

Foton

113
Lato
2011

Pismo dla nauczycieli i studentów fizyki oraz uczniów

INSTYTUT FIZYKI ✕ UNIwersYTET JAGIELLOŃSKI
SEKCJA NAUCZYCIELSKA POLSKIEGO TOWARZYSTWA FIZYCZNEGO



Wylewy Nilu i wykładnik Hursta
Manipulacje w nanoskali
Termometr Galileusza
Supersymetria



**„Maria Skłodowska-Curie. Kobieta niezwykła”
Wystawa pod Honorowym Patronatem Rektora Uniwersytetu Jagiellońskiego
prof. Karola Musioła**

Wystawa „Maria Skłodowska-Curie. Kobieta niezwykła”, zorganizowana przez Wydział Chemii i Muzeum UJ we współpracy z Muzeum Marii Skłodowskiej-Curie w Warszawie, poświęcona jest życiu i pracy uczonej oraz jej kontaktom z krakowskim środowiskiem naukowym.

Na wystawie oprócz informacji biograficznych pokazane jest krakowskie środowisko naukowe w czasach, gdy Maria, absolwentka fizyki i matematyki na Sorbonie, szukała posady na Uniwersytecie Jagiellońskim. Pokazane też są dokumenty związane z organizowanym w 1900 roku w Krakowie IX Zjazdem Lekarzy i Przyrodników, na który Maria Skłodowska-Curie przysłała referat odczytany przez prof. Witkowskiego, jak również korespondencja Marii z profesorami Uniwersytetu Jagiellońskiego.

Eksponowane są też zbiory filatelistyczne i medalierskie poświęcone laureatce dwóch Nagród Nobla i dwóch doktoratów Honoris Causa Uniwersytetu Jagiellońskiego. Wystawie towarzyszą pokazy filmów o życiu i pracy uczonej.

Zapraszamy od godziny 9.00 do zmierzchu, wstęp wolny!



Bąbel helowy

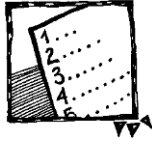
W poprzednim *Fotonie* z przyjemnością i satysfakcją donosiliśmy, że Nauczycielem Roku 2010 został nauczyciel fizyki pan Marek Golka. Wszyscy wierzymy, że nauczanie fizyki poszerza ogólne horyzonty oraz uczy wnikliwego i krytycznego myślenia. Z uwagą śledzę poglądy i działalność polityków, którzy z wykształcenia są fizykami. Otóż bywa niestety tak, że polityczne racje, przeciwnie krytycznemu myśleniu, przeważają. Za to nie jesteśmy odpowiedzialni. Do rozpaczy może przywołać sytuacja, w której polityk, powołując się na swą fachową wiedzę fizyka, serwuje wyborcom tezy, które mógłby podważyć gimnazjalista dobrze wyedukowany w fizyce i matematyce. Mam na myśli rewelacje o bąblu helowym, mogącym być przyczyną katastrofy samolotu prezydenckiego pod Smoleńskiem. Mam nadzieję, że absolwent szkoły, który zrozumiał, że fizyka jest nauką ścisłą – w której można pewne zjawiska dokładnie przewidzieć – nie da się łatwo złapać na brednie polityka.

Sprowadzanie nauczania fizyki jedynie do jakościowych opisów przyrody nie jest łatwiejsze dla uczniów niż rzekomo trudniejsza fizyka z ilościowym opisem, ale jest przede wszystkim nieuczciwe. Oferuje bowiem ułudę rozumienia zjawisk. Na przykład zapamiętane ze szkoły zdanie „samolot lata dzięki prawu Bernoulliego” jest nie tylko fałszywe, ale tyle warte co stwierdzenie, że woda zagotowana w mikrofalówce jest szkodliwa dla zdrowia.

W tym zeszycie macie Państwo unikalną okazję przeczytać o wylewach Nilu i o zjawiskach losowych „z pamięcią”. Doniesienia z frontu badań fizyki to artykuły o supersymetriach i o manipulacjach w nanoskali. Opis sztuczek z soczewkami przydatnych podczas wakacji poparty jest analizą powstawania obrazu w soczewce cylindrycznej. Kącik zadań oddaliśmy w tym numerze w ręce studenta. Możecie też Państwo przeczytać o materiałach związanych z Marią Skłodowską-Curie, które znajdują się w bibliotece Instytutu Fizyki UJ. Zachęcamy też do obejrzenia wystaw „Fizyka bliżej nas” i „Maria Skłodowska-Curie. Kobieta niezwykła”.

Życzymy miłych wakacji.

Z.G-M



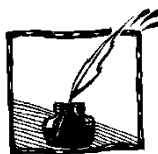
Contents

Helium bubble <i>Zofia Gołąb-Meyer</i>	1
On the card tricks, Nile floods and the Hurst exponent <i>Przemysław Borys</i>	4
Manipulation at the nanoscale <i>Szymon Godlewski</i>	23
Supersymmetry that is super symmetry <i>Piotr Korcyl</i>	28
About thermal expansion <i>Grzegorz Karwasz</i>	33
The magic lens <i>Stanisław Bednarek, Jerzy Krysiak</i>	36
Atwood Machine with a massive pulley and a massive string <i>Mariusz Tarnopolski</i>	46
News from Young Lion Competition <i>Witold Zawadzki</i>	51
Contest „Physics Paths” <i>Robert Wołkiewicz</i>	55
Maria Skłodowska-Curie in the resources of the Jagellonian University Institute of Physics Library – an exhibition <i>Jadwiga Wichman</i>	57
Editorial News. Invitation for the exhibitions.....	63



Spis treści

Bąbel helowy <i>Zofia Gołąb-Meyer</i>	1
Sztuczki karciane, wylewy Nilu i wykładnik Hursta <i>Przemysław Borys</i>	4
O manipulacji w nanoskali <i>Szymon Godlewski</i>	23
Supersymetria, czyli super symetria <i>Piotr Korcyl</i>	28
Dwie bańki i już lato... – czyli o rozszerzalności cieplnej <i>Grzegorz Karwasz</i>	33
Fizyka sztuki cyrkowej i iluzjonistycznej – magiczna soczewka <i>Stanisław Bednarek, Jerzy Krysiak</i>	36
O ciężarkach na bloczku z uwzględnieniem masy nici <i>Mariusz Tarnopolski</i>	46
Co słyszać u Lwiątko <i>Witold Zawadzki</i>	51
Konkurs „Fizyczne Ścieżki” <i>Robert Wolkiewicz</i>	55
Wystawa w bibliotece Instytutu Fizyki UJ z okazji setnej rocznicy przyznania Marii Skłodowskiej-Curie Nagrody Nobla w dziedzinie chemii <i>Jadwiga Wichman</i>	57
Komunikaty Redakcji. Zaproszenie na wystawy	63



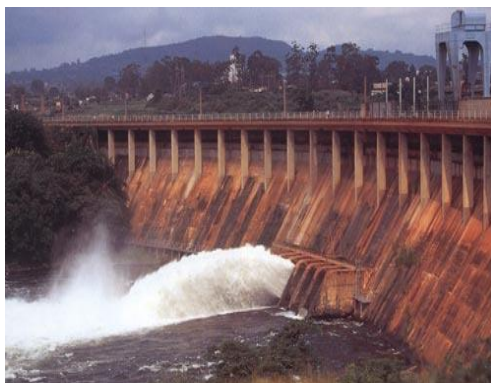
Sztuczki karciane, wylewy Nilu i wykładnik Hursta

Przemysław Borys

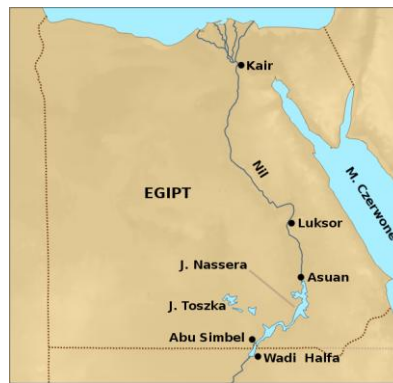
Wydział Chemiczny, Politechnika Śląska

Wprowadzenie

Na początku XX wieku, Harold Edwin Hurst zajmował się projektowaniem tam na rzekach¹. W centrum jego zainteresowań znalazła się rzeka szczególnie ważna dla historii ludzkości, wokół której zbudowana została jedna z najstarszych cywilizacji świata. Rzeką tą był Nil, którego wylewy od wieków wykorzystywane były do nawadniania i użyźniania pól uprawnych Egiptu. Nil to kapryśna rzeka i z roku na rok jego wylewy bywały większe lub mniejsze. Czasami nadchodziły okresy suszy, powodujące katastrofy nieurodzaju. Co gorsza, te okresy występowały przeważnie w grupach, powtarzając się co roku. Aby uniezależnić się od takich niekorzystnych zjawisk, na przełomie XIX i XX wieku zapadła decyzja o budowie w Asuanie tamy na Nilu. Spiętrzona w zbiorniku retencyjnym (jeziorze Namera) woda mogła być w okresie suszy spuszczana, wyrównując niższy poziom wody w rzece. Zbiornik można było ponownie napełniać wodą w okresach podwyższonego przepływu.



Rys. 1. Tama na Nilu w Asuanie
(http://www.mbarron.net/Nile/envir_nf.html)



Rys. 2. Mapa egipskiego Nilu i zbiornik Asuański, jezioro Namera (Wikipedia)

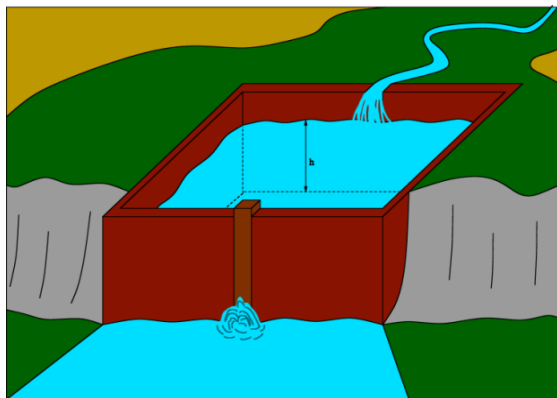
Aby dobrać odpowiednią pojemność zbiornika oraz opracować niezawodne reguły opróżniania go z wody, należało przeprowadzić odpowiednie modelowanie matematyczne. Rozwinięty w owym czasie rachunek prawdopodobieństwa sugerował modelowanie złożonych procesów przyrodniczych za pomocą

¹ Pierwsza znana mi publikacja H.E. Hursta dotycząca Nilu datowana jest na rok 1932.

niezależnych od siebie zmiennych losowych o rozkładzie Gaussa. W odniesieniu do badania poziomu wody w Nilu takie podejście wydaje się z pozoru zupełnie rozsądne biorąc pod uwagę centralne twierdzenie graniczne i fakt, że na poziom wody wpływa dużo pozornie niezależnych czynników. Jednocześnie zdawano sobie od dawna sprawę z tego, że Nil przejawia pewną „cykliczność” w zachowaniu, prezentując naprzemienne sekwencje okresów suszy lub powodzi. Dzięki wnikliwej analizie Hurst potrafił wykazać nieadekwatność gaussowskiego aparatu do opisu wylewów rzeki i zaproponować lepszy model, będący przedmiotem niniejszego artykułu. Zastosowania tego modelu wykraczają daleko poza hydrologię i są wykorzystywane np. w ekonomii.

Analiza Hursta: jak w wylewach Nilu ujrzyć ruchy Browna?

Hurstowi znana była teoria ruchów Browna i wiedział, że wariancja położenia cząstki Browna skaluje się jak $\sigma^2 \sim t$, gdzie literą σ oznaczamy odchylenie standardowe. Jednym z założeń, prowadzących do takiego skalowania może być gaussowski rozkład długości skoków cząstki^{2,3}. Hurst pomyślał, że gdyby potraktować poziom lustra wody w zbiorniku retencyjnym jako „położenie cząstki Browna”, a roczne wpływy wody do zbiornika⁴ jako skoki tej „cząstki” (rys. 3), to skalowanie wariancji położenia lustra wody można wykorzystać do weryfikacji założeń o losowości zmian poziomu wody w Nilu.



Rys. 3. Ilustracja całkowitej „drogi” h w Nilowym „ruchu Browna” jako poziomu wody w zbiorniku retencyjnym, którego odpływ przystosowany jest do odprowadzania wody w takim tempie, aby przy średnim poziomie wody w rzece, poziom wody w zbiorniku nie zmieniał się (idealnie wyregulowany przepływ rzeki). W ten sposób, wysoki poziom Nilu powiększa h , natomiast niski poziom prowadzi do jego obniżenia i lustro wody w zbiorniku wykonuje ruch typu Browna

² Możemy nawet powiedzieć ogólniej, że rozkład długości skoków powinien być niezmienny i o skończonej wariancji, a skoki powinny być niezależne od siebie.

³ W przypadku cząstki Browna skoki są wywoływane zderzeniami z cząstkami otoczenia.

⁴ Rozumiane jako roczne nadmiary i niedomiary przepływu w stosunku do wartości średniej przepływu wody wypuszczanej ze zbiornika do uregulowanego, płynącego (idealnie) stałym tempem Nilu.

Przytoczona relacja skalowania wariancji dla ruchów Browna wynika wprost z opisującego je równania dyfuzji na gęstość prawdopodobieństwa p ^{5,6}:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (1)$$

Równanie (1) można przemnożyć przez x^2 i scałkować w zakresie od minus do plus nieskończoności (czyli po całej przestrzeni dostępnej dla ruchu), uzyskując:

$$\frac{\partial \int x^2 p(x) dx}{\partial t} = D \int x^2 \frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2} dx \quad (2)$$

Całka z $x^2 p(x)$ po lewej stronie (2) daje z definicji wariancję σ^2 , a prawą stronę można scałkować dwukrotnie przez części (przyjmując znikanie $p(x)$ oraz jego pochodnych w nieskończoności), uzyskując:

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial t} = D \left[x^2 \frac{\partial p(x)}{\partial x} - 2xp(x) + 2F(x) \right]_{-\infty}^{\infty} = 2D \quad (3)$$

(F oznacza dystrybuantę gęstości prawdopodobieństwa p ⁷). Po scałkowaniu (3) względem czasu, otrzymujemy ostatecznie

$$\sigma^2 = 2Dt \quad (4)$$

lub

$$\sigma = \sqrt{2Dt} \quad (5)$$

Hurst przypuszczał, że skoro odchylenie standardowe położenia cząstki Browna rośnie z pierwiastkiem upływu czasu, to podobna zależność powinna występować również dla bardziej przydatnego w hydrologii średniego zasięgu R ruchu zmiennej, definiowanego dla procesu o zerowym średnim przyroście⁸

⁵ Uzasadnienie adekwatności równania dyfuzji do opisu ruchów Browna znajduje się w Dodatku 1.

⁶ Rozumowanie przedstawione dla stałego współczynnika dyfuzji D .

⁷ Dystrybuanta, funkcja $F(x)$ wyrażająca prawdopodobieństwo $P(X < x)$, gdzie X to realizacja zmiennej losowej. Z definicji $F(\infty) - F(-\infty) = 1$.

⁸ Takim procesem jest na przykład fluktuacja lustra wody w zbiorniku retencyjnym, z którego woda spuszczana jest w tempie równym średniemu dopływowi. Średnio nic się nie dzieje, lecz w okresie przejściowym możliwe są fluktuacje.

Wymaganie zerowego średniego przyrostu jest konieczne, aby odróżnić pomiary fluktuacji (parametr R) od efektów systematycznych. Np. gdyby w zbiorniku asuańskim zamknąć odpływ i napełniać go w stałym tempie, to R liczone jako $y_{max} - y_{min}$ jest większe od zera, ale nie ma żadnych fluktuacji, które R mogłoby mierzyć. Takie przypadki Hurst rozpatrywał na specjalnych wykresach, w których łączył początek i koniec szeregu czasowego prostą, stanowiącą następnie poziom odniesienia do pomiaru fluktuacji. (Innymi słowy, wrysowując nową oś układu współ-

relacją $R = y_{max} - y_{min}$ (rys. 6 oraz rys. 12 w Dodatku 3)⁹. Rzeczywiście, dla procesu o niezależnych przyrostach gaussowskich Hurst wykazał, że $R \sim \sqrt{t}$. Ponieważ wynik ten jest bardzo ważny, spróbujemy go rozważyć bardziej szczegółowo (najtrudniejsze fragmenty zostawiam na Dodatek 2).

Zamiast procesu o przyrostach gaussowskich, rozpatrzmy (za Hurstem) prostszy proces o przyrostach dwuwartościowych (+1, -1), generowany rzutami monetą. Nie jest to wielkie ograniczenie, gdyż jeśli przyjąć za krok procesu np. 100 rzutów monetą, to „efektywna” długość kroku po 100 rzutach przyjmuje wartość od -100 do 100, z rozkładem bardzo zbliżonym do gaussowskiego.

Procesy rozpatrywane przez Hursta były procesami o zerowej średniej wartości kroku, więc (co nie jest oczywiste) rozpoczynały się i kończyły w tym samym położeniu. Równość położenia początkowego i końcowego wynika z zastosowania pojęcia **średniej**, a nie **wartości oczekiwanej**. Średnią można policzyć tylko dla zadanego okna czasowego (o długości n) i wówczas z definicji suma n kroków realizacji procesu losowego równa jest n krokom o wartości średniej (zatem jeśli średnia równa jest zero, końcowa pozycja, $n \cdot 0$ musi być zerowa). Aby zagwarantować zerową wartość średniego kroku w losowaniu monet, należy wśród $2n$ rzutów wylosować n orłów (kroków o długości +1) i n reszek (kroków o długości -1). Liczba możliwości wyrzucenia n orłów w $2n$ rzutach (czyli liczba możliwych trajektorii cząstki Browna dla tej pozycji końcowej) opisywana jest za pomocą kombinacji:

$$C_n^{2n} = \frac{(2n)!}{n!n!} \quad (6)$$

Aby wypowiedzieć się o zasięgu ruchu, Hurst wykorzystał znane z kombinatoryki twierdzenie o liczbie kombinacji odchodzących od zera na odległość przynajmniej¹⁰ $+h$

$$C_{n+h}^{2n} = \frac{(2n)!}{(n+h)!(n-h)!} \quad (7)$$

Oczywiście, z uwagi na symetrię zagadnienia, liczba kombinacji opisująca odejścia od zera w przeciwną stronę (h reszek), opisywana jest tym samym

rzędnych, graficznie konstruował szereg o zerowym średnim przyroście, zob. rysunek w Dodatku 3).

⁹ Warto zwrócić uwagę, że tak zdefiniowany zasięg dla mniejszej liczby próbek niż maksymalna wymaga ponownego obliczenia szeregu y (gdyż w krótszym szeregu inna będzie wartość średnia), powodując w ogólności inną wartość R dla szeregu krótszego, nawet jeśli ten krótszy szereg obejmuje punkty y_{max} , y_{min} z szeregu dłuższego.

