



KĄCIK ZADAŃ

Igraszki z lupą

Sławomir Brzezowski

Instytut Fizyki UJ

Lupą posługujemy się na co dzień. Nie analizując zachodzących zjawisk, ustawiamy ją tak, aby „było widać” i nie zastanawiamy się nad tym, co widzimy przez lupę, gdy ta nie jest właściwie ustawiona w stosunku do oglądanego obiektu. Rozwiązując poniższe dwa zadania dokonamy szczegółowej i kompletnej analizy zjawisk optycznych, które występują w takich przypadkach.

1.

Posłużymy się zwykłą lupą, taką jaka służy do czytania drobnego druku. Najpierw musimy oszacować jej ogniskową, co najłatwiej zrobić, skupiając na dłoni światło od odległego obiektu (wystarczy obramowanie okna w pracowni albo żarówka lampy, od której dzieli nas kilka metrów).

Na zadrukowaną kartkę patrzymy bez lupy z odległości l nieco mniejszej niż ogniskowa lupy (będziemy zapewne widzieć nieostro). Lupę przykładamy do druku i nie zmieniając odległości l , przesuwamy lupę w stronę oka. Obraz druku wydaje się rosnąć, a potem maleje. Wyjaśnij, dlaczego tak jest.

2.

Teraz ogniskową lupy mnożymy przez cztery i dodajemy odległość dobrego widzenia d (niżej okaże się, dlaczego akurat tak). Otrzymaliśmy pewną szacunkową wielkość L' .

Zadrukowaną kartkę trzymamy teraz w odległości L (nieco większej od L') od oka. Przy samej kartce ustawiamy lupę.

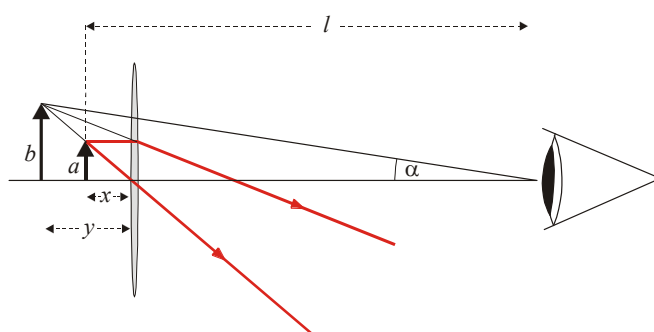
Nie zmieniając odległości L , przesuwamy lupę w stronę oka. Zmiany obrazu, które obserwujemy przy przesuwaniu soczewki, zachodzą w kilku fazach: podczas kolejnych faz obraz bywa ostry bądź nieostry, odwrócony lub prosty. Fazy te odzielone są punktami zwrotnymi, w których w soczewce nie widzimy niczego.

Opisz dokładnie kolejne fazy doświadczenia (aż do chwili gdy soczewka znajdzie się przy samym oku), a następnie przedstaw teoretyczne wyjaśnienie wszystkich kolejno zaobserwowanych zjawisk.

Rozwiązania:

Ad 1.

Jeżeli soczewka jest przy samym obiekcie, to widzimy jego obraz pozorny, prosty, niepowiększony. Na ogół widzimy nieostro, bo pozorny obraz przedmiotu jest teraz tuż za soczewką (tam gdzie przedmiot), a więc w odległości zwykle mniejszej od odległości dobrego widzenia: nasze oko widzi z tej odległości nieostro. Widać jednak, że obraz odbieramy jako prosty¹. Jak wiemy, kiedy soczewka oddala się od kartki, obraz pozorny oddala się za kartkę i rośnie. Tak więc widzimy obraz, który jest coraz większy, ale też coraz bardziej oddalony. Możemy spytać, jak zmienia się przy tym kąt α , pod jakim widzimy ten obraz².

Znajdziemy zależność wartości $\operatorname{tg}\alpha$ od x .

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{b}{l + y - x}$$

Korzystamy z tego, że $y = \frac{fx}{f-x}$ (równanie soczewki), oraz z tego, że

$$b = a \frac{y}{x} = \frac{af}{f-x} \quad (\text{twierdzenie Talesa}), \text{ i otrzymujemy: } \operatorname{tg}\alpha = \frac{af}{lf - lx + x^2}.$$

¹ Uwaga! Obserwowany w ten sposób obraz nasz mózg uznaje za prosty, mając na siatkówce obraz odwrócony!

² Dwa grube promienie zaznaczone na tym rysunku nie wpadają co prawda do oka, które narysowaliśmy. Nanieśliśmy je po to, aby łatwo ustalić przestrzenną lokalizację końca strzałki b . Do oka wpadają inne promienie, komponujące na siatkówce obraz końca strzałki. Ustalenie dokładnego ich biegu jest możliwe na podstawie naszego rysunku i byłoby pożytecznym ćwiczeniem.

Dalej postępujemy standardowo, jak przy badaniu przebiegu funkcji. Obliczamy pochodną $\frac{d}{dx} \operatorname{tg} \alpha = \frac{af(l-2x)}{(lf-lx+x^2)^2}$.

