pod protektoratem Ministerstwa Oświaty i Nauki Ukrainy). Naczelnym redaktorem tego czasopisma jest pani Lidia Cholwińska, która przysłała redakcji *Fotonu* jego trzy numery (26, 29 i 30).

Kule (klasa 10)

Kula o masie m = 1 kg, poruszająca się z prędkością o wartości $v = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ zderza się z nieruchomą kulą o masie M = 0,5 kg. Na rysunku przedstawiona jest zależność wartości siły wzajemnego działania kul od czasu.



Oblicz przyrost energii wewnętrznej kul podczas zderzenia.

Rozwiązanie

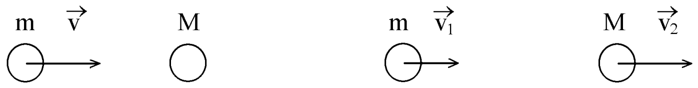
Rysunek oczywiście przedstawia zależność od czasu wartości siły działającej na każdą kulę, bowiem z III zasady dynamiki wynika, że siły, jakimi kule oddziałują wzajemnie mają w każdej chwili takie same wartości.

Całkowita zmiana pędu ciała $(\overrightarrow{\Delta p})$, zachodząca wskutek działania stałej siły $(\vec{F})$ wynosi

$$\overrightarrow{\Delta p} = \vec{F} \cdot t,$$

a wartość zmiany pędu $|\overrightarrow{\Delta p}| = F \cdot t$.

Jeśli siła działająca na ciało ulega zmianie, to (skończony) czas jej działania dzielimy na tak małe odstępy Δt_1, Δt_2, Δt_3 itd., aby w każdym z nich siłę można było uważać za stałą; następnie sumujemy iloczyny $F_1 \cdot \Delta t_1$, $F_2 \cdot \Delta t_2$, $F_3 \cdot \Delta t_3$ itd. Suma tych iloczynów (która graficznie przedstawia sumę pół b. wąskich prostokątów) jest tym bardziej zbliżona do pola powierzchni figury pod wykresem $F(t)$, im odstępy czasu Δt_1, Δt_2 ... są mniejsze.



przed zderzeniem po zderzeniu

Dla kuli o masie m:

$$|mv_1 - mv| = \frac{F_{max} \cdot t}{2},$$

t – czas zderzenia.

$$mv - mv_1 = \frac{F_{max} \cdot t}{2}, \quad \text{skąd} \quad v_1 = v - \frac{F_{max} \cdot t}{2 \cdot m}$$

$$v_1 = 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - \frac{500\ \mathrm{N} \cdot 0{,}004\ \mathrm{s}}{2 \cdot 1\ \mathrm{kg}} = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Prędkość pierwszej kuli po zderzeniu ma wartość 2 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Dla kuli o masie M:

$$Mv_2 - 0 = \frac{500\ \mathrm{N} \cdot 0{,}004\ \mathrm{s}}{2}, \quad \text{skąd} \quad v_2 = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = v_1.$$

Prędkości obu kul po zderzeniu są jednakowe, co świadczy o tym, że kule zderzyły się doskonale niesprężyście.

Z zasady zachowania całkowitej energii (tj. kinetycznej i wewnętrznej) wynika, że przyrost energii wewnętrznej kul jest równy ubytkowi ich energii kinetycznej.

$$\Delta U = \frac{mv^2}{2} - \frac{(M+m)v_1^2}{2},$$

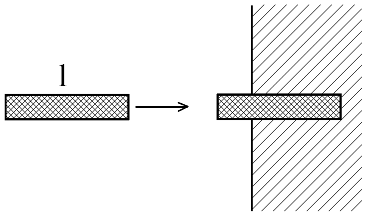
$$\Delta U = \frac{1\ \mathrm{kg} \cdot 9\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{2} - \frac{1{,}5\ \mathrm{kg} \cdot 4\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{2} = 4{,}5\ \mathrm{J} - 3\ \mathrm{J},$$

$$\underline{\Delta U = 1{,}5\ \mathrm{J}.}$$

Wskutek opisanego zderzenia energia wewnętrzna kul wzrosła o 1,5 J.

Pręt (klasa 10)

Pręt o długości l porusza się bez tarcia po płaskiej powierzchni lodu z prędkością równoległą do swojej osi.



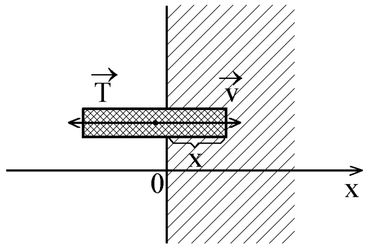
Pręt natrafia na granicę między lodem a asfaltem (współczynnik tarcia między prętem a asfaltem wynosi μ) i zatrzymuje się, gdy jego część znajduje się jeszcze na lodzie – patrz rysunek.

Powierzchnie lodu i asfaltu są poziome. Oblicz czas hamowania pręta.