¹⁰ Odpowiednie podłoże matematyczne tego wzoru można znaleźć w książce Whitwortha, *Choice and Chance* (koniecznie wydanie z 1901 roku, dostępne na openlibrary.org) w rozdziale V na stronach 108–117. Do tego potrzebny jest również rozdział wcześniejszy. Ten trudny i unikany w podręcznikach temat, z dodatkowym komentarzem, zreferowany jest w Dodatku 2 niniejszego artykułu.

wzorem, choć zwyczajowo oznaczamy ją jako C_{n-h}^{2n} (które jest równe C_{n+h}^{2n}). Dzięki równości (7), różnicę między wszystkimi możliwymi odejściami dodatnimi a wszystkimi możliwymi odejściami ujemnymi można zapisać jako¹¹:

$$W = (+1) \sum_{h=1}^n C_{n+h}^{2n} - (-1) \sum_{h=1}^n C_{n-h}^{2n} \quad (8)$$

gdzie (+1) oraz (-1) oznaczają długość elementarnego kroku. Można w tym momencie zapytać: czy C_{n+h}^{2n} nie powinno być dodatkowo przemnożone przez h , jeśli C_{n+h}^{2n} wyraża liczbę kombinacji ze skokami na odległość h ? Otóż nie. Z uwagi na to, że te kombinacje opisują realizacje ze skokami na odległość **przynajmniej** h (a nie **dokładnie** h), ten mnożnik jest już obecny poprzez wkład od elementów sumy o indeksach C_{n+m}^{2n} , $m < h$ (ilustruje to rys. 4, w którym należy przejść od sumowania poziomych słupków do sumowania słupków pionowych).

We wzorze (8) sprawny matematyk natychmiast dojrzy strukturę rozwinięcia dwumianu Newtona,

$$(1+1)^{2n} = \sum_{h=0}^{2n} C_h^{2n} \quad (9)$$

co pozwala zredukować (8) do postaci:

$$W = 2^{2n} - C_n^{2n} \quad (10)$$

Wzór (10) na sumę modułów wszystkich możliwych odejść od zera dzielimy przez liczbę wszystkich trajektorii C_n^{2n} , uzyskując średni zakres ruchu jako:

$$R = \frac{2^{2n}}{C_n^{2n}} - 1 \quad (11)$$

Rozwijając kombinację z wykorzystaniem wzoru Stirlinga na silnię ($n! \approx \sqrt{2n\pi} (n/e)^n$), otrzymujemy

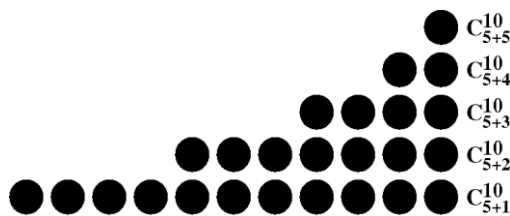
$$C_n^{2n} = \frac{(2n)!}{(n!)^2} = \frac{\sqrt{4n\pi} (2n/e)^{2n}}{[\sqrt{2n\pi} (n/e)^n]^2} = \frac{2^{2n}}{\sqrt{n\pi}} \quad (12)$$

co daje poszukiwane

$$R = \sqrt{n\pi} - 1 \quad (13)$$

oznaczające pierwiastkową zależność R od liczby kroków czasowych n .

¹¹ Uwaga, ta różnica nie jest równa zero, bo od kroków dodatnich odejmujemy kroki ujemne.



Rys. 4. Wkłady do sumy wszystkich możliwych zysków ($n = 5$, obrazowany sumaryczną liczbą wszystkich kuleczek). Liczba kombinacji, które odchodzą od średniej na odległość większą niż h ilustrowana jest poziomą liczbą kuleczek (z powodu ograniczonego miejsca na rysunku nie jest to dokładnie liczba wynikająca ze wzoru).

Gdyby zastanowić się ile jest kombinacji odchodzących od zera dokładnie na odległość 1, to jest to $C_{n+1}^{2n} - C_{n+2}^{2n}$, tzn. liczba odchodzących przynajmniej na odległość 1, pomniejszona o liczbę tych, które odchodzą dalej. Na rysunku odpowiada to słupkowi po lewej stronie o wysokości jednej kulki. Podobnie, gdyby zapytać o liczbę kombinacji odchodzących dokładnie na odległość h , dostaniemy $C_{n+h}^{2n} - C_{n+h+1}^{2n}$, a na rysunku będzie to słupek pionowy o wysokości h i szerokości $C_{n+h}^{2n} - C_{n+h+1}^{2n}$. Ogólnie wynika stąd, że wzór (8) można zapisać (sumując słupki pionowe) jako $\sum hN(h) - (-h)N(-h)$, gdzie $N(h)$ to liczba kombinacji odchodzących od zera na odległość dokładnie równą h .

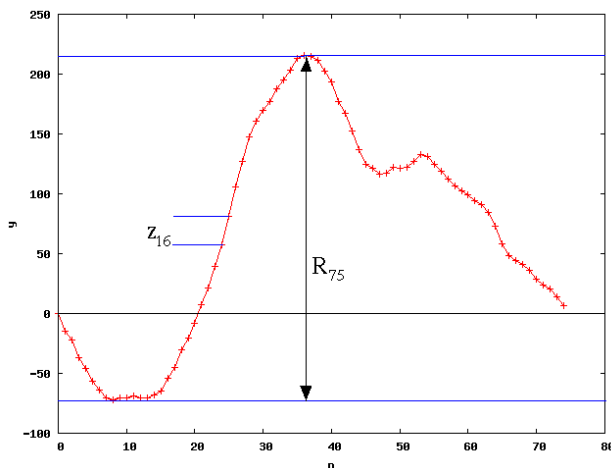
Uzyskawszy ten wynik Hurst zbadał skalowanie fluktuacji ilości wody, nioszonej w kolejnych latach przez Nil. Oczywiście oczekiwał, że fluktuacje te będą niezależne od siebie i gaussowskie, a wielkość R będzie zależała od pierwiastka czasu. Badacz dysponował wówczas obszernymi danymi odnośnie wylewów Nilu, pochodzącymi z wyspy Roda w Kairze, gdzie znajduje się użytkowany od 620 roku nilomierz (rys. 5). Urządzenie to dostarczyło ciągłego rejestru pomiarowego w latach 622–1469 (później zdarzały się przerwy) i dało możliwość przebadania szeregu czasowego o 847 elementach. Jego analiza zaowocowała relacją

$$\frac{R_n}{S_n} \sim n^{0,91} \tag{14}$$

Przy czym Hurst wprowadził do miary zasięgu unormowanie względem estymatora odchylenia standardowego skoku ruchu Browna (w przypadku Nilu: odchylenia standardowego rocznego poziomu wody w rzece), która umożliwia łączenie ze sobą danych z różnych zjawisk przyrodniczych, np. różnych rzek, w celu konstrukcji dłuższych szeregów czasowych o podobnych własnościach (bowiem w skali logarytmicznej nawet 800 lat to wciąż niezbyt wiele).

Rys. 5. Litografia ilustrująca nilomierz na wyspie Roda w Kairze (Wikigallery.org)





Rys. 6. Ilustracja składania ruchu Browna z pojedynczych skoków z_i (pokazany skok w chwili $i = 16$). Skoki są sumowane i w efekcie dają przemieszczenie całkowite cząstki Browna w chwili k . Po n krokach mamy pewną trajektorię, która zawiera wartość największą położenia oraz wartość najmniejszą i która rozpoczyna się oraz kończy w zerze. Różnica między wartością największą i najmniejszą daje R_n . Na rysunku zaznaczono R_n dla $n = 75$. W przypadku wylewów Nilu z_k oznaczałby nadwyżkę poziomu wody w rzece w roku k , natomiast y_k oznaczałby poziom wody w zbiorniku retencyjnym (h na rys. 3) po k latach ($k \leq n$)

Relacja (14) pokazuje, że zasięg R rośnie **szybciej niż w procesie z krokami gaussowskimi**. Oznacza to, że wylewający Nil w jakiś sposób pamięta¹², że w ubiegłym roku już wylewał i z tej przyczyny wykazuje zwiększoną preferencję do wylewania w roku kolejnym. W ten sposób suma kroków może odbiegać od średniej dalej niż w przypadku kroków niezależnych od siebie. Gdyby zatem zbiornik Asuański zaprojektować zgodnie z analizą gaussowską, to często opróżniałby się on do zera lub przelewał.

Problemem badanym przez Hursta w kolejnych latach, było określenie czy Nil jest wyjątkowy w swym zachowaniu i czy istnieją inne procesy, które zachowują się podobnie (zachowują pamięć). Takie zachowanie okazało się niemal regułą w przypadku innych rzek, jak również w przypadku opadów deszczu czy wzrostu słoju w drzewach¹³. Hurst analizował nawet tak egzotyczne zagadnienia jak długości okresów panowania królów i wyniki dorocznych meczów uniwersyteckich. Wszędzie okazywało się, że pamięć jest obecna, lecz sam wykładnik skalowania nie był wielkością stałą, a raczej zmienną losową o średniej 0,73 i odchyleniu standardowym 0,092 (wynik dla 837 przypadków)¹⁴.

Wprowadzony w tych badaniach wykładnik skalowania zasięgu z czasem nazywamy obecnie **wykładnikiem Hursta, H** (sam Hurst oznaczał go literą K), a analizę, w toku której wyznaczamy skalowanie zasięgu podzielonego przez

¹² Często analizę Hursta dla szeregów czasowych wykonuje się w celu określenia czy w szeregu występują efekty pamięci. Omawiany fragment pokazuje o jakiego rodzaju pamięć chodzi.

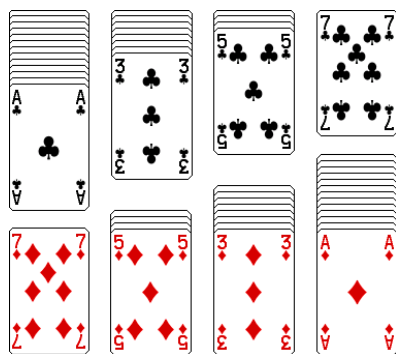
¹³ W sekwojach, które żyją tak długo, że dały Hurstowi jedne z najdłuższych szeregów czasowych.

¹⁴ W tym sensie możemy zatem powiedzieć, że charakterystyka szeregu wylewów Nilu z wyspy Roda jest wyjątkowa, gdyż przedstawia stosunkowo rzadko spotykany, wysoki wykładnik Hursta.

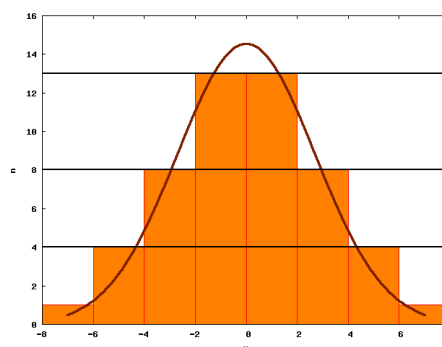
odchylenie standardowe (R/S), nazywamy analizą przeskalowanego zasięgu R/S (*rescaled range analysis*). Wykładnik Hursta ma duże znaczenie dla analizy fraktalnej przebiegów czasowych, gdyż okazuje się, że zachodzi relacja $D_F = 2 - H$ (Dodatek 4).

Eksperymenty z kartami

Chcąc zrozumieć mechanizmy procesów losowych z pamięcią oraz mając na uwadze konieczność skonstruowania dla nich modelu obliczeniowego, który można by wykorzystać w projektowaniu tamy na Nilu, Hurst wykonywał sprytne doświadczenia z wykorzystaniem talii odpowiednio ponumerowanych kart (rys. 7)¹⁵. Karty w talii oznaczył cyframi ± 1 (2x 13 kart), ± 3 (2x 8 kart), ± 5 (2x 4 karty) oraz ± 7 (2x 1 karta)¹⁶. Gdy taką talię kart potasował i przełożył, uzyskuje się pewną liczbę (rys. 10). Tę liczbę Hurst przyjmował za krok w swoim ruchu Browna. W kolejnej iteracji powtarzano tasowanie i przekładanie. Z uwagi na odpowiednio dobrane karty o niskich i wysokich nominałach, generowane kroki w przybliżeniu odwzorowują rozkład Gaussa (rys. 8). Wykładnik Hursta obliczony dla tak skonstruowanego szeregu (naśladującego rzeczywisty ruch Browna) wynosi w przybliżeniu $H = 0,5$ (moja symulacja komputerowa dla 20 serii po 1000 kroków¹⁷ pokazuje średnią $0,49 \pm 0,07$).



Rys. 7. Zestaw kart do eksperymentów Hursta. Hurst wybrał z talii kart 4 możliwe długości kroków (1,3,5,7 jednostek), które można wykonywać w dwóch możliwych kierunkach (np. kierunek dodatni to trefl, ujemny to karo). Rysunki kart pochodzą z projektu linuxowego pulpitu GNOME



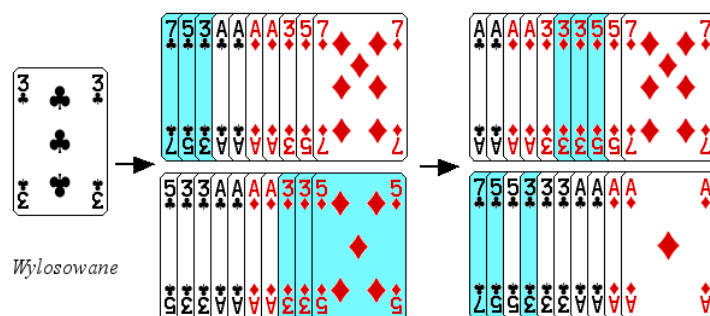
Rys. 8. Histogram skoków generowanych kartami z talii oraz nanieśiona dla porównania krzywa Gaussa

¹⁵ Jak łatwo się domyślić, w owych czasach symulacje komputerowe nie były jeszcze możliwe.

¹⁶ Hurst wykonywał także doświadczenia na rozszerzonej talii kart, gdzie wykorzystywał również skoki na odległość 9 jednostek.

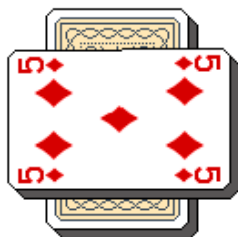
¹⁷ Hurst wykonywał w swoich doświadczeniach około 6 serii po 1000 kroków.

Generowanie wykładników o większych wartościach wymaga wprowadzenia polaryzacji w ruchu. W tym celu Hurst przekładał potasowaną talię kart i notował liczbę z przełożenia jako k . Następnie, potasowane karty dzielił na dwa równe stosy i dla dodatnich k z pierwszego stosu usuwał k najniższych symboli, wymieniając je na k najwyższych symboli stosu drugiego. Jeśli k było ujemne, postępował odwrotnie: z pierwszego stosu usuwał $|k|$ najwyższych symboli i wymieniał je na $|k|$ najniższych symboli stosu drugiego (rys. 9).



Rys. 9. Przykład wytwarzania polaryzacji w stosach kart (dla pomieszczenia rysunku na stronie zrezygnowałem z rysowania 52 kart, ich liczba jest mniejsza, ale wystarczająca do zrozumienia idei. Po wylosowaniu trójki, wiemy, że z górnego stosu usuwamy 3 najniższe karty i wymieniamy na 3 najwyższe karty stosu drugiego

Po takiej operacji, obydwie stosy kart były spolaryzowane: jeden z nich generował szeregi o częściej występujących krokach dodatnich, drugi – o częściej występujących krokach ujemnych. Gdybyśmy użyli jednego z takich stosów do generowania szeregu położeń ruchu Browna, uzyskalibyśmy ruch Browna z dryfem¹⁸, lecz bez efektów pamięciowych (nie ma tu zależności w generowaniu kolejnego dodatniego stanu od tego, czy poprzedni był dodatni, a raczej występuje stała tendencja kierunkowa ruchu). W takim ruchu zmieniałoby się średnie położenie cząstki Browna, lecz wariancja wokół tego (ruchomego) położenia średniego rosłaby normalnie (proporcjonalnie do t).



Rys. 10. Przełożenie kart. Stos potasowanych kart dzielimy i notujemy przełożoną kartę

¹⁸ Tzn. ze zmienną w czasie wartością średniego położenia.

Aby wygenerować szereg czasowy z pamięcią, Hurst dołożył do roboczego stosu dzokera. Po wylosowaniu dzokera bieżący stos przestawał być używany do generowania dalszych przyrostów i przeprowadzana była procedura losowania nowego stosu roboczego (znów z potasowanej talii losowana była liczba, a następnie z podzielonej na pół talii, w jednej połowie usuwane było k najniższych kart i wymieniane na k najwyższych z drugiej połowy). W trakcie użytkowania konkretnego stosu szereg czasowy wykazywał tendencję do ruchu w jedną stronę, lecz po wyciągnięciu dzokera i zmianie stosu na nowy, tendencja ruchu mogła się odwrócić. W efekcie, średnie położenie w tym procesie pozostawało zerowe, natomiast zmiany zasięgu położenia cząstki opisanej tym ruchem rosły jak t^H z $H = 0,72$ (moje obliczenia dały wynik średni po 20 próbach dla szeregów o 1000 elementach $H = 0,76 \pm 0,05$, metodą regresji liniowej lub $H = 0,70 \pm 0,02$ metodą „środków ciężkości” Hursta²⁰).

Omówione doświadczenia z kartami posłużyły Hurstowi do generowania możliwych przebiegów czasowych na Nilu i analizy działania zbiornika Asuańskiego oraz wypracowania reguł wypuszczania wody z tamy Asuańskiej. Tylko w ten sposób mógł sprawdzić teoretycznie działanie reguł i ewentualnie skorygować je tak, aby nie nastąpiła klęska suszy.

Algorytm obliczania wykładnika Hursta

W uzupełnieniu artykułu chciałbym przedstawić algorytm obliczania wykładnika Hursta. Można go podzielić na kilka etapów. Dla zadanego przedziału czasu o długości n , obliczamy średnią długość kroku $\langle x \rangle$, następnie z szeregu analizowanych kroków x budujemy szereg z , w którym kroki mają wielkość pomniejszoną o $\langle x \rangle$, tzn. $z_i = x_i - \langle x \rangle$. Z kroków z_i budujemy następnie trajektorię y ruchu Browna o zerowym średnim przyroście ($y_i = z_1 + z_2 + \dots + z_i$, $i \leq n$), która ma swoją wartość największą y_{max} oraz najmniejszą y_{min} . Za zasięg ruchu dla tego n przyjmujemy $R = y_{max} - y_{min}$.

Zasięg ten następnie normujemy względem odchylenia standardowego $\sigma_z \approx S_z$ kroków szeregu z , uzyskując $R/S(n)$ ¹⁹. Dysponując wartościami $R/S(n)$ dla przedziałów czasowych o różnych długościach, możemy je zlogarytmować i dokonać regresji liniowej²⁰ wyznaczając wykładnik Hursta z równania $\log(R/S(n)) = H \log n + C$.

Na potrzeby praktycznego obliczania wykładnika Hursta trzeba powyższą procedurę zaimplementować tak, aby nie obciążać nadmiernie komputera i wy-

¹⁹ Uwaga o notacji: $R/S(n)$ oznacza tutaj stosunek R/S dla długości przedziału n , jest to funkcja $[R/S](n)$. Nie należy myśleć, że jest to iloraz stałego R przez S zależne od n .