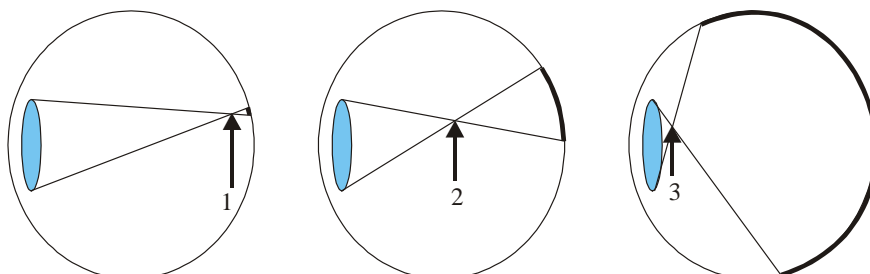
Z zależności tej pochodnej od zmiennej x (jest dodatnia dla $x < \frac{l}{2}$) wnosimy, że dopóki $x < \frac{l}{2}$, dopóty kąt widzenia obrazu pozornego rośnie wraz ze wzrostem x , a dla większych x – kąt ten maleje.

Ad 2.

Powtarzamy doświadczenie z nową, większą stałą odległością L . Na początku obraz rośnie. Tym razem jednak, zanim lupa dojdzie do miejsca $x = \frac{L}{2}$, osiągnie ona punkt $x = f$. Gdy lupa mija ten punkt, obraz pozorny, który oddalił się do nieskończoności za kartkę, przeskakuje „do drugiej nieskończoności”, za naszą głowę. Byłby to obraz odwrócony rzeczywisty. Promienie tworzące ten obraz przechwytuje nasze oko, tworząc z nich w oku obraz odwrócony i (na siatkówce) nieostry, bo ostry obraz powstaje teraz przed siatkówką (oko odbiera teraz promienie zbieżne, a na siatkówce potrafi ono skupiać promienie w przybliżeniu równoległe lub lekko rozbieżne). Ten nieostry obraz jest w oku odwrócony, więc obiekt widzimy jako nieostry, prosty. Przeskok obrazu z nieskończoności za kartką do nieskończoności za naszą głowę jest trudno uchwytne i rozpoznać go można tylko po tym, że widziany przez nas obraz staje się nieostry, czego przyczynę właśnie wyjaśniliśmy. Oddalanie lupy od kartki sprawi teraz, że odwrócony obraz rzeczywisty zbliżałby się od tyłu do miejsca, gdzie jest nasza głowa. Tworzące go promienie będą coraz bardziej zbieżne. Te z nich, które wpadną do naszego oka, będą coraz bardziej zbieżne, więc odwrócony obraz rzeczywisty we wnętrzu naszego oka będzie coraz bliżej soczewki (tej w naszym oku), czyli coraz dalej od siatkówki. Będziemy więc widzieli obraz prosty, coraz bardziej nieostry. W końcu obraz zza naszej głowy doszedłby do płaszczyzny soczewki w oku. W tym momencie obraz druku na siatkówce po raz pierwszy zniknie zupełnie: odniesiemy wrażenie, że lupa emituje z całej swojej powierzchni jednolite światło, bez żadnej struktury.

Spróbujmy to wyjaśnić. Na rysunku mamy przekrój oka i kilka kolejnych pozycji odwróconego rzeczywistego obrazu, który się w nim tworzy. Numeracja odpowiada oddalaniu lupy od druku. Gdy obraz jest jeszcze blisko siatkówki, każdy jego punkt jest odwzorowywany na siatkówkę jako niewielka plamka (a więc widzimy tylko trochę nieostro). Kolejne obrazy są coraz dalej od siatkówki, czyli ich punkty dają coraz większe plamy na siatkówce. W końcu, gdy obraz jest przy

samej soczewce, każdy jego punkt jest odwzorowywany na jednolicie ubarwioną plamę na całej siatkówce, co odpowiada efektowi opisanemu wyżej.



Oddalanie lupy od kartki sprawi teraz, że odwrócony obraz rzeczywisty wyjdzie z oka i będzie się formował przed nim. Najpierw obraz ten znajdzie się tuż przed okiem – będziemy wtedy widzieli nieostry obraz odwrócony (na siatkówce będzie nieostry obraz prosty). Później, gdy obraz przed naszym okiem oddali się od niego na odległość dobrego widzenia, zobaczymy go ostro³. Należy pamiętać o tym, że co prawda obraz rzeczywisty odwrócony, tworzony przed nami przez lupę, zbliża się ciągle do lupy, to jednak lupa zbliża się do oka. Tworzony przez nią obraz coraz wolniej zbliża się do jej ogniska i w końcu wraz z lupą zaczyna się zbliżać do naszego oka. Powtórnie widzimy go wtedy nieostro. Przy dalszym zbliżaniu lupy do oka obraz osiąga soczewkę (tę w oku) i mamy znowu sytuację odpowiadającą pozycji 3 na ostatnim rysunku – ponownie „ślepiemy”. Gdy lupa jest przy samym oku, obraz rzeczywisty odwrócony tworzy się już gdzieś w oku między siatkówką i soczewką – widzimy obraz prosty, nieostry.

³ Do tego właśnie potrzebny był warunek $L > 4f + d$. Jest to warunek wystarczający, abyśmy w pewnej chwili zobaczyli obraz ostry.