Rozwiązanie

Aby stwierdzić, jakim ruchem porusza się pręt po wejściu na asfaltową powierzchnię, badamy jak zmienia się siła wypadkowa. Stanowi ją siła tarcia kinetycznego, zwrócona przeciwnie do prędkości pręta. Jej wartość wynosi

$$F_{wyp} = T = \mu N,$$



gdzie N jest wartością siły nacisku pręta na asfaltową powierzchnię. Wartość tej siły rośnie podczas hamowania – jest ona równa ciężarowi tej części pręta, która znajduje się na asfalcie.

Zachodzi zatem proporcja

$$\frac{N}{mg} = \frac{x}{l}$$

gdzie x jest długością części, znajdującej się na asfalcie.

$$N = \frac{mg}{l} \cdot x, \quad T = \frac{\mu mg}{l} \cdot x.$$

Równanie ruchu pręta:

$$ma_x = -\frac{\mu mg}{l} \cdot x$$

(a_x – współrzędna przyspieszenia, $-\frac{\mu mg}{l} \cdot x$ – współrzędna siły wypadkowej T_x).

Zauważamy, że równanie ma taką samą postać jak w przypadku ruchu harmonicznego. Ruch pręta będzie więc dokładnie taki, jak ruch harmoniczny w ćwiartce okresu: od położenia równowagi do maksymalnego wychylenia. Czas hamowania jest więc równy

$$t = \frac{\tau}{4} \qquad (\tau \text{ – okres}).$$

Okres w ruchu harmonicznym wyraża się wzorem

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

gdzie k jest współczynnikiem proporcjonalności między wartością siły wypadkowej, a wartością wychylenia $|x|$. W naszym przypadku

$$k = \frac{\mu mg}{l},$$

zatem czas hamowania wyniesie

$$t = \frac{1}{4}\cdot 2\pi\sqrt{\frac{ml}{\mu mg}},$$

$$\underline{t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{\mu g}}.}$$

Magnetyczny bumerang (klasa 11)

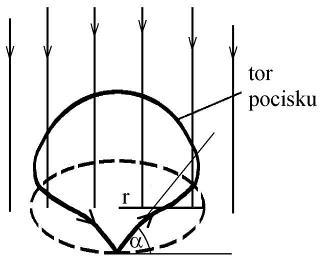
Jak wiadomo z opowiadań Guliwera liliputy z dwóch wysp toczyły ze sobą nieprzerwane wojny. W dawnych czasach, kiedy przez wyspy przechodził biegun magnetyczny Ziemi, a indukcja ziemskiego pola magnetycznego miała wartość 4T, każdy artylerzysta był nie byle jakim znawcą fizyki. Ci, którzy lekceważyli jej prawa po pewnym czasie kończyli karierę. Wystrzał z działa na ślepo mógł doprowadzić do śmierci od własnego pocisku.

Pod jakim kątem do poziomu został oddany strzał, jeśli pocisk powrócił na miejsce wystrzału?

Masa pocisku wynosi 0,1 g, a jego ładunek elektryczny 10 μC. Prędkość, z jaką pocisk wylatuje z działa, ma wartość 200 m/s. Pomiń opór powietrza.

Rozwiązanie

Naładowany elektrycznie pocisk wyrzucony ukośnie w polu grawitacyjnym najpierw będzie się wznosił w górę, a następnie opadał w dół. Równocześnie w polu magnetycznym (uważamy, że na biegunie i w jego pobliżu pole magnetyczne jest jednorodne, a linie tego pola są pionowe) pocisk będzie zataczał okrąg o promieniu *r*, leżący w płaszczyźnie poziomej, z prędkością o wartości $v_0 \cos\alpha$. Jeśli kąt wyrzucenia pocisku będzie akurat taki, że czas ruchu w górę i w dół pod wpływem siły grawitacji będzie równy okresowi w ruchu po okręgu pod wpływem siły magnetycznej, to pocisk upadnie w to samo miejsce, z którego został wystrzelony.



Czas ruchu w rzucie ukośnym: $t_r = \dfrac{2v_0 \sin\alpha}{g}$.

Okres w ruchu po okręgu w polu magnetycznym: $T = \dfrac{2\pi m}{qB}$

$$t_r = T; \quad \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2\pi m}{qB},$$

$$\text{skąd} \qquad \underline{\sin\alpha = \frac{\pi m g}{qBv_0}},$$

$$\sin\alpha = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{10 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C} \cdot 4T \cdot 200\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}.$$

Łatwo sprawdzić, że jednostki po prawej stronie wzoru upraszczają się, wyrażenie to jest bezwymiarowe.

$$\sin\alpha = \frac{3{,}14 \cdot 9{,}81 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 10^{-3}} = \frac{0{,}314 \cdot 9{,}81}{8}$$

$$\sin\alpha = 0{,}3850, \quad \underline{\alpha = 22°40'}$$

Pocisk został wyrzucony pod kątem 22°40′ do poziomu.