²⁰ Hurst ze względu na trudności obliczeniowe (w czasach bez komputerów) nie wykorzystywał regresji liniowej, a zamiast tego obliczał środek ciężkości zlogarytmowanych wartości R/S i znajdował współczynnik kierunkowy prostej, łączącej go z punktem $n = 2$, dla którego R/S wynosi 1. Być może to jest powód występowania różnicy między wykładnikiem, uzyskanym przez Hursta w doświadczeniach karcianych, a moimi symulacjami.

ciągnąć z szeregu jak najwięcej informacji. Błędem osoby początkującej, zabójczym dla szybkości obliczeń mogłoby być liczenie z definicji wszystkich kolejnych wartości szeregu y_t (w podwójnej pętli) co powoduje kwadratową złożoność procedury względem liczby próbek w szeregu (zamiast liniowej). Drugim, często popełnianym błędem jest niepełne wykorzystanie szeregu czasowego. Obliczanie zasięgu R_t dla małych czasów procesu ($t < t_{max}/2$) można wykonywać na więcej niż jednej próbce. Mianowicie, jeśli $t < n t_{max}$, to możemy badany szereg podzielić na n rozłącznych podszeregów i możemy policzyć R_t dla każdego z nich, na koniec uśredniając wynik. W ten sposób uzyskujemy skalowanie, które jest mniej zależne od konkretnej realizacji szeregu czasowego.

```

1. Wczytaj szereg czasowy  $x_n$ 
2.  $n_{min}=2$ 
3. Dla  $k$  od  $n_{min}$  do  $n$  wykonaj:
   %% pętla obliczająca R/S dla kolejnych długości
   %% próbki  $k$ 
   1.  $R_k/S_k=0$ 
   2. Dla  $k_0$  od 0, nie dalej niż do  $n-k$ , z krokiem  $k+1$  wykonaj:
     %% Pętla wykorzystująca całą długość próbki
     %% do uśredniania R/S dla małych  $k$ 
     1.  $n_{prób}=1$ 
     2.  $z = generuj\_z(x, k_0, k)$ 
     3.  $y = generuj\_y(z, k, max\_y, min\_y)$ 
     4.  $S^2 = oblicz\_wariancje(z)$ 
     5. Jeśli  $S = 0$  lub  $max\_y = min\_y$ 
        to pomiń resztę pętli
     6.  $R/S_k=R/S_k+(max\_y-min\_y)/S$ 
     7.  $n_{prób}=n_{prób}+1$ 
   3. Jeśli  $n_{prób}>1$  to  $R/S_k=(R/S_k)/n_{prób}$ ,  $waga[k]=n_{prób}$ 
   4. W przeciwnym wypadku  $nmin=nmin+1$ 
     %% (bo nie da się dla tego  $n$  wyznaczyć  $\log R/S$ )
     %% pamiętań należy w tym dopasowaniu o wagach punktów
     %% regresji  $waga[k]$ : punkty dla mniejszych  $k$  są wyznaczone
     %% z mniejszą niepewnością (są uśrednione)
5. Zwróć wartość  $H$ 

Procedura  $generuj\_z(x, k_0, k)$ 
1.  $\langle x \rangle = 0$ 
2. dla  $t$  od  $k_0$  do  $k_0+k$  wykonaj:
   1.  $\langle x \rangle = \langle x \rangle + x_t$ 
   3.  $\langle x \rangle = \langle x \rangle / k$ 
4. dla  $t$  od  $k_0$  do  $k_0+k$  wykonaj:

```


1. $z_{t-k_0} = x_t - \langle x \rangle$
5. zwróć wektor z

Procedura *generuj_y*(z, k, \max_y, \min_y)

1. $y_0 = \max_y = \min_y = 0$
2. dla t od 1 do k wykonaj:
 1. $y_t = y_{t-1} + x_{t-1}$
 2. Jeśli $y_t > \max_y$ to $\max_y = y_t$
 3. Jeśli $y_t < \min_y$ to $\min_y = y_t$
3. zwróć wektor y

Procedura *oblicz_wariancje*(z, k)

1. $\langle z^2 \rangle = 0$
2. dla t od 0 do k wykonaj:
 1. $\langle z^2 \rangle = \langle z^2 \rangle + z_t^2$
 3. $\langle z^2 \rangle = \langle z^2 \rangle / (k-1)$
4. zwróć wartość $\langle z^2 \rangle$

Uzyskana w tym algorytmie wartość H wykazuje znaczną zmienność w zależności od konkretnej realizacji szeregu czasowego i warto ją uśrednić przynajmniej dla kilku takich realizacji, szacując przy okazji odchylenie standardowe wyniku²¹.

Podsumowanie

Analiza szeregów czasowych pokazuje, że nie wszystkie szeregi czasowe o nieprzewidywalnym przebiegu są całkowicie losowe. W naukach przyrodniczych przykładami takich szeregów są roczne przepływy wody w rzekach, odstępy między słojami drzew, czy roczne ilości opadów deszczu. Szeregi o podobnych własnościach można też odnaleźć w ekonomii dla kursów akcji lub walut. We wszystkich tych procesach można często dopatrzeć się pamięci, objawiającej się trwałością (ang. *persistence*) lub jej przeciwieństwem (ang. *anti-persistence*) przebiegu czasowego, tzn. zwiększoną (w stosunku do procesu losowego o przyrostach niezależnych) tendencją do podtrzymywania kroków o danym kierunku lub do wykonywania kroków przeciwnych.

Modelowanie takich szeregów czasowych dla potrzeb praktycznych (jak np. opracowywanie reguł spuszczenia wody z zapory czy strategii inwestowania na giełdzie) musi uwzględniać efekty pamięci. Metodą Hursta było wykorzystanie talii kart i efektu dżokera. Obecnie znamy pewne ograniczenia takiego modelu i szeregi o powiększonych wartościach wykładnika H modelujemy za pomocą ułamkowego ruchu Browna (ang. *fractional brownian motion*). Omówienie tego zagadnienia wykracza poza ramy niniejszego artykułu i odsyłam zainteresowanych czytelników np. do książki Federa podanej w literaturze.

²¹ Sama niepewność regresji (wyznaczona dla konkretnej realizacji procesu losowego) jest tutaj mało związana z rzeczywistą niepewnością oszacowania H .

Zaprezentowany w artykule formalizm i metodologia Hursta analizy szeregów czasowych w niektórych fragmentach omówiony jest dosyć szczegółowo. Wiele z tych informacji bardzo trudno odnaleźć w literaturze i dlatego warto je zamieścić w jednym, łatwo dostępnym miejscu. Szczegóły (zawarte w dodatkach i przypisach) można oczywiście w pierwszym czytaniu pominąć, a pozostała treść powinna być zrozumiała nawet dla czytelników mniej zaawansowanych matematyczno-fizycznie.

Dodatek 1

O relacji między ruchami Browna a równaniem dyfuzji

Najprostszy model ruchów Browna to błądzenie przypadkowe, które w jednym wymiarze traktuje cząstkę Browna jako wykonującą z równym prawdopodobieństwem pojedyncze skoki w lewo lub w prawo (pod warunkiem braku sił zewnętrznych). Jest to pewne przybliżenie prawdziwej cząstki Browna, która może wykonywać skoki o długości generowanej z rozkładu Gaussa, ale suma wielu skoków jednostkowych daje efektywnie właśnie rozkład gaussowski, więc gdybyśmy przyjęli krok czasowy równy np. 100 iteracjom błądzenia przypadkowego, to suma 100 kroków jednostkowych, składająca się na efektywny krok makro-iteracji będzie z dobrym przybliżeniem gaussowska.

Propagacja gęstości takich cząstek opisywana jest tzw. równaniem master:

$$w(x, t + \delta t) = p \cdot w(x - \delta x, t) + q \cdot w(x + \delta x, t) \quad (a)$$

wyrażającym fakt, że gęstość cząstek w punkcie x w chwili $t + \delta t$ równa jest sumie połowy gęstości cząstek z punktu $x + \delta x$ oraz połowy gęstości cząstek z $x - \delta x$ (pozostała połowa przeskakuje w kierunku przeciwnym do punktu x). W równaniu tym p i q oznaczają prawdopodobieństwa skoków w prawo i w lewo i dla zwykłej dyfuzji są one równe $1/2$. Równanie (a) można rozwinąć w szereg Taylora względem położenia (do wyrazu kwadratowego) i względem czasu (do wyrazu liniowego), uzyskując ostatecznie (dla $p = q = 1/2$):

$$w(x, t) + \frac{\partial w}{\partial t} \delta t = (p + q)w(x, t) + (q - p) \frac{\partial w}{\partial x} \delta x + \frac{p + q}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta x^2 \quad (b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\delta x^2}{2 \delta t} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

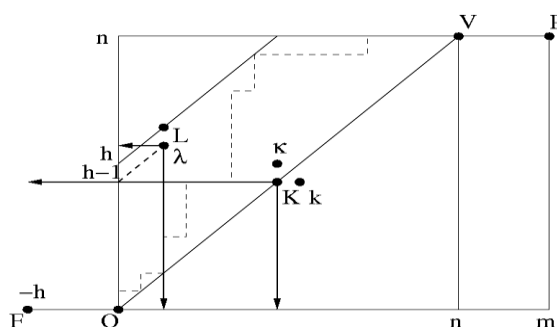
więc równanie dyfuzji z współczynnikiem dyfuzji $D = \lim_{\delta x \rightarrow 0, \delta t \rightarrow 0} \delta x^2 / 2 / \delta t$.

Dodatek 2

Wyprowadzenie wzoru na liczbę kombinacji odchodzących w pewnym momencie na odległość h od poziomu wyjściowego

Przed przystąpieniem do wyprowadzania wzoru, należy zapoznać się z graficzną reprezentacją problemów kombinatorycznych, związanych z rzucaniem monety.

Na rys. 11 znajduje się płaszczyzna, na której kroki w prawo odzwierciedlają zyski (np. wyrzucenie orła), a kroki do góry straty (np. wyrzucenie reszki). Rozpatrując proces, w którym liczba zysków i strat jest równa n , na płaszczyźnie analizujemy ścieżki, złożone z odcinków poziomych i pionowych, rozpoczynające się w punkcie O , a kończące w punkcie V .



Rys. 11. Płaszczyzna rozpatrywana przez Whitwortha w jego rozważaniach kombinatorycznych. Orzeł odpowiada krokowi w prawo (zysk), reszka odpowiada krokowi do góry (strata). Przerywaną linią zaznaczona przykładowa trajektoria, rozpoczynająca się w lewym dolnym rogu ekranu, a kończąca się w prawym rogu u góry. Zaznaczone też są punkty potrzebne w dalszych rozważaniach

Na tej płaszczyźnie interesuje nas obecnie określenie liczby ścieżek, które przynajmniej raz dochodzą do przekątnej h (jedna taka ścieżka narysowana jest linią przerywaną). Zanim będziemy gotowi przeanalizować ten problem, potrzebujemy pewnego wyniku pomocniczego, mianowicie wzoru na liczbę kombinacji $C_{m,n} - J_{m,n}$, która w procesie o m zyskach i n stratach²² określa liczbę realizacji takich, że straty w pewnym momencie są większe niż zyski ($C_{m,n} = (m+n)!/m!/n!$ jest zwykłym symbolem kombinacji $m+n$ rzutów na m zysków i n strat, a symbolem $J_{m,n}$ oznaczamy kombinacje w których korzyści zawsze są większe od strat, tzn. przebiegające pod przekątną OV). By wyznaczyć kombinacje, które w jakimś punkcie (oznaczymy go K) przecinają przekątną **po raz pierwszy**, startujemy na płaszczyźnie z punktu O i pod przekątną dochodzimy do punktu K ($J_{K,K}$ kombinacji). W punkcie K wymuszamy przecięcie przekątnej skokiem do punktu κ (1 kombinacja) i następnie w dowolny sposób przechodzimy z κ do P ($C_{m-K, n-K-1}$ kombinacji). Na wszystkie kombinacje przecinające diagonalę, $C_{m,n} - J_{m,n}$, składają się kombinacje przecinające przekątną po raz pierwszy w każdym punkcie K z zakresu $[0, n-1]$ (punkt n odpada, gdyż potrzebne jest miejsce na jeden krok w górę). Tym sposobem:

²² Rozważamy taki pomocniczy ogólniejszy proces (choć w interesującym nas przypadku $m = n$), gdyż w toku rozumowania będziemy musieli osobno operować na indeksie m oraz na indeksie n (przejście między równaniami (b) – (b')).

$$C_{m,n} - J_{m,n} = \sum_{K=0}^{n-1} J_K C_{m-K,n-K-1} \quad (a)$$

Sumę tę można w zwarty sposób zapisać, układając równanie na wszystkie możliwe realizacje procesu zaczynającego się w O i kończącego się w P . W tym celu z punktu O biegniemy nad przekątną do K (J_K kombinacji, symetrycznie jak w przypadku przebiegu pod przekątną), potem z K do k (1 kombinacja) i z k do P ($C_{m-K-1,n-K}$ kombinacji). Ponieważ w ogólności trajektoria z O do P może przekroczyć przekątną w dowolnym punkcie K , suma tym razem przebiega od $K=0$ do $K=n$ włącznie, tj:

$$\sum_{K=0}^n J_K C_{m-1-K,n-K} = C_{m,n} \quad (b)$$

Suma (b) różni się od (a) w zasadzie tylko punktem odejmowania jedynki w kombinacji. Jeśli w równaniu (b) zastąpić wskaźniki wartościami $m \rightarrow m+1$ i $n \rightarrow n-1$ (czyli rozpatrzeć trochę inny problem kombinatoryczny), to uzyskamy bardziej przydatną relację:

$$\sum_{K=0}^{n-1} J_K C_{m-K,n-K-1} = C_{m+1,n-1} \quad (b')$$

Porównując (b') i (a), uzyskujemy

$$C_{m,n} - J_{m,n} = C_{m+1,n-1} = \frac{(m+n)!}{(m+1)!(n-1)!} = \frac{(m+n)!}{m!n!} \frac{n}{m+1} = \frac{n}{m+1} C_{m,n} \quad (c)$$

Uzbrojeni w ten wynik, spoglądamy jeszcze raz na rysunek. **Teraz możemy zapytać o istotę problemu:** ile kombinacji przy m zyskach i n stratach (punkt początkowy O , końcowy P) odbiega od zera na odległość h . Geometrycznie problem ten oznacza dotknięcie lub przecięcie przekątnej h , np. w punkcie L . Rozpatrując realizację procesu, która po raz pierwszy dotyka tej przekątnej w punkcie L , mamy daną drogę $O-\lambda$, którą należy pokonać pod przekątną h (zastanowimy się zaraz nad liczbą kombinacji), następnie drogę $\lambda-L$ (jedna możliwa kombinacja) oraz pozostałą (dowolnie wybraną) drogę $L-P$ ($C_{m-L,n-L-h}$ kombinacji).

Liczbę kombinacji $O-\lambda$ można wydedukować, rozpatrując realizację w przeciwnym kierunku, $\lambda-O$. Nieprzecinanie przekątnych oznacza wówczas, że straty nie mogą być większe niż zyski przy $(L+h-1)$ zyskach i L stratach. Na mocy (c) (i odpowiednio dobranych osi układu współrzędnych, podanych na rys. 11) takich kombinacji jest

$$J_{L+h-1,L} = \left(1 - \frac{L}{L+h}\right) C_{L+h-1,L} = \left(\frac{h}{L+h}\right) C_{L+h-1,L} \quad (d)$$

Dla pojedynczego L możemy więc napisać liczbę kombinacji przecinających przekątną w tym punkcie jako:

$$N_{hL} = \frac{h}{L+h} C_{L+h-1,L} C_{m-L,n-L-h} \quad (e)$$

Ponieważ punkt pierwszego dojścia do diagonali obejmuje L z przedziału $(0, n-h)$, całkowita liczba kombinacji jest sumą liczby kombinacji dla pojedynczego L :

$$N_h = \sum_{L=0}^{n-h} N_{hL} = \sum_{L=0}^{n-h} \frac{h}{L+h} C_{L+h-1,L} C_{m-L,n-L-h} \quad (f)$$

Aby znaleźć zwartą postać powyższej sumy rozpatrujemy inny proces, który określony jest tym samym wyrażeniem. Tym procesem jest losowanie rozpoczynające się w punkcie F , a kończące się w P . Całkowita liczba kombinacji w takim procesie (n strat, $m+h$ zysków) to $C_{m+h,n}$, ale można ją wyrazić również w inny sposób. Każda realizacja musi przekroczyć diagonalę $O-V$ i jeśli takie przekroczenie następuje w punktach $K-k$, to możemy przy tym warunku napisać liczbę kombinacji jako:

$$J_{K+h,K} C_{m-K-1,n-K} = \left[\left(1 - \frac{K}{K+h+1} \right) C_{K+h,K} \right] C_{m-K-1,n-K} = \frac{h+1}{K+h+1} C_{K+h,K} C_{m-K-1,n-K} \quad (g)$$

gdzie czynnik w nawiasie kwadratowym wyraża kombinacje na dojście do punktu K przekątnej bez jej przecinania (z użyciem relacji (c) dla trajektorii $K-F$, zob. osie w punkcie K na rys. 11), skąd następuje przejście do k (przecięcie przekątnej), a czynnik poza nawiasem wyraża kombinacje przejścia od punktu k do P (z uzyskaniem $m-K-1$ zysków i $n-K$ strat). Suma (g) od $K=0$ do n (dopuszczamy przecięcie przekątnej w dowolnym punkcie) daje ostatecznie

$$C_{m+h,n} = \sum_{K=0}^n \frac{h+1}{K+h+1} C_{K+h,K} C_{m-K-1,n-K} \quad (h)$$

Aby powyższy wzór sprowadzić do postaci (f) podstawiamy $h \rightarrow h-1$, $n \rightarrow n-h$, $m \rightarrow m+1$, uzyskując:

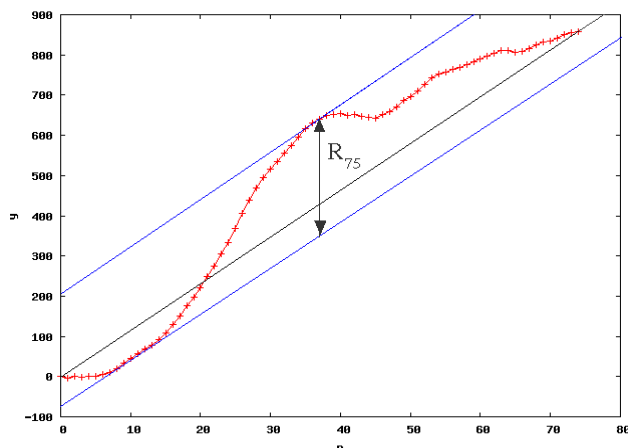
$$C_{m+h,n} = \sum_{K=0}^{n-h} \frac{h}{K+h} C_{K+h-1,K} C_{m-K,n-K-h} \quad (i)$$

co porównane z (f) daje ostatecznie:

$$\boxed{N_h = C_{m+h,n}} \quad (j)$$

Dodatek 3

Graficzne wysowanie układu współrzędnych, w którym realizacja procesu losowego ma średni przyrost równy zero

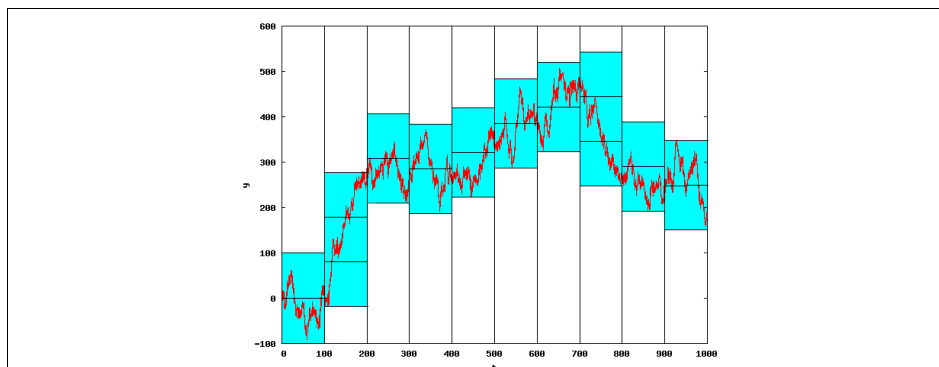


Rysunek 12. Graficzna konwersja układu współrzędnych dla przebiegu o średnim przyroście różnym od zera do postaci rozważanej przez Hursta. Łączymy linią prostą końce przebiegu i ta ukośna linia jest następnie punktem odniesienia do wyznaczania maksymalnego odejścia w górę lub w dół (od tej linii). Porównaj z rys. 6 (aby wyraźniej pokazać myśl, przebieg wykazuje tu pamięć i chwilową tendencję kierunkową).

