



KĄCIK ZADAŃ

Próbna matura z OPERONEM i „Gazetą Wyborczą” Ostrożnie!

Zofia Gołąb-Meyer

„Gazeta Wyborcza” wspólnie z Oficyną Wydawniczą OPERON podjęły piękną akcję pomocy uczniom w przygotowaniu do matury. Byłoby dobrze, gdyby zadania były poprawne, a niestety nie są.

Oto **Zadanie 14. Satelita** (poziom podstawowy)

Z Ziemi wysłano w kierunku Księżyca statek kosmiczny, który dostarczył na orbitę okołoksiężycową satelitę, który rozpoczął badanie powierzchni Księżyca. Satelita okrążył Księżyc po orbicie odległej od jego powierzchni o 32 km.

Masa Księżyca: $7,37 \cdot 10^{22}$ kg, promień: 1738 km, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$

$$\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

1. Oblicz wartość prędkości liniowej, z jaką satelita okrąży Księżyc.
2. Jaką pracę trzeba wykonać, aby przenieść satelitę znajdującego się w odległości 32 km od powierzchni Księżyca na odległość 52 km od jego powierzchni? Satelita ma masę równą 100 kg.

Za wzorcowe rozwiązanie punktu 2 autorzy podają:

$$W_{1 \rightarrow 2} = -GMm \left(\frac{1}{R + h_2} - \frac{1}{R + h_1} \right)$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = 0,31 \cdot 10^7 \text{ J}$$

Komentarz: Otóż powyższe rozwiązanie jest błędne!!! W temacie zadania jest mowa (domyślnie) o przeniesieniu satelity z orbity bliższej na dalszą. Cytowane rozwiązanie jest poprawne, gdy dotyczy przypadku przeniesienia ciała z jakiegoś punktu (np. w odległości d_1) do innego punktu w odległości d_2 . W tym wypadku rzeczywiście praca jest różnicą energii potencjalnej. Takie przeniesienie nie zapewnia stabilności orbity. Satelita będzie miał zbyt dużą energię kinetyczną. W naszym przypadku praca, którą trzeba wykonać jest równa przyrostowi energii **całkowitej**, a nie przyrostowi energii potencjalnej satelity jak to zrobiono w rozwiązaniu. Należy wyprowadzić wzór na całkowitą energię satelity o masie m na orbicie okołoksiężycowej o promieniu r

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{GM_k m}{r} = \frac{m}{2} \cdot \frac{GM_k}{r} - \frac{GM_k m}{r} = -\frac{GM_k m}{2r},$$

i następnie na pracę

$$W = \Delta E = -\frac{GM_k m}{2(R+h_2)} + \frac{GM_k m}{2(R+h_1)} = \frac{GM_k m}{2} \left(\frac{1}{R+h_1} - \frac{1}{R+h_2} \right) \approx 1,5 \text{ MJ}$$

Zadanie 3. Prędkość podświetlna (poziom rozszerzony)

Wyobraźmy sobie, że zdołaliśmy rozpędzić pewne ciało o masie 5 kg do prędkości 0,8 prędkości światła. Następnie ciało to poruszałoby się z taką prędkością przez jeden rok.

1. Oblicz, jaka byłaby masa tego ciała, gdyby poruszało się ono ze stałą szybkością $0,8c$.
2. Jaki czas upłynął na Ziemi w czasie ruchu tego ciała?
3. Jaką drogę przebędzie to ciało, poruszając się z podaną szybkością w czasie mierzonym we własnym układzie odniesienia i w układzie, względem którego się porusza? Skomentuj krótko uzyskane wyniki.
4. Jeżeli masa poruszającego się ciała jest 2 razy większa od jego masy spoczynkowej, oblicz energię całkowitą i kinetyczną tego ciała w ruchu.

Autorzy za poprawne podają odpowiedzi:

$$\text{ad. 1. } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 8,33 \text{ kg}$$

$$\text{ad. 2. } \Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 1,67 \text{ roku,}$$

gdzie $\Delta t'$ – czas upływający w układzie własnym poruszającego się ciała.

$$\text{ad. 3. } s' = 0,8c \cdot \Delta t' = 0,8 \text{ roku świetnego lub } s' = 7,6 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

$$s = 0,8c \cdot \Delta t = 1,34 \text{ roku świetnego lub } s = 12,7 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

Droga równa 1,34 roku świetnego dla poruszającego się ciała w układzie względnym będzie taka sama jak droga równa 0,8 roku świetnego w układzie własnym.

$$\begin{aligned} \text{ad. 4. } E &= mc^2 = 2 m_0 c^2 \\ E &= 9 \cdot 10^{17} \text{ J} \\ E_k &= E - E_0 = 2 m_0 c^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \\ E_k &= 4,5 \cdot 10^{17} \text{ J} \end{aligned}$$

Komentarz: Zadanie czyni zamęt w rozumieniu szczególnej teorii względności. Jest niepoprawne.

3.1. Już od dawna masę uważa się za niezmiennik!

3.2. Ten punkt to pytanie typu: „Po wodzie pływa, kaczka się nazywa. Co to jest?” Jeśli **my** rozpędziliśmy ciało do $0,8 c$, to w układzie związanym z Ziemią ciało to porusza się z taką szybkością i na Ziemi upłynął 1 rok.

3.3. W układzie związanym z Ziemią ciało to przebywa drogę

$$\begin{aligned} \Delta s &= v \cdot \Delta t = 0,8 c \cdot 1 \text{ rok} = 0,8 \text{ lat świetlnych} \\ \text{lub } \Delta s &= 0,8 \cdot 3 \cdot 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot 3,15 \cdot 10^7 \text{ s} = 7,56 \cdot 10^{12} \text{ km} \end{aligned}$$

We własnym układzie odniesienia ciało zawsze spoczywa! Przebyta przez nie droga w tym układzie jest równa zero!

Zalecamy ostrożność w korzystaniu z zadań OPERONu. Tematy zadań powinny być sformułowane w sposób jednoznaczny. Fizyka ma uczyć precyzyjnego wyrażania się.