Dodatek 4

Związek wykładnika Hursta z wymiarem fraktalnym szeregu czasowego

Wykorzystam tu heurystyczne rozumowanie Mandelbrota. Przyjmijmy ruch Browna o wykładniku H , w którym cząstka przeskakuje w okresie Δt na odległość $R/S = a \Delta t^H$. Dla uproszczenia rozumowania ustalimy $a = 1$, gdyż ten stały współczynnik nie ma znaczenia dla wymiaru fraktalnego. Spoglądamy na rysunek 13. Na tym rysunku próbujemy pokryć przebieg czasowy pudełkami o długości boku równej 100. Z definicji R/S spodziewamy się, że w okresie 100 jednostek czasu, trajektoria z ustalonej wartości „rozmywa się” na 100^H jednostek w pionie. Wobec tego liczba pudełek koniecznych do przykrycia takiego fragmentu wyraża się polem powierzchni, zajmowanym przez wykres podzielonym przez pole powierzchni pudełka, tzn. $n = (100^H \cdot 100)/100^2 = 100^{H-1}$. Na całej długości szeregu musimy wykorzystać $\Delta t_{max}/\Delta t = 10$ przedziałów, uzyskując $10 \cdot 100^{H-1}$ pudełek.



Rys. 13. Rysunek do obliczania wymiaru pudełkowego dla przebiegu czasowego o zasięgu opisywanym wykładnikiem Hursta

Rozważając bardziej ogólnie, możemy całkowity przedział Δt_{max} pokryć podprzedziałami o boku $\varepsilon \Delta t_{max}$. W takim przypadku w obrębie pojedynczego podprzedziału zasięg pionowy narasta do $\varepsilon^H \Delta t_{max}^H$. Powierzchnia zajmowana przez wykres w pojedynczym podprzedziale wyniesie zatem średnio $(\varepsilon^H \Delta t_{max}^H) \cdot \varepsilon \Delta t_{max} = \varepsilon^{H+1} \Delta t_{max}^{H+1}$. Wyznaczenie liczby potrzebnych pudełek wymaga podzielenia tej powierzchni przez powierzchnię pudełka $(\varepsilon \Delta t_{max})^2$ i pomnożenia przez liczbę podprzedziałów $(1/\varepsilon)$, dając ostatecznie $n = \Delta t_{max}^{H-1} \varepsilon^{H-2}$. Z definicji wymiaru fraktalnego D wiemy, że liczba pudełek pokrywających obiekt (krzywą) powinna zależeć od rozdzielczości ε jak $n \sim \varepsilon^{-D}$, gdzie D to wymiar fraktalny, zatem $D = 2 - H$.

Wymiar fraktalny często kojarzony jest z samopodobieństwem obiektu, rozumianym jako fakt bycia skonstruowanym z mniejszych kopii samego siebie. W przypadku trajektorii cząstki Browna można powiedzieć, że w każdym podprzedziale $\varepsilon \Delta t$ trajektoria posiada **statystycznie** te same własności co przeskalowany do jej wymiarów przebieg całkowity (samopodobieństwo statystyczne). Współrzędna czasowa jest przy tym jednak skalowana przez inny czynnik niż zasięg $R \sim \varepsilon^H$, bo przez ε w pierwszej potęgę. Przypadki zbiorów „samopodobnych”, w których obiekt jest skalowany z różnymi współczynnikami na różnych osiach nazywamy „**samoafinicznymi**” i to określenie nieodzownie spotyka się w literaturze związanej z analizą szeregów czasowych.

Geometrycznie związek $D = 2 - H$ można interpretować mówiąc, że dla niskich wykładników Hursta ($H = 0$), przebieg naprzemiennie generuje kroki dodatnie i ujemne, a trajektoria generowana na wykresie czasowym przypomina płaską wstęgę (wówczas $D = 2 - 0 = 2$). Z kolei dla bardzo wysokich wykładników, oscylacje prawie nie istnieją i szereg składa się z kroków niemal wyłącznie dodatnich (lub po zmianie tendencji: niemal wyłącznie ujemnych), zakreślając dobrze widoczną, jednowymiarową linię ($D = 2 - 1 = 1$). Dla pośrednich wykładników Hursta występuje sytuacja przejściowa między pełnym wypełnieniem wstęgi lub jednowymiarową linią.

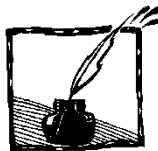
Podziękowania

W nadaniu ostatecznego kształtu tego artykułu znaczną pomocą wykazał się mgr inż. Krzysztof Pawełek, który kilkakrotnie sprawdzał maszynopis i dzielił się ważnymi merytorycznymi uwagami.

Literatura

1. H.E. Hurst, R.P. Black, Y.M. Simaika, *Long Term Storage, An Experimental Study*, Constable, 1965.
2. W.A. Whitworth, *Choice and Chance*, Cambridge, 1901.
3. B.B. Mandelbrot, *Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman & Company, 1983.
4. J. Feder, *Fractals*, Plenum Press, 1988.
5. E.E. Peters, *Fractal Market Analysis*, Wiley, 1994.
6. P. Meakin, *Fractals, Scaling and Growth far from Equilibrium*, Cambridge University Press, 1998.

Polecam szczególnie pozycję pierwszą, choć trudna do zdobycia, to jest osiągalna nawet w Polsce (przez katalog międzybiblioteczny Karo), w odróżnieniu od klasycznej pracy Hursta z 1951. Jeśli ktoś ma ochotę zrozumieć podstawy kombinatoryczne w szerszym zakresie niż podany tutaj, to polecam (trudną) pozycję 2. Pozycja 3. podaje związek między wymiarem fraktalnym szeregu czasowego i wykładnikiem Hursta (s. 237). Pozycja 4 referuje zwięźle, prostym językiem wyniki Hursta i Mandelbrota. Dostrzegając ograniczenia modelu karcianego, autor omawia generowanie przebiegów o anomalnym wykładniku Hursta za pomocą ułamkowych ruchów Browna. Pozycja 5. jest podręcznikiem dla ekonomistów i została napisana przez jednego z klasycznych autorów związanych z fraktalną analizą rynku. Zawiera czytelne wprowadzenie historyczne oraz opis algorytmu obliczania wykładnika Hursta. Pozycja 6 dysponuje przyzwoitym rozdziałem z wprowadzeniem do analizy R/S dla ekonomistów.



O manipulacji w nanoskali

Szymon Godlewski
Instytut Fizyki UJ

Skonstruowany w 1981 roku przez dwóch pracowników IBM Gerda Binniga i Heinricha Rohrera skaningowy mikroskop tunelowy (STM) otworzył nowy rozdział w badaniach nad strukturą powierzchni. O doniosłości tego wynalazku może świadczyć fakt przyznania autorom Nagrody Nobla w dziedzinie fizyki w 1986 roku. Skaningowy mikroskop tunelowy był pierwszym z serii urządzeń należących do grupy mikroskopów bliskich oddziaływań (kolejnym był mikroskop sił atomowych). Wkrótce po skonstruowaniu mikroskopu tunelowego okazało się, że nowe urządzenie daje nieosiągalną wcześniej możliwość uzyskiwania informacji na temat lokalnej struktury powierzchni materii. Możliwe stało się „obserwowanie” pojedynczych atomów na powierzchniach próbek. Stosowane dziś mikroskopy tunelowe działające w niskich temperaturach (mikroskopy są chłodzone, by poprawić stabilność pracy) osiągają zdolności rozdzielcze około 1 \AA ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$) w płaszczyźnie próbki oraz około $1 \text{ pm} = 0,01 \text{ \AA}$ w kierunku pionowym. Ta niezwykła zdolność rozdzielcza wynika z zasady działania mikroskopu – wykorzystania kwantowego zjawiska tunelowego.

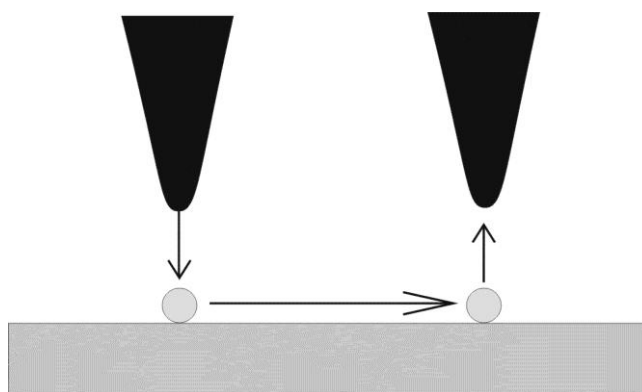
Przyjrzyjmy się więc zasadzie działania skaningowego mikroskopu tunelowego. Ostra igła jest zbliżana do badanej próbki na odległość rzędu kilku \AA . Następnie pomiędzy igłą i próbką przykładana jest różnica potencjałów rzędu 1 V . Brak bezpośredniego kontaktu igły mikroskopu z próbką uniemożliwia klasyczny przepływ prądu, ale bardzo mała odległość ostrza od próbki daje elektronom możliwość tunelowania przez barierę oddzielającą igłę od próbki. Analiza zjawiska tunelowania prowadzi do wniosku, że prawdopodobieństwo tunelowania elektronu przez barierę maleje bardzo szybko wraz ze wzrostem odległości próbka-ostrze (patrz *Foton* 112/2011, *Oglądanie świata w nanoskali – mikroskop STM*). To właśnie bardzo szybki, eksponencjalny zanik prądu tunelowego podczas oddalania ostrza od próbki oraz bardzo mała odległość próbka-ostrze daje możliwości uzyskiwania tak wysokiej rozdzielczości. W mikroskopie STM stwarzane są warunki do „zobaczenia” pojedynczych atomów. Oczywiście, nie można tego traktować w sensie dosłownym, gdyż „obraz” obiektu konstruuje się badając lokalną zdolność obiektu do przewodzenia prądu. Trzeba pamiętać, że na wartość prądu tunelowego wpływa nie tylko odległość ostrza od próbki, ale także liczba miejsc, do których, i z których, elektrony mogą tunelować, czyli tzw. lokalna gęstość stanów elektronowych ostrza i próbki. Interpretacja tak uzyskanego obrazu nie jest więc rzeczą łatwą. Wróćmy jednak na chwilę do samego pomiaru. Polega on na przesuwaniu igły ponad powierzchnią

i rejestracji wartości prądu tunelowego i położenia ostrza. Stosowane są dwa tryby pracy mikroskopu. W pierwszym podczas ruchu igły zmieniana (i rejestrowana) jest pionowa składowa jej położenia tak, by wartość prądu tunelowego pozostawała stała. Drugi tryb opiera się na ruchu ostrza tylko w płaszczyźnie poziomej (nie zmienia się pionowej składowej położenia ostrza) i rejestracji wartości prądu tunelowego. Jest to tryb stałej wysokości. Łatwo wyobrazić sobie, że zbliżenie ostrza na tak małą odległość jak kilka Å i jego ruch może prowadzić do przeskakiwania atomów pomiędzy igłą i próbką. Gdy tworzymy obraz powierzchni sytuacja taka jest oczywiście niekorzystna i prowadzi do zaburzenia procesu pomiaru. Okazało się jednak, że daje to jedną z najbardziej spektakularnych możliwości użycia mikroskopu, a mianowicie przemieszczania pojedynczych atomów i molekuł w sposób kontrolowany (tzw. manipulacja atomami i molekułami). Otworzyło to zupełnie nowe możliwości prowadzenia eksperymentów. Osiągalne okazało się układanie „atom po atomie” zaprojektowanych wcześniej nanostruktur, syntezywanie molekuł poprzez inicjowanie reakcji chemicznych na powierzchniach próbek, czy też szczegółowe badanie chemicznych i fizycznych własności molekuł i atomów. Dzięki temu mikroskop może dziś służyć nie tylko jako narzędzie umożliwiające bierne „podglądanie” świata w nanoskali, ale wprowadza szansę na czynną interakcję z pojedynczymi atomami i cząsteczkami. Używając mikroskopu możemy dziś molekuły „dotykać”, poruszać i zobaczyć jak one na to reagują. A wszystko to z precyzją atomową. Jednakże tego typu eksperymenty wymagają bardzo dokładnego odizolowania igły wraz z próbką od otaczającego je świata i zewsząd czyhających zaburzeń. W tym celu musimy wyeliminować zarówno drgania mechaniczne, zakłócenia elektroniczne (cały układ mikroskopu jest sterowany elektronicznie) i dodatkowo, w przypadkach wielu eksperymentów o najwyższym poziomie dokładności, poprawić stabilność pracy poprzez chłodzenie do niskich temperatur. Z tego względu mikroskopy zawieszają się na tłumiących drgania amortyzatorach pneumatycznych, zaś eksperymenty bardzo często wykonuje się w układach chłodzonych ciekłym azotem lub helem, co pozwala osiągać temperatury rzędu 80 K w pierwszym przypadku i 4–7 K w drugim. Właśnie ze względu na wysokie wymagania i zaawansowany poziom badań związanych z manipulacją eksperymenty takie wykonywane są tylko w niewielu ośrodkach na świecie, dysponujących odpowiednią kadrą naukową i aparaturą. Od kilku lat doświadczenia z przemieszczaniem molekuł wykonuje się również w Zakładzie Fizyki Nanostruktur i Nanotechnologii Uniwersytetu Jagiellońskiego.

Manipulację atomami i cząsteczkami na powierzchniach próbek możemy podzielić na: (i) manipulację poziomą (ang. *lateral manipulation*), (ii) manipulację pionową (ang. *vertical manipulation*). Ich nazwy związane są z rodzajem zjawisk i procesów mających kluczowe znaczenie dla przebiegu manipulacji.

Manipulacja pozioma

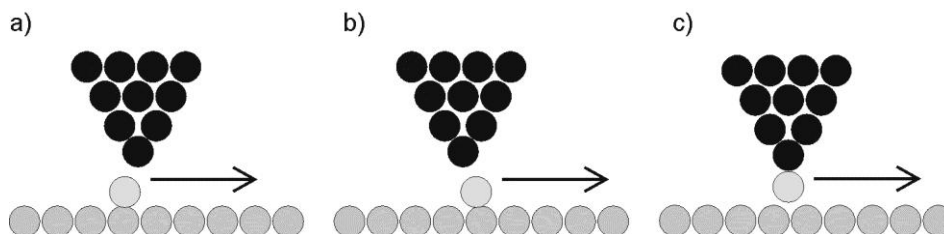
Ten rodzaj manipulacji, zgodnie z nazwą, polega na przesuwaniu obiektów (atomów, cząsteczek) w kierunku poziomym na powierzchni podłoża (rys. 1). Pierwsze eksperymenty demonstrujące możliwości prowadzenia kontrolowanej manipulacji wykonane zostały w ośrodku rozwojowym IBM-Almaden w roku 1990. W eksperymentach tych ostrze mikroskopu STM używane było do układania pojedynczych atomów według wcześniej zaprojektowanego wzoru, co prowadziło do budowy obiektów takich jak np. okrąg składający się z kilkadziesiąt atomów.



Rys. 1. Schematyczna ilustracja procesu manipulacji poziomej

Manipulację poziomą wykonuje się w następujący sposób. Najpierw ostrze mikroskopu przesuwane jest nad badany obiekt w standardowym trybie obrazowania. Następnie igła zbliżana jest do atomu/cząstki na odległość 1–3 Å. Pozwala to zwiększyć na tyle oddziaływanie ostrza z atomem lub cząsteczką (taki obiekt umieszczony na płaskiej powierzchni podłoża nazywamy adsorbatem), że możliwe staje się przesuwanie obiektu. W kolejnym kroku ostrze przesuwane jest zazwyczaj po – z góry zdefiniowanej – ścieżce, adsorbat zaś, wskutek zwiększonego oddziaływania z ostrzem, podąża po powierzchni za ostrzem. Na koniec igła odsuwana jest w górę do położenia wyjściowego i wykonywane jest obrazowanie układu, co pozwala zilustrować efekt poczynionej manipulacji. Z uwagi na rodzaj oddziaływań igły z adsorbatem możliwe są trzy różne sposoby doprowadzenia do przemieszczania obiektu. W pierwszym z nich przyciągające oddziaływanie jest na tyle silne, że w momencie zbliżenia igły do adsorbatu następuje jego przeskok po powierzchni w kierunku igły. Towarzyszy temu nagłe odsunięcie, przez mechanizmy mikroskopu, igły od powierzchni jako efekt pojawienia się obiektu pod igłą. Następnie w miarę poziomego przesuwania igły ponad powierzchnią jej wysokość jest dobierana tak, by zachować stałą wartość prądu tunelowego. Następnie ponownie następuje przeskok adsorbatu

do centrum adsorpcji położonego poniżej igły i cały proces powtarza się (rys. 2a). Tryb ten nazywany jest trybem ciągnięcia (ang. *pulling mode*).

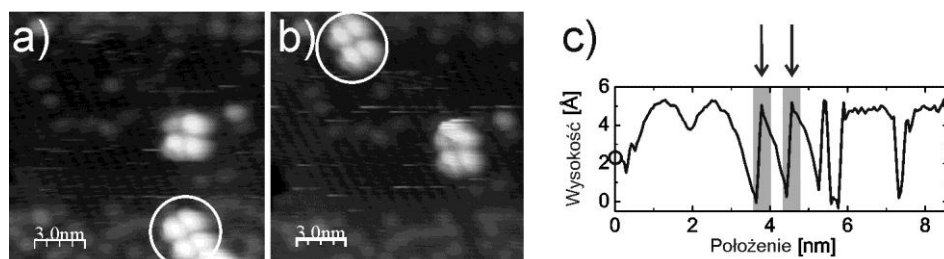


Rys. 2. Manipulacja pozioma, a) tryb ciągnięcia, b) tryb pchania, c) tryb ślizgania

W przypadku, gdy oddziaływanie igły z atomem/cząstką jest odpychające, w miarę zbliżania igły do adsorbentu następuje wzrost wartości siły odpychającej i nagłe odskoczenie obiektu do centrum adsorpcji bardziej oddalonego od igły. W tym momencie igła zostaje gwałtownie przybliżona do próbki wskutek zniknięcia (tj. odsunięcia się) adsorbentu. Następnie igła jest ponownie zbliżana do obiektu i cała sytuacja się powtarza (rys. 2b). W efekcie atom/molekuła jest pchana przed ostrzem (ang. *pushing mode*).

Ostatni tryb – ślizgania (ang. *sliding mode*) – obserwuje się wtedy, gdy oddziaływanie przyciągające jest na tyle silne, że adsorbat wiąże się z ostrzem i przesuwa razem z nim. Tryb ten wymaga jednak większego zbliżenia ostrza i adsorbentu niż w poprzednio omówionych przypadkach i wprowadza niebezpieczeństwo uszkodzenia ostrza bądź adsorbentu (rys. 2c).

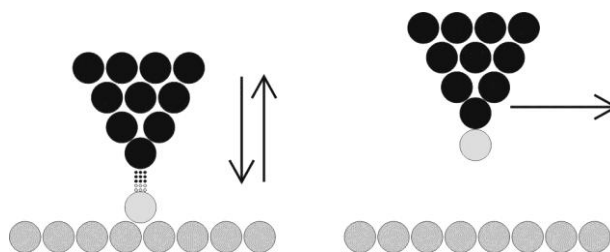
Rysunek 3 przedstawia przykład manipulacji molekułą wykonany w Zakładzie Fizyki Nanostruktur i Nanotechnologii UJ, charakterystyczny kształt pionowej składowej położenia igły (rys. 3c) dowodzi, że molekuła była ciągnięta za ostrzem.



Rys. 3. Manipulacja molekułą organiczną oznaczoną okręgiem, a) stan przed manipulacją, b) położenie molekuł po procesie manipulacji, c) sygnał manipulacji

Manipulacja pionowa

Innym rodzajem manipulacji jest tzw. manipulacja pionowa. W trybie tym molekuly/atomy, w odróżnieniu od trybu manipulacji poziomej, przemieszczane są w kierunku pionowym przylączając się w sposób odwracalny do igły. Pozwala to „złapać” atom/molekulę na ostrzu i przenieść ją w wybrane miejsce na powierzchni próbki (rys. 4). Manipulacja taka może być indukowana poprzez impuls napięciowy generujący pole elektryczne między igłą i próbką, poprzez wzbudzenie tunelującymi elektronami (zwiększa się w tym przypadku prąd tunelowy) lub poprzez kontakt mechaniczny. Należy jednak pamiętać, że ten ostatni sposób inicjowania procesu manipulacji niesie ze sobą niebezpieczeństwo uszkodzenia igły bądź adsorbatu. Ten rodzaj manipulacji, poza omówionym przemieszczaniem adsorbatów, stosowany jest również do kontrolowanej modyfikacji igły mikroskopu. Uzyskuje się to dzięki możliwości „złapania” na ostrzu konkretnej molekuly bądź atomu, co pozwala znacząco zwiększyć rozdzielczość pomiarów.



Rys. 4. Manipulacja pionowa

Podsumowując należy podkreślić, że mikroskopy bliskich oddziaływań umożliwiają prowadzenie obserwacji powierzchni próbek z niespotykaną wcześniej rozdzielczością i czułością. Pozwalają ponadto na prowadzenie aktywnych badań nad zachowaniem cząstek i molekuly oraz na kontrolowaną budowę obiektów w nanoskali, co jest jednym z najbardziej spektakularnych zastosowań osiągnięć współczesnej nauki o powierzchniach.

Publikacja powstała przy wsparciu finansowym Fundacji na Rzecz Nauki Polskiej (stypendium START 2011).



Supersymetria, czyli super symetria

Piotr Korcyl
Instytut Fizyki UJ

W niniejszym artykule chciałbym zaprosić Państwa do świata cząstek elementarnych. Zamierzam przedstawić Państwu kilka zagadnień, na których skupia się moja praca naukowa. Dotyczą one supersymetrii, która jest pewną nową, na razie hipotetyczną, symetrią pomiędzy cząstkami elementarnymi. Zanim jednak opiszę moje badania, zacznę od kilku słów na temat aktualnego stanu naszej wiedzy o mikroświecie, jak również wyjaśnię, czym właściwie jest supersymetria.

Cząstki elementarne

Świat, który obserwujemy, zbudowany jest z dwóch typów cząstek elementarnych: cząstek materii oraz cząstek będących nośnikami oddziaływań. Cząstki materii, np. elektrony oraz kwarki budujące protony i neutrony, nazywamy zbiorowo *fermionami*. Cząstki – nośniki oddziaływań – takie jak np. foton (nośnik oddziaływania elektromagnetycznego), nazywamy *bozonami*. Między fermionami i bozonami istnieje jedna zasadnicza różnica, mianowicie – mówiąc obrazowo – tylko jedna cząstka materii (fermion) może znajdować się w jednym punkcie przestrzeni. Natomiast, jeśli chodzi o cząstki przenoszące oddziaływanie, może to być dowolna liczba.

Cząstkę możemy scharakteryzować poprzez podanie kilku liczb. I tak, powinniśmy podać jej masę, która mówi, w jaki sposób ta cząstka odpowiada na siłę grawitacji. Następnie, powinniśmy podać jej ładunek elektryczny, który określi jak bardzo cząstka będzie odpychać lub przyciągać inne cząstki naładowane elektrycznie. Innymi słowy, aby wskazać konkretną cząstkę musimy powiedzieć, w jaki sposób odpowiada ona na wszystkie znane w Przyrodzie oddziaływania. Znamy cztery fundamentalne oddziaływania. Poza wspomnianą już grawitacją oraz oddziaływaniem elektromagnetycznym istnieją jeszcze: oddziaływania zwane słabymi (odpowiedzialne po części za zjawiska radioaktywności) i oddziaływania zwane silnymi (odpowiedzialne za stabilność jąder atomowych). Do pełnego opisu cząstki musimy więc jeszcze dodać jaki niesie ona ładunek oddziaływania słabego i oddziaływania silnego.

Możliwe jest istnienie pary cząstek, jednej cząstki materii i jednej cząstki przenoszącej oddziaływanie, o identycznych wartościach wszystkich ładunków, tzn. takich samych: masach, ładunkach elektrycznych, ładunkach oddziaływania słabego i ładunkach oddziaływania silnego. Jednakże pozostanie pomiędzy nimi ciągle zasadnicza różnica związana z ich typem; cząstki materii będą fermionami, a cząstki siły – bozonami.

Model Standardowy Cząstek Elementarnych

Jednym z najprostszych doświadczeń, które można wykonać na cząstkach elementarnych jest zderzenie dwóch z nich. Wyniki takiego zderzenia zależą od tego, jaką energię początkową nadamy cząstkom. Jeśli energia jest mała a cząstki niosą np. identyczny ładunek elektryczny, odepchną się od siebie i polecą dalej po zmienionym torze. Zadaniem fizyków jest przewidywanie, jaki będzie kąt tego wychylenia. Jeśli energia będzie większa, to oprócz odchylenia, zgodnie z relacją Einsteina $E = mc^2$, dodatkowa energia zgromadzona w miejscu zderzenia może zamienić się w masę i mogą powstać całkiem nowe cząstki. W takim przypadku można przewidzieć, jakie i ile takich cząstek powstanie. Dzięki takim eksperymentom możemy powołać do życia cząstki, których nie można spotkać w normalnych warunkach, na przykład takie, które istniały tuż po Wielkim Wybuchu, lecz następnie się rozpadły.

W ciągu ostatnich 40 lat fizykom udało się stworzyć teorię matematyczną, dzięki której są w stanie przewidzieć wyniki wspomnianych eksperymentów. Teoria ta nazywana jest Modelem Standardowym Cząstek Elementarnych i opisuje, w jaki sposób cząstki materii oddziałują między sobą, wymieniając cząstki oddziaływań. Posiada on 17 parametrów, których wartości należy zmierzyć doświadczalnie. Raz zmierzone i wstawione do teorii umożliwiają obliczenie wyniku wszystkich innych eksperymentów. Należy podkreślić, że wszystkie przewidywania Modelu Standardowego zgodziły się z wykonanymi do tej pory eksperymentami.

Supersymetria

Supersymetria jest pewnego rodzaju symetrią. Jeśli mówimy, że coś jest symetryczne, rozumiemy przez to, że dany obiekt pozostanie niezmienny, jeśli wykonamy na nim pewną transformację. Okrąg jest symetryczny ze względu na obroty, ponieważ nie potrafimy odróżnić okręgu obróconego o pewien kąt i tego pierwotnego, nieobróconego. Supersymetria zakłada, że cząstki materii i cząstki oddziaływań, fermiony i bozony, mimo swojej różnicy, są pod pewnym względem takie same. Gdy fizycy mówią, że nasz Wszechświat jest supersymetryczny, rozumieją przez to, że można podmienić pewną cząstkę materii, pewien fermion, na jej supersymetrycznego partnera, odpowiedni bozon, i... Wszechświat powinien wyglądać tak samo.

Dlaczego supersymetria?

Choć, jak wspomniałem, Model Standardowy bardzo dobrze sprawdził się we wszystkich dotychczasowych eksperymentach, wiadomo już, że nie jest to pełna teoria opisująca Przyrodę. Sytuacja wygląda podobnie jak z teorią grawitacji Newtona, która dobrze sprawdza się do opisu ruchu większości planet w naszym układzie planetarnym, lecz nie jest wystarczająco dokładna, aby wytłumaczyć pewne zaburzenia w ruchu Merkurego. Do ich wyjaśnienia potrzebna była

pełniejsza teoria, mianowicie teoria grawitacji Einsteina. Podobnie rozumiemy już dzisiaj, że Model Standardowy jest bardzo dobrą teorią dla niskich energii. Dla większych, musimy poszukać pełniejszej teorii.

Jednym z mankamentów Modelu Standardowego jest brak cząstki, która mogłaby odpowiadać za ciemną materię odkrytą niedawno przez astronomów, a która według ich przewidywań wypełnia około 23% naszego Wszechświata. Koncepcja supersymetrii okazuje się tutaj bardzo przydatna. Jeśli rozszerzymy Model Standardowy, tak aby był supersymetryczny, pojawiają się w nim cząstki neutralne, które mogłyby być idealnymi kandydatami na ciemną materię.

Dodatkowo, jednym z faktów, które bardzo podobają się fizykom w idei supersymetrii, jest możliwość unifikacji wszystkich oddziaływań w teoriach supersymetrycznych. Choć Model Standardowy opisuje trzy z czterech podstawowych oddziaływań, niemniej jednak traktuje je jako trzy odrębne zjawiska. Fizycy natomiast od dawna poszukują jednej teorii, w której wszystkie oddziaływania: elektromagnetyczne, słabe i silne, byłyby przejawem pojedynczego oddziaływania fundamentalnego. W świecie, takim jakim go widzimy, wspomniane oddziaływania różnią się w sposób bardzo istotny; przykładowo, oddziaływanie silne jest tysiąc milionów razy większe od oddziaływania słabego. Bardzo trudno zatem znaleźć teorię, w której oddziaływanie fundamentalne raz przejawiałoby się jako bardzo mocne oddziaływanie silne, a w innej sytuacji – jako znikome oddziaływanie słabe. W celu odnalezienia jednej wspólnej teorii – Teorii Wszystkiego – musimy więc poszukać świata, w którym wartości tych sił byłyby bardziej zbliżone do siebie. Okazuje się, że taki świat możemy sami stworzyć: w akceleratorach cząstek elementarnych. W pewnych szczególnych warunkach, jakie mogą panować podczas zderzeń cząstek, pojawiają się sygnały świadczące o tym, że oddziaływania elektromagnetyczne i słabe unifikują się w pojedyncze oddziaływania nazywane oddziaływaniami elektroslabymi. Niemniej jednak świat, w którym wszystkie siły mają zbliżoną wartość, to świat bardzo wysokich energii, prawdopodobnie takich, jakie panowały w naszym Wszechświecie na krótką chwilę po Wielkim Wybuchu. Energie, jakie jesteśmy w stanie wytworzyć w naszych akceleratorach, są w porównaniu z nimi zbyt małe. W związku z tym musimy zbadać taki świat teoretycznie. Niestety, wbrew oczekiwaniom, po przeprowadzeniu rachunków w ramach Modelu Standardowego, okazuje się, że nie istnieje taka energia, dla której wszystkie oddziaływania byłyby równorzędne. Oznacza to, że nasze dotychczasowe teorie nie dają się połączyć w jedną Teorię Wszystkiego. Mogą więc teraz Państwo sobie wyobrazić entuzjazm fizyków, gdy okazało się, że jeśli rozważamy supersymetryczne rozszerzenie Modelu Standardowego, pojawia się dokładnie jedna energia dla której wszystkie siły przyjmują tę samą wartość. W takich warunkach siły stają się nierozróżnialne, a supersymetryczna teoria, która je opisuje, staje się teorią uniwersalną. Poszczególne siły są tylko jej szczególnymi przypadkami. Dlatego też fizycy wiążą wielkie nadzieje z supersymetrią.

Łamanie supersymetrii

Faktem jest jednak, że do dzisiaj żadne doświadczenie nie wykazało istnienia par cząstek o takich samych ładunkach, lecz różnych typach. Oznacza to, że supersymetria, jeśli istnieje, musi być złamana. Fizycy wierzą więc, że na samym początku Wszechświat był supersymetryczny. Wraz z rozszerzeniem się i chłodzeniem, we Wszechświecie nastąpiło wiele przejść fazowych. Przejście fazowe to zmiana stanu skupienia substancji; tak jak w przypadku kondensacji pary wodnej w ciecz lub zamarzania wody, przez co powstaje lód. W czasie jednego z podobnych przejść fazowych Wszechświat przestał być supersymetryczny. We wszystkich parach cząstek powstała różnica w ich masie. Te lżejsze są tymi, które obecnie obserwujemy. Te cięższe rozpadły się na lżejsze i zniknęły. Moglibyśmy je ponownie zobaczyć, gdybyśmy dysponowali akceleratorami cząstek elementarnych o odpowiednio wysokich energiach. Niemniej jednak fizycy myślą, że pomimo złamania supersymetrii, Wszechświat 'pamięta', że kiedyś był supersymetryczny. Dzięki tej pamięci teorii, którymi dysponujemy, pozwalają się połączyć, zunifikować, dla pewnej, dostatecznie dużej energii. Powstaje jednak pytanie, w jaki sposób supersymetria została złamana? Co było przyczyną złamania i jakie warunki musiały być spełnione, aby pomimo wszystko, zachowana została pamięć o supersymetrycznej przeszłości Wszechświata? By znaleźć odpowiedź na takie pytania niezbędne jest teoretyczne zbadanie różnych modeli łamania supersymetrii.

Modele łamania supersymetrii

Działanie supersymetrii najlepiej zrozumieć analizując proste układy fizyczne, nazywane modelami, zaprojektowane w taki sposób, aby posiadać supersymetrię. Dzięki modelom można zobaczyć, w jaki sposób powstają pary cząstek o identycznych masach, lecz różnych typach. W moich badaniach wykorzystałem zarówno modele znane już w literaturze, jak i zaproponowałem nowe.

Oczywiście badane modele nie były pełną teorią Modelu Standardowego. Obliczenia w ramach Modelu Standardowego byłyby zbyt skomplikowane, a olbrzymia ilość dodatkowych zjawisk, które są w nim zawarte, przysłaniałyby i nie pozwalały zrozumieć działania mechanizmów łamania supersymetrii. Zatem do konstrukcji moich modeli wybrałem jedynie najbardziej kluczowe elementy Modelu Standardowego, które następnie dodatkowo uprościłem. Teoria Modelu Standardowego jest w stanie opisać zjawiska w całym Wszechświecie, w szczególności w każdym jego punkcie i w każdej chwili. Znalezienie matematycznych wyrażeń, które zawierałyby tę olbrzymią ilość informacji jest niemożliwe. Dlatego fizycy zazwyczaj zajmują się małym wycinkiem przestrzeni, np. obszarem zderzeń w akceleratorach cząstek elementarnych. Uproszczenie, które zastosowałem, polega na ograniczeniu badanego wycinka do pojedynczego punktu. Jest to dość drastyczne zredukowanie problemu, niemniej jednak możliwe jest znalezienie sytuacji, w których może być uzasadnione. Po obli-

czeniu mas cząstek żyjących w takim modelu można sprawdzić, w jakim stopniu wyniki te odpowiadają pomiarom eksperymentalnym.

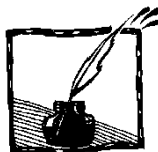
W ciągu ostatnich dwóch lat opracowałem różne metody, które pozwalają obliczać masy wszystkich cząstek pojawiających się w moich modelach. Z jednej strony są to metody numeryczne, które polegają na przetłumaczeniu badanego problemu na zagadnienie, które może być rozwiązane za pomocą programu komputerowego. Z drugiej strony, w niektórych przypadkach, przygotowałem metody analityczne, dzięki którym mogę obliczać masy cząstek wprost na kartce papieru. Oczywiście, te ostatnie dają dużo większe zrozumienie problemu. Choć niektóre z moich modeli są znane od przeszło 30 lat, niemniej jednak, jednym z moich większych osiągnięć było znalezienie po raz pierwszy pełnego zbioru ich rozwiązań analitycznych.

Obecnie pracuję nad konsekwencjami wprowadzenia do tych modeli różnych mechanizmów łamania supersymetrii. Jak już wspomniałem, mechanizmy takie nie mogą powodować ‘pełnego’ złamania supersymetrii, musi po niej pozostać pewne ‘wspomnienie’. Fizycy nazywają takie mechanizmy spontanicznym lub dynamicznym złamaniem supersymetrii. Wykorzystując znalezione rozwiązania analityczne mogę badać łamanie supersymetrii dla bardziej realistycznych modeli niż to było dotychczas możliwe. Dodatkowo, mogę otrzymać dużo bardziej precyzyjne wyniki. Dzięki przygotowanym metodom obliczeniowym jestem w stanie otrzymać dokładne liczby mówiące o różnicy mas pomiędzy cząstkami w każdej parze. Mogę zatem sprawdzić, jak ta różnica zależy od parametrów zewnętrznych. Szukam też odpowiedzi na odwrotne pytanie: jakie muszą być parametry zewnętrzne, aby otrzymywane masy cząstek były zgodne z danymi eksperymentalnymi. Dzięki wykorzystaniu aktualnych pomiarów eksperymentalnych być może będę mógł obliczyć, w ramach moich modeli, jaka musiała być temperatura we Wszechświecie, gdy nastąpiło złamanie supersymetrii. Informacje takie będą bardzo pomocne w badaniach modeli kosmologicznych i z pewnością poprawią nasze rozumienie historii Wszechświata.

Zakończenie

Mam nadzieję, że udało mi się Państwa przekonać, że świat cząstek elementarnych jest niezmiernie ciekawy i kryje wiele tajemnic. Możliwość uczestniczenia w badaniach wyjaśniających te tajemnice daje niesamowicie dużo satysfakcji. Mam nadzieję, że zachęciłem tym samym Państwa do śledzenia wiadomości docierających z tego mikroświata, tym bardziej, że niedługo będziemy dysponowali pierwszymi wynikami eksperymentów wykonanych na najsilniejszym akceleratorze cząstek elementarnych zbudowanym dotychczas przez ludzi, mianowicie akceleratorze LHC w CERNie pod Genewą.

Redakcja poleca artykuł Michała Praszalowicza *Po co nam LHC? z Fotonu 108/2010*.



Dwie bańki i już lato... – czyli o rozszerzalności cieplnej

Grzegorz Karwasz

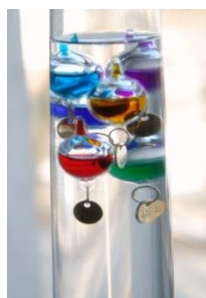
Zakład Dydaktyki Fizyki,

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Termometr Galileusza to szklana kolumnienka wypełniona bezbarwną cieczą, w której pływają bańki częściowo wypełnione zabarwioną cieczą. W niskiej temperaturze wszystkie bańki pływają, w wysokiej – wszystkie toną. Termometr jest najbardziej przydatny na wiosnę, kiedy temperatura jest już dodatnia, ale nie przekracza 34°C . Za początek prawdziwej wiosny można by więc przyjąć moment, kiedy w samo południe jedna z baniek – ta wskazująca 17°C – zatonie, jak na fot. 1a. Dlaczego na wiosnę jedna bańka tonie, a latem toną prawie wszystkie?



Fot. 1a. Termometr zwany „termometrem Galileusza”



Fot. 1b. Szczegóły baniek z aluminiowymi etykietami-obciążnikami



Fot. 2. Rekonstrukcja oryginalnego termometru Galileusza w Muzeum Nauki w Londynie

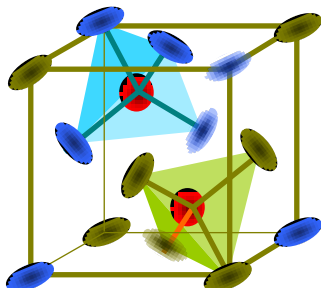
Wyjaśniając najprościej: „ze wzrostem temperatury ciecz w kolumnie się rozszerza, jej gęstość maleje i pojemniczki toną”.

Ktoś może zadać pytanie: „Czy wewnątrz pojemniczków ciecz się nie rozszerza?” Oczywiście, że tak, ale nie wpływa to na objętość całej bańki. Objętość bańki jest określona jedynie przez rozszerzalność szkła. Współczynnik rozszerzalności szkła jest rzędu $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, a cieczy w kolumnie termometru jest rzędu $10^{-4}/^{\circ}\text{C}$. Ciecz w kolumnie wraz ze wzrostem temperatury rozszerza się bardziej niż bańka i przy praktycznie tej samej objętości bańki siła wyporu maleje – bańka tonie.

Czy wiadomo z góry, że bańka zatonie w określonej temperaturze? Jej objętość jest dobrana nieco na *chybil-trafil*, bo dmuchanie szkła nie jest takie proste. Oczywiście, tego nie wiadomo, zanim pojemniczków nie dociąży się dodatkowo za pomocą aluminiowych ciężarków (zob. fot. 1b). Gotowe pojemniczki wrzuca się do cieczy i określa, w jakiej temperaturze toną. Wówczas dopiero dostają etykietę-ciężarek.

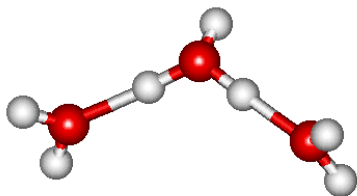
Jaką cieczą napełnia się kolumnienkę? Czy wszystkie ciecze mają stosunkowo duże współczynniki rozszerzalności termicznej, a ciała stałe stosunkowo małe?

1. Szkło nawet wśród ciał stałych wyróżnia się niskim współczynnikiem rozszerzalności. Wynosi on $8-10 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ dla „zwykłego” szkła sodowego, czyli okiennego lub butelkowego, a $3,3 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ dla szkła borowego, tzw. pyrexu, z którego produkuje się „nietłukące” szklanki [1].
2. W zasadzie im niższa temperatura topnienia substancji, tym większy współczynnik rozszerzalności: ołów, o temperaturze topnienia $t_p = 327^{\circ}\text{C}$ ma współczynnik rozszerzalności (mierzony w temperaturze pokojowej) $30 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, aluminium ($t_p = 660^{\circ}\text{C}$) $23 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, żelazo $12 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ($t_p = 1535^{\circ}\text{C}$), wolfram $4 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ($t_p = 3350^{\circ}\text{C}$).
3. Współczynnik rozszerzalności dla danego ciała zmienia się wraz z temperaturą – im bliżej temperatury topnienia tym jest większy, np. dla wolframu w temperaturze 500°C wynosi $4,15 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, w temperaturze 2000°C – $5,29 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, zaś w pobliżu temperatury topnienia, czyli 3000°C , współczynnik rozszerzalności wynosi $6,06 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$. Wzór na rozszerzalność objętościową jest jedynie przybliżeniem: $\Delta V = V_0 \alpha (t - t_0)$
4. Ciecz w termometrze Galileusza musi być dobrana tak, aby miała współczynnik rozszerzalności termicznej dość duży, np. alkohol etylowy ma współczynnik $11 \cdot 10^{-4}/^{\circ}\text{C}$ (w 20°C), ponad 5 razy większy niż woda w tej temperaturze. Jeszcze większy współczynnik rozszerzalności, przy niskiej gęstości, mają lekkie węglowodory. W termometrach Galileusza (np. fot. 1), używa się zazwyczaj nafty, składającej się głównie z heptanu (o współczynniku rozszerzalności $12 \cdot 10^{-4}/^{\circ}\text{C}$ w 20°C i gęstości zaledwie $0,68 \text{ g/cm}^3$ [2]) lub jej pochodnych – eterów.
5. Zagadnienie wartości współczynnika rozszerzalności jest dużo bardziej subtelne. Istnieją stopy, jak np. inwar (stal o dużej zawartości niklu i małej zawartości węgla, używana na wykonanie sprężyn w wahadełkach zegarków kieszonkowych), które mają ten współczynnik bardzo mały, prawie zerowy ($0,3 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ „super-invar”). Dopiero ostatnio odkryto, jaki jest mechanizm fizyczny tego praktycznie zerowego współczynnika rozszerzalności. Wydaje się, że istotne jest uporządkowanie magnetyczne atomów żelaza i atomów niklu, ale wynik ten wymaga dalszych prac [3].
6. Niektóre ciała stałe mają współczynnik rozszerzalności nawet ujemny, np. półprzewodnik german w zakresie temperatur $20-40 \text{ K}$. Oznacza to, że w miarę wzrostu temperatury ciała zmniejsza się ich objętość. Wynika to z tego, że nie zawsze większa amplituda drgania atomów (wyższa temperatura) prowadzi do zwiększenia średnich odległości atomowych. Czasem prowadzi do lepszego „upakowania” kryształu. Tak zachowuje się tlenek srebrowo-miedziowy o skomplikowanej strukturze kryształu [4] pokazanej na rys. 3.



Rys. 3. Struktura tlenku srebra (I) i tlenku miedzi (I) $\text{Ag}_2\text{O}\cdot\text{Cu}_2\text{O}$ – podstruktury dwóch tlenków, w formie czworościanów foremnych są umieszczone w przeciwległych wierzchołkach sześcienniej struktury kryształu. Ujemny współczynnik rozszerzalności temperaturowej jest związany z obracaniem się czworościanów wraz ze wzrostem temperatury, co prowadzi do lepszego upakowania kryształu [4]

7. Jak wszyscy wiemy pospolita woda też ma współczynnik rozszerzalności ujemny poniżej 4°C . Wynika to z większego upakowania cząsteczek wody w fazie ciekłej niż w lodzie. Chemicy wyjaśniają, że poniżej 4°C woda w fazie ciekłej tworzy łańcuchy tak jak polimery i w temperaturze 4°C te łańcuchy są najbardziej „upakowane”.
8. Struktura wody w fazie ciekłej może być jednak bardziej skomplikowana. Prace doświadczalne i obliczenia [5] wskazują, że cząsteczki wody mogą tworzyć „zlepki” – klastery. Czy większe klastery są naprawdę stabilne? Tego nie wiemy, badania są ciągle w toku (rys. 4), więc młody czytelnik zdąży odebrać „Nobla”, jeśli się poświęci tej dziedzinie.



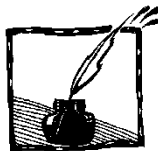
Rys. 4. Piramidalna struktura jonu $\text{H}^+(\text{H}_2\text{O})_3$ – proton przynależy do jednej z cząsteczek wody (obliczenia własne [6]). Struktura zaproponowana po raz pierwszy przez M. Eigena, laureata Nagrody Nobla [5]. Być może również większe struktury występują w wodzie w stanie ciekłym, chociaż obecne dane nie dają jednoznacznych odpowiedzi [6]. Stabilność tych struktur zależy od temperatury, co mogłoby wyjaśniać anomalną rozszerzalność termiczną wody

9. Pozostaje faktem, że woda dopiero powyżej 18°C nadaje się do letnich kąpie-li. Nie pozostaje nic innego jak życzyć upalnego lata, z *Fotonem* w plecaku!

P.S. Nie wiemy, czy kolorowy termometr jest naprawdę pomysłem Galileusza. W Muzeum Nauki w Londynie jest inny termometr Galileusza, pierwowzór termometrów współczesnych, z dużym zbiornikiem cieczy i wąską rurką do odczytu, fot. 2.

Literatura

- [1] CRC Handbook of Chemistry and Physics, R. C. Weast, Boca Raton, 1987
- [2] C.L. Yaws, W. Braker, Matheson Gas Data Book, McGraw-Hill (2001)
- [3] M. van Schilfgaarde, I. A. Abrikosov, B. Johansson, Origin of the Invar effect in iron–nickel alloys, *Nature* **400** (1999) 46
- [4] http://dydaktyka.fizyka.umk.pl/Physics_is_fun/posters/invar5.ppt
- [5] http://www.fizyka.umk.pl/~karwasz/publikacje/2001_Swarm_experiment_on_ionized.pdf
- [6] <http://www.fizyka.umk.pl/~karwasz/VITERBO2.PPT>

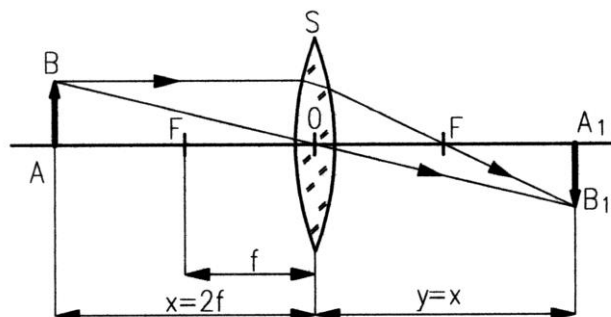


Fizyka sztuki cyrkowej i iluzjonistycznej – magiczna soczewka

Stanisław Bednarek, Jerzy Krysiak
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Uniwersytetu Łódzkiego

Młody iluzjonista ubrany w czarny garnitur stał przed białą, pionową tablicą. W rękę trzymał magiczną różdżkę w postaci długiego, przezroczystego i grubego pręta o przekroju kołowym. Na tablicy napisane były drukowanymi literami słowa MAMA, OKO, TATA, KOKI i szereg innych. Iluzjonista poprosił jednego z widzów, żeby podszedł i stanął bardzo blisko przed tablicą. Końcem różdżki wskazał jedno ze słów i polecił je głośno odczytać zaproszonemu uczestnikowi pokazu swoich magicznych umiejętności. Zaproszony człowiek poradził sobie z tym bez trudu. Następnie iluzjonista zbliżył różdżkę do siebie, wypowiedział pierwsze magiczne zaklęcie i ustawił ją między słowem MAMA a oczyma uczestnika pokazu, stojącego przed tablicą. Polecił odczytać to słowo. Uczestnik stwierdził, że ma z tym trudności, ponieważ widzi słowo do góry nogami. Iluzjonista powtórzył te czynności dla słowa OKO wypowiadając inne zaklęcie. Tym razem uczestnik stwierdził, że odczytuje słowo bez problemu, ponieważ jest ono nieodwrócone. Dla kolejnych słów było podobnie – zaklęta różdżka jedno z nich odwracała, a inne nie, w zależności od wypowiedzianego zaklęcia. Na zakończenie iluzjonista stwierdził. „Moja różdżka jest czarodziej-ska – rozumie wypowiedziane zaklęcia i w zależności od ich treści jedno słowa odwraca, a inne nie”.

Opisana historia zdarzyła się naprawdę podczas jednego z przedstawień cyrkowych. Zastanówmy się jednak, czy żeby spowodować opisany efekt trzeba odwoływać się do magicznych zaklęć i „mocy tajemnych”, czy też można w umiejętny sposób wykorzystać w tym celu znane od dawna prawa fizyki? Z optyki geometrycznej wiadomo, że kiedy umieścimy przedmiot AB przed soczewką skupiającą S w odległości x dwa razy większej niż jej ogniskowa f , to soczewka wytworzy po drugiej stronie rzeczywisty i odwrócony obraz A_1B_1 tego przedmiotu. Wielkość wytworzonego obrazu jest taka sama, jak wielkość przedmiotu (rys. 1). Soczewki, z którymi spotykamy się najczęściej, stanowią przezroczyste bryły o małej grubości, ograniczone przynajmniej jedną, zakrzywioną powierzchnią – zwykle fragmentem powierzchni kulistej. Są to cienkie soczewki sferyczne, ale nie zawsze tak musi być. Zamiast powierzchni kulistej soczewka może być utworzona, np. przez powierzchnię cylindryczną, a grubość soczewki wcale nie musi być mała w porównaniu z jej średnicą i promieniami krzywizny ograniczających ją powierzchni. Taka soczewka nazywana jest grubą soczewką asferyczną.



Rys. 1. Konstrukcja obrazu rzeczywistego A_1B_2 , odwróconego i tej samej wielkości, co przedmiot AB w soczewce skupiającej S ; F – ognisko soczewki; f – ogniskowa soczewki

Szczególnym przypadkiem grubej soczewki asferycznej jest przezroczysty pręt o przekroju kołowym, którym posługiwał się opisany iluzjonista. Krótko mówiąc stanowi on soczewkę walcową. Zobaczmy dokładniej, jak działa taka soczewka. Znalezienie szklanego albo plastikowego, przezroczystego pręta o średnicy kilku cm w naszym najbliższym otoczeniu sprawi zapewne nieco trudności. Można jednak wykorzystać przedmioty codziennego użytku i zastąpić taki pręt okrągłą, przezroczystą butelką o cienkiej i gładkiej ściance bocznej bez rowków i wgłębień. W takich butelkach, wykonanych z plastiku, sprzedawane są m.in. tanie szampony do włosów i niektóre wody mineralne. Okrągła, szklana butelka, np. od octu, mniej nadaje się do tego celu, ponieważ ma znacznie grubsze ścianki, w których nastąpi większe przesunięcie promieni świetlnych, ale też można ją wykorzystać. Opisaną butelkę należy całkowicie napełnić wodą, najlepiej przegotowaną, żeby usunąć pęcherzyki powietrza i szczelnie zamknąć zakrętką.

Mając gotową soczewkę musimy jeszcze przygotować napisy. W tym celu na kartce białego papieru najlepiej jest wydrukować jedno pod drugim wymiennie na wstępie słowa używając, jak to mówią poloniści, wielkich liter. Wysokość tych liter nie powinna być jednak większa, niż średnica butelki. Słowa można również napisać grubym pisakiem, ale należy to zrobić bardzo starannie. Kartkę kładziemy na stole lub zawieszamy pionowo. Bierzymy butelkę do rąk, ustawiamy ją równoległe do napisu MAMA i trzymamy w odległości kilku cm od niego. Patrzymy przez butelkę na zapisane słowo i zmieniamy jej odległość od kartki, zachowując równoległe ustawienie, tak żeby zobaczyć ostry obraz słowa o tej samej wysokości, co napis na kartce. Obraz ten jest odwrócony. Trzymając butelkę w poprzedniej odległości od kartki przesuwamy ją nad napis OKO. I tu zdziwienie – okazuje się, że znów widzimy ostry obraz, ale napis jest nieodwrócony.

Spróbujmy wyjaśnić, dlaczego tak się stało, przecież nie wypowiedzieliśmy magicznego zaklęcia? Odpowiedź jest prosta. Wystarczy zauważyć, że napis

OKO ma poziomą oś symetrii, przechodzącą w połowie jego wysokości. Taki napis po obrocie względem wspomnianej osi symetrii będzie wyglądał identycznie, jak przed obrotem. Matematycy i fizycy mówią, że jest on inwariantny, czyli niezmienniczy, względem przekształcenia przez symetrię osiową. Wynika stąd wniosek, że nasza soczewka walcowa działa bez żadnych zakłóceń przez cały czas, ale odwrócenia napisów mających oś symetrii są dla nas niewykrywalne. Nawiasem mówiąc, analogiczna sytuacja występuje często w fizyce cząstek elementarnych. Niektóre cząstki są nieodróżnialne od swoich antycząstek, opisywanych przez zmianę na przeciwne wartości charakteryzujących je liczb kwantowych. Teraz już wiemy, co trzeba zrobić, żeby zadziwić widzów. Te napisy, które mają być nieodwrócone muszą zostać wykonane literami, posiadającymi poziomą oś symetrii, czyli: B, C, D, E, H, I, K, O, X. Przygotowując napisy należy zwrócić uwagę, żeby czcionki tych liter były dokładnie symetryczne względem osi poziomej. Jeżeli używamy edytora pisma Word lub edytora graficznego Corel Draw, to najlepiej jest wybrać czcionkę o nazwie „Tw Cen MT Condensed Extra Bold”. Jest to czcionka bezszeryfowa, tzn. nie ma charakterystycznych rozszerzeń na końcach elementów liter, a poza tym ukośne kreski występujące, np. w literze K, wychodzą dokładnie z połowy wysokości kreski pionowej.

W tym momencie wielu Czytelników zada interesujące pytanie, czy soczewkę walcową można zastąpić soczewką sferyczną, ustawioną w odległości dwa razy większej niż jej ogniskowa od napisu? Przecież soczewka sferyczna w tych warunkach również daje obraz rzeczywisty o tej samej wielkości, co przedmiot i odwrócony. Trzeba jednak zwrócić uwagę na drobną, ale istotną różnicę. Soczewka walcowa odwraca obraz wzdłuż poziomej osi symetrii, a soczewka sferyczna wokół środka symetrii. Stosując soczewkę sferyczną otrzymalibyśmy nieodwrócony obraz tylko dla liter mających środek symetrii, to jest: H, I, O, X. Żeby się o tym łatwo przekonać, wystarczy wziąć dowolną soczewkę skupiającą, np. lupę i narysować na kartce papieru literę, np. literę F albo R. Po ustawieniu soczewki w odległości jej podwójnej ogniskowej od litery i obserwacji okiem, znajdującym się także w odległości podwójnej ogniskowej od soczewki zauważymy, że litera jest obrócona wokół osi prostopadłej do kartki o kąt 180° . Oprócz tego soczewki sferyczne mają zwykle kształt okrągły i trzeba by zastosować prostokątny wycinek takiej soczewki o dużej średnicy, żeby obejmował tylko jeden z napisów.

Kolejnym etapem naszych dociekań będzie obliczenie ogniskowej soczewki walcowej, co pozwoli nam wskazać odległość od napisów, w jakiej należy ustawić soczewkę. Nie możemy do tego celu zastosować znanego z podręczników fizyki ogólnej wzoru na ogniskową f soczewki cienkiej o promieniach krzywizny r_1 , r_2 , wykonanej z materiału o współczynniku załamania światła n względem otaczającego ją ośrodka. Wzór ten – jak pamiętamy – ma postać (rys. 2) [1]:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (1)$$

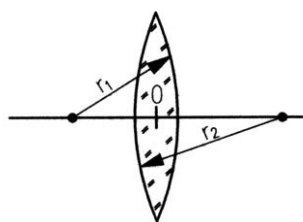
gdzie n – względny współczynnik załamania światła materiału, z którego zrobiono soczewkę.

Powodem tego jest stanowczo za duża grubość g naszej soczewki i dlatego musimy skorzystać z ogólniejszego wzoru na ogniskową soczewki grubej w postaci (rys. 3), [3, 4]:

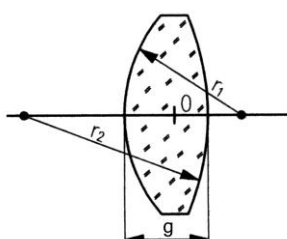
$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) - \frac{(n-1)^2}{n} \frac{g}{r_1 r_2} \quad (2)$$

Ogniskowa soczewki wyrażona zarówno wzorem (1) jak i (2) liczona jest od jej środka optycznego O (rys. 2, 3). Za środek ten przyjmuje się punkt, przez który dowolny promień światła padający na soczewkę przechodzi przez nią bez zmiany kierunku. Zauważmy, że dla walca $r_1 = r_2 = r$ oraz $g = 2r$, (rys. 4). Po podstawieniu tych zależności do równania (2) otrzymujemy wzór:

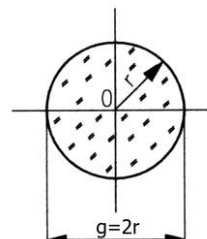
$$f = \frac{nr}{2(n-1)} \quad (3)$$



Rys. 2. Oznaczenie promieni krzywizny r_1, r_2 soczewki cienkiej



Rys. 3. Parametry geometryczne soczewki grubej; r_1, r_2 – promienie krzywizny, g – grubość



Rys. 4. Parametry geometryczne grubej soczewki walcowej; r – promień krzywizny, g – grubość

Ze wzoru (3) wynika, że ogniskowa soczewki walcowej może być większa albo mniejsza niż promień walca r , czyli ognisko może leżeć na zewnątrz lub wewnątrz soczewki. Zależy to od wartości współczynnika załamania światła n materiału soczewki względem otoczenia. Zbadajmy, dla jakiej wartości n ognisko leży na zewnątrz soczewki, czyli zachodzi $f > r$. W tym celu zastępujemy równanie (3) przez poniższą nierówność

$$r < \frac{nr}{2(n-1)} \quad (4)$$

Po prostych przekształceniach z nierówności (4) wynika warunek $n < 2$. Korzystając z tablic wielkości fizycznych możemy przekonać się, że tylko nieliczne materiały mają współczynniki załamania światła względem próżni $n > 2$. Są to m.in. diament ($n = 2,42$) i stężony roztwór dwujodku rtęci w anilinie ($n \approx 2,2$) [5]. Soczewka otoczona jest powietrzem, mającym z bardzo dobrym przybliżeniem taki sam współczynnik załamania światła jak próżnia, czyli 1. Wynika stąd, że podana wartość współczynnika załamania światła względem próżni może być przyjęta również dla powietrza. Nasze soczewki walcowe utworzone są z wody otoczonej ścianką butelki wykonanej z przezroczystego plastiku lub szkła. Ponieważ ścianka jest cienka, to jej wpływ na ogniskową można pominąć. Istotne znaczenie ma wówczas zawarta w butelce woda, dla której współczynnik załamania światła względem próżni ($n = 1,33 \approx 4/3$). Podstawiając $n = 4/3$ do wzoru (3) otrzymujemy $f = 2r$. Ponieważ ogniskowa liczona jest od osi walca, to odległość ogniska od powierzchni butelki o cienkich ściankach napełnionej wodą wynosi r , czyli równa jest promieniowi butelki. Żeby zobaczyć napisy odwrotne i w naturalnej wielkości, należy w przypadku użycia butelki napełnionej wodą umieścić kartkę z napisami w odległości równej średnicy butelki od jej osi, czyli w odległości promienia od jej powierzchni. Dla różnych gatunków szkła i przezroczystych tworzyw sztucznych współczynniki załamania są większe, niż dla wody, (wynoszą one $n = 1,46 - 1,92$) i odległości napisów powinny być jeszcze mniejsze. Teraz rozumiemy, dlaczego iluzjonista polecił patrzeć uczestnikowi pokazu na napisy z małej odległości.

Używając suwmiarki albo linijki możemy zmierzyć średnicę zastosowanej butelki i obliczyć jej promień, a następnie ze wzoru (3) wyliczyć ogniskową soczewki walcowej, którą stanowi ta butelka. Po tym ustawiamy butelkę równoległe do wybranego napisu, w takiej odległości, żeby otrzymać jego obraz o niezmięnionej wielkości i mierzymy odległość osi lub powierzchni butelki od kartki z napisem. W ten sposób możemy sprawdzić poprawność naszych obliczeń ogniskowej.

Oglądając uważnie obrazy napisów wytwarzanych przez soczewkę, zauważymy, że są one nieco zniekształcone i nieostre. Widać to szczególnie w częściach górnych i dolnych napisów, czyli bardziej odległych od osi optycznej soczewki. Powodem tego jest aberracja soczewki, wynikająca z jej kształtu. Zwykle soczewki ograniczone są powierzchniami kulistymi i mówi się o aberracji sferycznej. W naszym przypadku występuje powierzchnia cylindryczna i należałoby mówić o aberracji cylindrycznej lub ogólniej – geometrycznej. Aberracja spowodowana jest tym, że promienie równoległe, przechodzące dalej od osi optycznej padają na soczewkę pod większym kątem i załamują się bardziej w kierunku tej osi, niż promienie przechodzące bliżej osi. W wyniku tego promienie równoległe do osi optycznej tworzą ognisko soczewki, które nie jest punktem, lecz rozmytym obszarem o określonych rozmiarach. Maksymalne rozmiary tego obszaru liczone wzdłuż osi oraz w kierunku do niej prostopadłym

są miarą podłużnej i poprzecznej aberracji geometrycznej. Podobnie rozmyte są obrazy dowolnych punktów napisu i stąd nieostrość całego jego obrazu.

Trzeba dodać, że wzór na ogniskową soczewki grubej (2) jest również przybliżony i został wyprowadzony przy wykorzystaniu równania opisującego załamanie się na przezroczystej sferze lub walcu promieni biegnących blisko osi optycznej [6, 7]. W dostępnej literaturze nie udało się znaleźć dokładnego wzoru na ogniskową grubej soczewki walcowej ani sferycznej. Żmudne obliczenia własne, przeprowadzone bez żadnych przybliżeń, w których wykorzystano jedynie prawo załamania światła i podstawowe zależności dla figur geometrycznych, doprowadziły do otrzymania skomplikowanego wzoru na ogniskową soczewki walcowej. Wzór ten pozwala obliczyć ogniskową f dla dowolnego promienia, biegnącego równolegle w odległości d od osi optycznej walca o współczynniku załamania n i ma następującą postać:

$$f = r \cos(2\beta - \alpha) + [d - 2r \cos \beta \sin(\alpha - \beta)] \operatorname{ctg} 2(\alpha - \beta) \quad (5)$$

We wzorze (5) kąty padania α promienia na walec i jego załamania β wyrażają się wzorami (rys. 5):

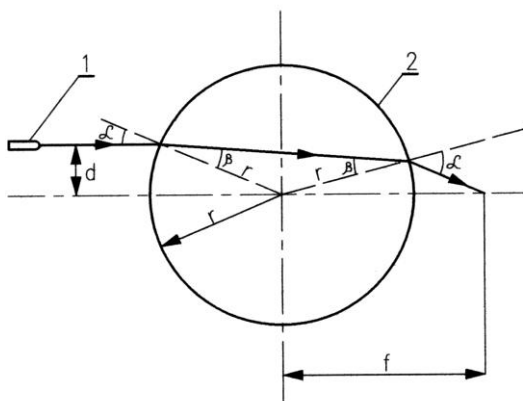
$$\alpha = \arcsin\left(\frac{d}{r}\right) \quad (6)$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{d}{nr}\right) \quad (7)$$

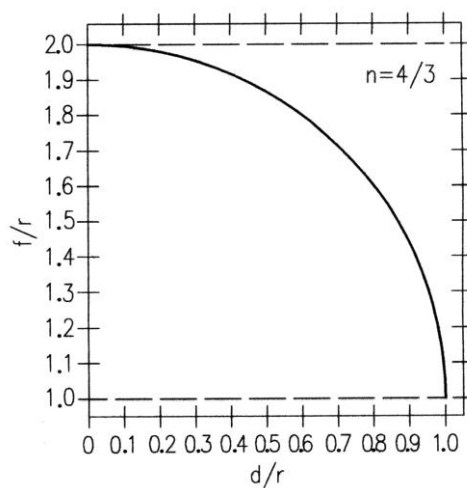
Żeby lepiej zorientować się w wynikach przewidywanych przez wzór (5), przeprowadzono obliczenia numeryczne. Na podstawie ich wyników narysowano wykres, przedstawiający zależność ogniskowej f soczewki walcowej od odległości d między promieniem świetlnym i osią optyczną. Dla większej uniwersalności użyto stosunków ogniskowej f i odległości d do promienia krzywizny walca r . Wykres ten przedstawia rys. 6. Widać z niego wyraźne skracanie się ogniskowej f/r wraz ze wzrostem odległości d/r .

Bieg promienia świetlnego w soczewce walcowej można łatwo uwidocznić za pomocą wskaźnika laserowego i naszej butelki wypełnionej wodą lekko zabarwioną fluoresceiną, rivanolem lub nadmanganianem potasu (rys. 5). Butelkę kładziemy poziomo na stole i kierujemy na jej walcową powierzchnię, również poziomo i prostopadle do podłużnej osi butelki, wiązkę światła laserowego ze wskaźnika. Zmieniając odległość wiązki od powierzchni stołu możemy zbadać wpływ tej odległości na bieg wiązki wewnątrz butelki i ogniskową soczewki walcowej. Doświadczenie to jest bardziej widoczne po zastosowaniu butelki o możliwie dużej średnicy, np. dwulitrowej butelki po „coca coli” lub pięciolitrowego, okrągłego pojemnika po wodzie mineralnej albo przezroczystego krążka o średnicy kilkunastu cm, wyciętego z przezroczystej płytki z tworzywa

sztucznego. Krążek taki można też łatwo otrzymać przez zestalenie rozpuszczonej żelatyny w naczyniu cylindrycznym.



Rys. 5. Sposób przeprowadzenia doświadczenia, uwidaczniającego bieg promienia świetlnego w soczewce walcowej i wpływ jego odległości od osi optycznej soczewki na jej ogniskową; 1 – wskaźnik laserowy, 2 – butelka wypełniona lekko zabarwioną wodą, d – odległość promienia świetlnego od osi optycznej soczewki, f – ogniskowa soczewki, r – promień krzywizny walca, α – kąt padania, β – kąt załamania (Promień wpadający do walca jest prawie niezłamany, a wychodzący wyraźnie załamany. Z tego powodu kąt α po lewej stronie jest mniejszy niż po prawej.)



Rys. 6. Zależność względnej ogniskowej f/r grubej soczewki walcowej od względnej odległości d/r , gdzie d – odległość między promieniem świetlnym, a osią optyczną soczewki, r – promień krzywizny soczewki (walca), n – względny współczynnik załamania światła materiału soczewki, (w naszym przypadku wody)

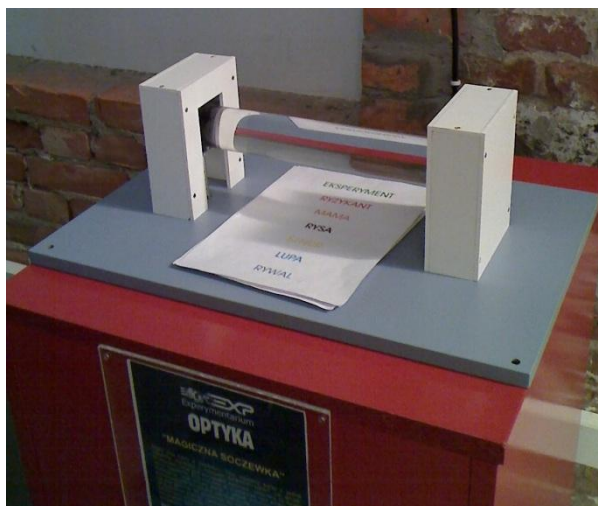
Z rys. 6 łatwo wywnioskować, że w celu zmniejszenia aberracji należy ograniczyć szerokość wiązki światła, przechodzącej przez soczewkę (zmniejszyć d) i wtedy różnice ogniskowej będą niewielkie. Można to zrobić za pomocą podłużnej przesłony równoległej do soczewki albo wykonać napisy o wysokości kilka razy mniejszej od promienia walca, ewentualnie dla ustalonej wysokości napisów zwiększyć promień walca. W naszym przypadku najlepiej i najłatwiej jest wybrać to pierwsze rozwiązanie. Oprócz dyskutowanej aberracji geometrycznej soczewka walcowa ma też aberrację chromatyczną. Wynika ona stąd, że obserwujemy napisy oświetlone światłem białym, które jest mieszaniną fal o różnych długościach i współczynniki załamania dla poszczególnych długości fal są różne. Większe współczynniki są dla światła o krótszych falach – fioletowego i niebieskiego, a mniejsze dla światła o falach dłuższych – czerwonego i pomarańczowego. Stąd też różne są ogniskowe dla każdej z tych fal. Aberracja chromatyczna przejawia się wąską, tęczaową obwódką wokół otrzymanego obrazu. W przypadku naszych soczewek wypełnionych wodą aberracja ta może być trudniejsza do zaobserwowania, ponieważ dla wody różnica współczynników załamania dla fal o skrajnych długościach (czerwonego i fioletowego), wchodzących w skład światła białego wynosi tylko 0,014 [5].

Naszą magiczną soczewkę można wykonać jako magiczną szpulkę, przeznaczoną dla osób, które nie mają cierpliwości do ustawiania jej w odpowiedniej odległości od napisów. W tym celu, należy wyciąć ze sztywnego materiału, np. ze sklejki lub grubej tektury, dwa pierścienie z otworami o promieniu takim samym jak promień butelki i promieniu zewnętrznym dwa razy większym od promienia butelki. Oba pierścienie nakładamy na butelkę w pobliżu końców jej cylindrycznej części i przyklejamy szybkowiązącym klejem cyjanoakrylowym w rodzaju „super glue”, „kropelka” albo silikonem do uszczelnień. Taką magiczną szpulkę wykonaną z kawałka szklanego pręta przedstawia fot. 1. Wystarczy tę szpulkę przetoczyć po kartce papieru z odpowiednimi napisami, obserwując jej przezroczystą część, żeby uzyskać pożądaną efekt.



Fot. 1. Wygląd magicznej szpulki, spełniającej rolę soczewki

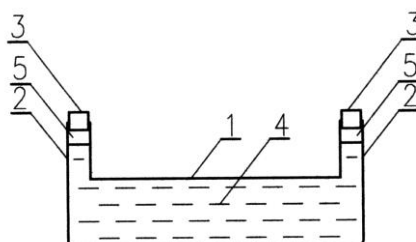
Zamiast przesuwac lub przetaczać soczewkę nad kartką z napisami, możemy także zamocować soczewkę nieruchomo w odpowiedniej odległości i przesuwac tylko kartę. Przykład wykonania magicznej soczewki według podanej koncepcji przedstawia fot. 2. Jest to soczewka dużych rozmiarów (jej długość wynosi 50 cm, a średnica 5 cm), przeznaczona do samodzielnego przeprowadzania doświadczeń z fizyki na interaktywnej wystawie w Eksperymentarium, działającym w Łódzkiej Manufakturze. Ponieważ uzyskanie jednorodnego, przezroczystego pręta ze szkła lub tworzywa sztucznego o takich rozmiarach byłoby trudne i kosztowne, zastosowano cienkościenną rurę szklaną, wypełnioną wodą. Ponadto ruchoma rura lub pręt o tych rozmiarach byłoby ciężkie oraz narażone na rozbicie.



Fot. 2. Wygląd magicznej soczewki o dużych rozmiarach z kompensatorem ciepła, używanej w Łódzkim Eksperymentarium

Opisana soczewka musi działać w różnych temperaturach, bowiem pomieszczenie Eksperymentarium jest słabo ogrzewane zimą a w lecie znacznie nagrzewa się z powodu braku klimatyzacji. Wiadomo też, że woda ma większy współczynnik rozszerzalności cieplnej, niż szkło. Wynika stąd, iż w niższych temperaturach doszłoby do nadmiernego zmniejszenia objętości wody i pojawienia się pęcherzy powietrza, utrudniających obserwację. Z kolei w wyższych temperaturach groziłoby to pęknięciem rury rozpychanej przez ciśnienie zbyt rozszerzającej się wody. Żeby tego uniknąć, musiano zastosować kompensator cieplny w postaci częściowo wypełnionych wodą rurek szklanych, skierowanych ku górze i połączonych z rurą przy jej górnych krawędziach (rys. 7). Rurki te są ukryte we wnętrzu wsporników, mocujących soczewkę do płyty, po której przesuwane są kartki z napisami. W przypadku podniesienia temperatury oto-

czenia woda wchodzi do rurek zawierających powietrze, które jest tylko nieznacznie sprężane i nie powoduje zbyt dużych naprężeń szkła. Ilość wody i objętość rurek są odpowiednio dobrane do zaplanowanego zakresu temperatur pracy soczewki. Dzięki temu przy maksymalnej temperaturze z tego zakresu woda całkowicie nie wypełnia rurek, a przy minimalnej jest jej w rurkach jeszcze tyle, że nie tworzą się pęcherzyki powietrza w poziomej rurze.



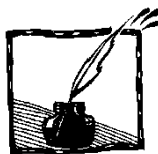
Rys. 7. Budowa soczewki walcowej z kompensatorem rozszerzalności cieplnej; 1 – rura szklana, 2 – cienka rurka, 3 – korek, 4 – woda, 5 – powietrze

Przeprowadzona dyskusja właściwości optycznych grubej soczewki walcowej w postaci pręta i ujawnione szczegóły techniczne pokazują, jak w umiejętny sposób można wykorzystać zjawiska i prawa fizyki, żeby uzyskać zadziwiające wyniki i je zoptymalizować. Właśnie takie wyniki często oglądają widzowie w postaci sztuczek cyrkowych i efektów iluzjonistycznych.

Literatura

- [1] M. Skorko, *Fizyka*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1973.
- [2] C. Bobrowski, *Fizyka, Krótki kurs*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1993.
- [3] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy fizyki, cz. 4*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 2007.
- [4] H. Stöcker, *Nowoczesne kompendium fizyki*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 2010.
- [5] W. Mizerski, *Tablice fizyczno-astronomiczne*, Wydawnictwo Adamantan, Warszawa 2002.
- [6] S. Szczeniowski, *Fizyka doświadczalna, cz. IV. Optyka*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1963.
- [7] A. Stojęcki, *Optyka, Podręcznik dla liceum zawodowego*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1985.

Redakcja poleca również artykuł Grzegorza Karwasza i Mirosława Brozisa *Soczewki grubasy*, zamieszczony w *Fotonie* 86/2004.



O ciężarkach na bloczku z uwzględnieniem masy nici

Mariusz Tarnopolski

Student fizyki IF UJ

Rozważmy klasyczne zadanie szkolne z dwoma ciężarkami zawieszonymi na nici przerzuconej przez bloczek, zilustrowane na rysunku 1a. Taki układ jest nazywany spadkownicą (lub maszyną) Atwooda i został skonstruowany w 1784 roku przez George'a Atwooda celem wykonania eksperymentu weryfikującego prawa ruchu jednostajnie przyspieszonego. Obecnie maszyna Atwooda jest używana do celów dydaktycznych, demonstrujących ruchy przyspieszone z przyspieszeniem dowolnie mniejszym od przyspieszenia ziemskiego g .

Celem zadania jest obliczenie przyspieszenia ciężarków. W najprostszym przypadku, gdy masa bloczka $m = 0$, łatwo znaleźć odpowiedź postaci

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g, \quad (1)$$

gdzie założyliśmy bez straty ogólności, że $m_1 > m_2$. W nieco rozbudowanej sytuacji, gdy mamy niezerową masę bloczka, trzeba uwzględnić również fakt, że ma on moment bezwładności $I = \frac{1}{2}mr^2$, gdzie r jest promieniem bloczka. Wtedy niewiele trudniejszym do znalezienia rozwiązaniem tego zadania jest

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m} g. \quad (2)$$

Kierując oś Ox w dół oraz umieszczając jej początek na wysokości środka bloczka, położenie ciężarka o m_1 w zależności od czasu znajdziemy ze znanego wzoru opisującego ruch jednostajnie przyspieszony:

$$x(t) = \frac{at^2}{2} + L_0, \quad (3)$$

gdzie L_0 to początkowe położenie. Jak będzie jednak wyglądało zachowanie takiego układu, jeśli masa liny m_0 będzie niezerowa?

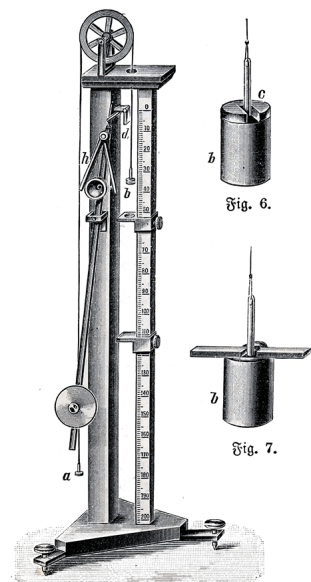
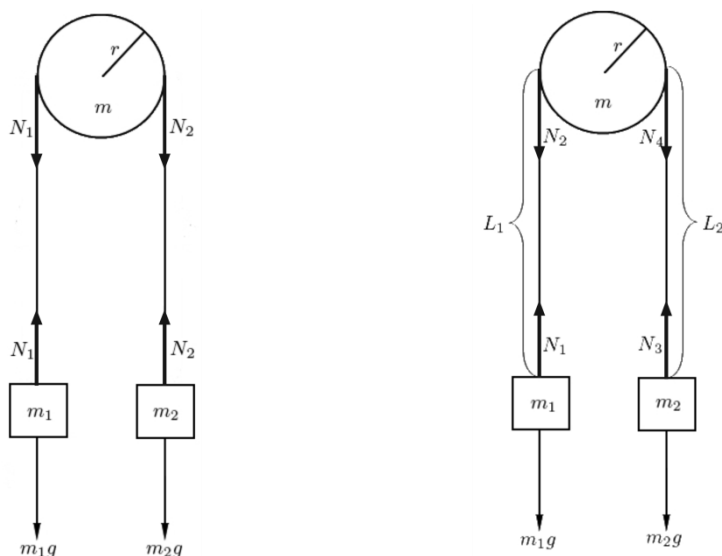


Fig. 5.
Atwood'sche Fallmaschine

Spadkownica Atwooda, 1905 r.
(źródło:Wikipedia)

Wtedy siły napięcia liny przyłożone w punkcie zaczepienia ciężarka i w miejscu, gdzie lina odrywa się od bloczka, nie są takie same (rys. 1b). Siła napięcia N_1 jest wywołana siłą grawitacji działającą na masę m_1 , zaś siła napięcia N_2 – na masę ciężarka oraz masę liny o długości L_1 . Analogicznie będzie dla ciężarka o masie m_2 . Mamy więc cztery różne siły napięcia liny, a nie dwie, jak w przypadku liny nieważkiej. Znajdźmy więc najpierw równania ruchu układu mas m_0 , m_1 , m_2 i m .



Rys. 1a. Siły napięcia dla liny nieważkiej Rys. 1b. Siły napięcia dla liny o niezerowej masie

Niech nasza lina ma całkowitą długość L . Składa się na nią suma długości poszczególnych odcinków:

$$L = L_1 + L_2 + \pi r. \quad (4)$$

Oczywiście L_2 jest zależne od L_1 i *vice versa*:

$$L_2 = (L - \pi r) - L_1 \equiv L' - L_1. \quad (5)$$

Nazwijmy L' długością zredukowaną liny. Przyjmijmy również, że gęstość liniowa liny $\rho = \frac{m_0}{L}$ jest stała. Podzielmy nasz układ na pięć podukładów: dwa ciężarki, dwie liny i bloczek. Na mocy drugiej zasady dynamiki Newtona równania ruchu dla ciężarków i bloczka są takie same jak dla przypadku nieważkiej liny:

$$m_1g - N_1 = m_1a, \quad (6)$$

$$N_3 - m_2 g = m_2 a, \quad (7)$$

$$r(N_2 - N_4) = I\varepsilon = \frac{1}{2}mr^2\varepsilon; \quad \varepsilon, \quad (8)$$

$$a = r\varepsilon, \quad (9)$$

gdzie I jest momentem bezwładności krążka o promieniu r zaś ε jest jego przyspieszeniem kątowym. Przyjmując $N_1 = N_2$ oraz $N_3 = N_4$ dostaniemy, po rozwiązaniu powyższego układu równań, uproszczony wzór na przyspieszenie postaci (2) dla liny nieważkiej. Jednakże w naszym przypadku musimy zapisać jeszcze dwa równania ruchu: po jednym dla każdej liny. Są one następujące:

$$N_1 - N_2 + \rho L_1 g = \rho L_1 a, \quad (10)$$

$$N_4 - N_3 - \rho L_2 g = \rho L_2 a, \quad (11)$$

gdzie ρL_i jest masą odpowiedniego kawałka liny. Możemy teraz rozwiązać układ równań (6)–(11), żeby znaleźć wartość przyspieszenia a . Z równań (6), (7), (10) i (11) wyznaczamy siły napięcia liny, wstawiamy tak obliczone wartości do (8) oraz korzystamy z (9), żeby wyeliminować r . Wyrażenie, jakie ostatecznie otrzymujemy, jest następujące:

$$a = \frac{\frac{m_0}{L}(2L_1 - L') + m_1 - m_2}{\frac{m_0}{L}L' + m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m} g. \quad (12)$$

Jeśli podstawimy w tym miejscu $m_0 = 0$, to otrzymamy wzór na przyspieszenie (2), czyli nasze rozwiązanie poprawnie redukuje się do przypadku prostszego.

Chcemy następnie znaleźć zależność drogi od czasu dla ciężarków poruszających się z powyższym przyspieszeniem. Ostatni wzór wyprowadziliśmy dla dowolnego położenia L_1 . Przyspieszenie a jest zatem proporcjonalne do położenia; przyspieszenie w ogólności zaś jest drugą pochodną położenia po czasie. Mamy więc następujące równanie różniczkowe:

$$\ddot{x} = \alpha x + \beta, \quad (13)$$

gdzie α i β są odpowiednio współczynnikiem przy L_1 oraz wyrazem wolnym we wzorze (12). Rozwiązaniem tego równania jest poniższa funkcja:

$$x(t) = A \cdot e^{-\sqrt{\alpha}t} + B \cdot e^{\sqrt{\alpha}t} - \frac{\beta}{\alpha}, \quad (14)$$

gdzie A i B to stałe całkowania. Można je wyznaczyć nakładając warunki początkowe, na przykład tak, by w chwili $t=0$ ciężarek o masie m_1 był w położeniu x_0 oraz by prędkość początkowa wynosiła zero. Dostajemy z tego, że $A=B$ oraz

$$A = \frac{1}{2} \left(x_0 + \frac{\beta}{\alpha} \right). \quad (15)$$

Po wstawieniu do równania (14) rozpoznajemy definicję cosinusa hiperbolicznego, co pozwala funkcję położenia zapisać w zwartej postaci jako

$$x(t) = \left(x_0 + \frac{\beta}{\alpha} \right) \cosh(\sqrt{a}t) - \frac{\beta}{\alpha}. \quad (16)$$

Co się stanie, jeśli będziemy chcieli przy użyciu wzoru (16) rozpatrzeć przypadek, gdy lina jest nieważka? Zauważmy, że przyspieszenie a można zapisać jako funkcję homograficzną:

$$a = \frac{m_0 L_1 + C}{D m_0 + E}, \quad (17)$$

gdzie C , D i E są oznaczeniami na odpowiednie grupy stałych we wzorze (12). Zatem położenie $m_0 = 0$ daje przyspieszenie stałe w czasie, co jest równoznaczne z przyjęciem $\alpha = 0$ we wzorze (13). Jeśli jednak wstawimy $\alpha = 0$ we wzorze na położenie (16), to ponieważ $\cosh 0 = 1$, dostaniemy $x(t) = x_0$, czyli ciężarki nie będą się poruszać!

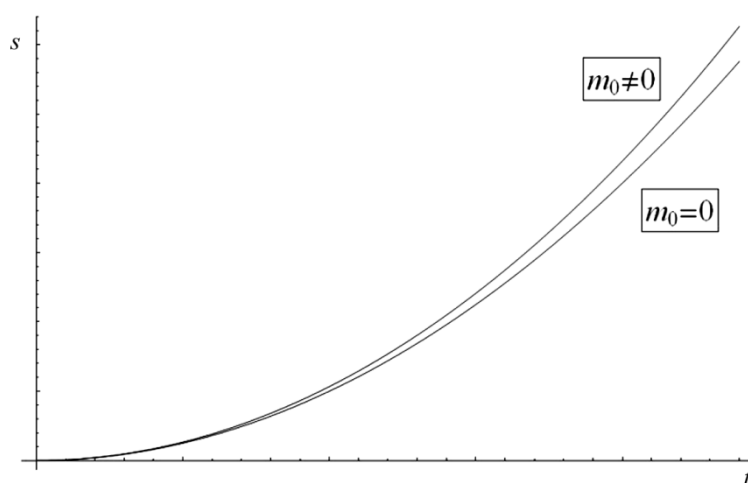
Ta pozorna niespójność wynika z faktu, że inaczej rozwiązuje się równanie różniczkowe (13) jeśli α równa się zero, a inaczej gdy wielkość ta jest niezerowa. W pierwszym przypadku rozwiązanie sprowadza się do dwukrotnego całkowania, dzięki czemu uzyskujemy, zgodnie z oczekiwaniami, położenie ciała w ruchu jednostajnie przyspieszonym jako funkcję kwadratową czasu. W drugim przypadku jednak, żeby uzyskać rozwiązanie w postaci (14), założyliśmy pewną formę rozwiązania tego równania. Nasze założenie było oparte na fakcie, że α nie była równa zero i nie obejmowało zerowania się parametru α . Jest to sytuacja analogiczna do rozwiązywania algebraicznego równania kwadratowego: $ax^2 + bx + c = 0$. W przypadku $a = 0$ równanie staje się liniowe, o pierwiastku wynoszącym $x = -\frac{c}{b}$. Jeśli zaś w rozwiązaniach równania kwa-

dratowego $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ damy $a = 0$, to otrzymamy symbole nieoznaczone $\frac{0}{0}$

oraz $\frac{-2b}{0}$, ponieważ wzory na pierwiastki równania kwadratowego są słuszne

tylko dla przypadku $a \neq 0$. Podobna sytuacja ma miejsce z rozwiązaniem równania (13). Wybierając metodę rozwiązywania dla przypadku $\alpha \neq 0$ nie pozwalamy, żeby rozwiązanie miało postać funkcji kwadratowej, więc nie możemy się jej spodziewać w wyniku.

Na rysunku 2 zamieszczono wykresy dwóch zależności położenia ciężarka o masie m_1 : kwadratowej, uzyskanej przy założeniu $m_0 = 0$, oraz hiperbolicznej dla przypadku $m_0 > 0$. Wykresy zostały wykonane dla stosunku mas $m:m_1:m_2:m_0$ jak 2:1:0,5:0,02.



Rys. 2. Zależności drogi od czasu przy spadku ciężarka zawieszono na linie nieważkiej i o niezerowej masie

Zgodnie z intuicją ciężarek w ruchu z niezerową masą liny porusza się szybciej niż gdyby lina była nieważka. Jednakże dla rzeczywistych wartości wszystkich parametrów ta różnica jest dosyć niewielka, choć mierzalna. George Atwood w swym eksperymencie przyjął, że zarówno nić, jak i bloczek są nieważkie, co bynajmniej nie przeszkodziło mu uzyskać zadowalających wyników.



Co słyhać u Lwiątku

Witold Zawadzki
Instytut Fizyki UJ

Sprawozdanie

Jak co roku, zgodnie z kilkuletnią tradycją, w ostatni poniedziałek marca odbył się polsko-ukraiński Konkurs Fizyczny „Lwiątko”. Dla niewtajemniczonych: konkurs rozgrywany jest w szkołach całej Polski w pięciu kategoriach: klasy 1–2 gimnazjum, 3 gimnazjum, I liceum i technikum, II liceum i technikum oraz III liceum razem z klasami III i IV technikum. Zasady konkursu są podobne do matematycznego Kangura – tak jak tam, uczniowie mają do rozwiązania 30 zadań zamkniętych, należy wybrać jedną z pięciu podanych odpowiedzi. Jest na to przeznaczone 75 minut, zatem tempo pracy nieuchronnie prowadzi do przegrzania mózgowego procesora. Ale na tym między innymi ta zabawa polega!

W tym roku w konkursie wzięło udział około 22 000 uczniów z 1500 szkół z całej Polski, Lwowa i Cieszyna. Liczby te niezbitnie świadczą o ciągłej popularności Lwiątku. Około 44% uczestników to uczniowie gimnazjów, pozostali to uczniowie szkół ponadgimnazjalnych. Warto dodać, że niektórzy uczniowie „dorastają” razem z Lwiątkiem – biorą w nim udział co roku przechodząc przez wszystkie kategorie.

Wyrażane po tegorocznej edycji opinie, że zadania były trudniejsze niż w zeszłym roku, niestety znalazły potwierdzenie po podliczeniu wyników. Średni wynik jest niski – tylko ok. 44 pkt. na 150 możliwych do zdobycia (przypominamy, że na starcie uczeń otrzymuje 30 pkt., za poprawną odpowiedź otrzymuje 3, 4 lub 5 pkt. w zależności od trudności zadania, za złą odpowiedź są punkty ujemne). Cóż, jak co roku zapewniamy, że autorzy zadań starają się, jak umieją, i bardzo chcieliby lepiej utrafić w możliwości większości uczestników. Niestety, nie mają możliwości testowania zadań na jakichś „królikach doświadczalnych”, a dopiero to dałoby w porę obraz sytuacji. Kontynuując temat niskich wyników – tym większa zasługa tych uczestników, których wyniki są wysokie. Mamy nadzieję, że nauczyciele również to docenią i wynagrodzą wysokimi ocenami z fizyki. Z drugiej strony wiele osób chwali, że zadania są ciekawe, wyszukane, nietrywialne, a że są trudne – to właśnie zmusza do wysiłku umysłowego i to daje tyle radości. Ci, którzy nie są zadowoleni ze swoich wyników, piszą na naszym forum, że zmobilizuje ich to do lepszej pracy i że w przyszłej edycji polepszą swoje wyniki.

Co się tyczy nagród – każdy uczestnik otrzymał pamiątkowy kalendarzyk, zwycięzcy otrzymali dyplomy oraz nagrody książkowe – między innymi książki popularnonaukowe i albumy. Organizatorzy konkursu ustanowili również hono-

rowe tytuły: „hiperon Ω ” (dla osób, które zdobyły co najmniej 125 punktów), „kaon” (co najmniej 100 i mniej niż 125 punktów), oraz „taon” (co najmniej 75 i mniej niż 100 punktów). Wszyscy nauczyciele, którzy zorganizowali konkurs w swojej szkole, otrzymali pisemne podziękowania, nauczyciele przygotowujący zwycięzców do konkursu – gratulacje na drodze awansu zawodowego.

Zadania

Jak to już zwykle bywa, tak i w tej edycji konkursu, niektóre zadania były powodem bardzo ożywionych dyskusji na naszym forum internetowym. Pojawiło się wiele pytań typu „dlaczego ta odpowiedź jest poprawna?”. Cieszy nas fakt, że odpowiedzi na takie pytania często udzielają inni uczestnicy konkursu, skrupulatnie wyjaśniając wszelakie niuanse i „haczyki” ukryte w treści zadań. Cierpliwi czekają na oficjalne rozwiązania, które ukażą się w wydawanej co roku broszurze.

A oto kilka ciekawych zadań wybranych z Lwiątko 2011.

Zadanie 1 – wszystkie kategorie miały „przemieszane” odpowiedzi (za 3 pkt.)
Lwiątko odbywa się co roku w ostatni poniedziałek marca. Gdyby rok 2012 nie był przestępny, od dzisiaj do konkursu w 2012 roku upłynęłoby N dni. Ale rok 2012 jest przestępny i upłynie

A. N dni, B. $N - 1$ dni, C. $N + 1$ dni, D. $N - 2$ dni, E. $N + 2$ dni.

Rozwiązanie

Od poniedziałku do poniedziałku upływa zawsze całkowita liczba tygodni i już chociażby z tego powodu jedyną możliwą jest **odpowiedź A**. Można się zastanawiać, czy nie mogłoby się zdarzyć $N + 7$ dni lub $N - 7$ dni. Gdyby ostatni poniedziałek marca 2011 przypadał 26 marca i rok 2012 nie był przestępny, to w 2012 roku ostatnim poniedziałkiem marca byłby 25 marca, po N dniach. Ale przy przestępnym roku 2012 poniedziałkiem okazałby się 31 marca – po $N + 7$ dniach. Przestępnosć przesuwają dni tygodni ku wcześniejszym datom, zatem sytuacja $N - 7$ nie jest możliwa. Nadmienimy, że zasada ostatniego poniedziałku marca może okazać się nie do zastosowania z powodu Wielkanocy – będzie tak w roku 2016.

Komentarz

Zadanie proste (za 3 pkt.) i to chyba uspiło czujność wielu – aż 75% wszystkich uczestników konkursu podało złą odpowiedź ($N + 1$), odpowiedź poprawną zaznaczyło tylko od 5% (gimnazja) do 9% (licea) uczniów.

Zadanie 6 klasa I liceum (za 3 pkt.)

Siła, jaką szyny popychają przyspieszający łagodnie tramwaj, to siła tarcia

- A. kinetycznego poślizgowego,
- B. tocznego,
- C. statycznego,
- D. elektrostatycznego.
- E. Siła tarcia nie popycha tramwaju, tylko go hamuje.

Rozwiązanie

Mimo że tramwaj jedzie, mówimy tu o tarciu statycznym, bo trące powierzchnie nie ślizgają się jedna po drugiej. Odpowiedź D jest żartem. „Kusząca” odpowiedź E jest błędna: siła tarcia rzeczywiście powoduje ruch tramwaju – gdy jej brak, np z powodu oblodzenia, koła ślizgają się w miejscu („bukuja”). Tramwajom to się praktycznie nie zdarza, ale samochodom – nader często.

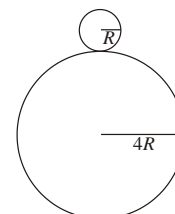
Komentarz

Poprawną odpowiedź C wybrało tylko niecałe 5% uczestników, najbardziej „kusząca”, E – ponad 65%! Po raz kolejny okazało się, że uczniowie mają problemy ze zrozumieniem zjawiska tarcia, które – czy tego chcemy czy nie – towarzyszy nam na każdym kroku (dosłownie i w przenośni!).

Zadanie 24 klasa 1–2 gimnazjum (za 5 pkt.)

Mały walec (promień R) toczy się wokół dużego nieruchomego walca (promień $4R$), wracając do początkowego położenia. Ile obrotów wykonuje mały walec?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.
- E. 5.



Rozwiązanie

Nawet gdyby mały walec ślizgał się po dużym, dotykając go stale tym samym punktem swojej powierzchni, wykonałby jeden obrót z powodu „zakręcania” w czasie swej podróży. Jeśli zaś toczy się po drodze cztery razy dłuższej od swego obwodu, wykonuje dodatkowo cztery obroty. Razem pięć, **odpowiedź E**.

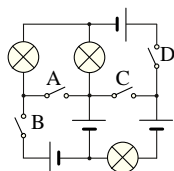
Komentarz

Poprawną odpowiedź zaznaczył tylko co dziesiąty uczestnik konkursu, najbardziej „popularna” była odpowiedź D, którą zaznaczyło prawie 80% uczestników. Odpowiedź ta nie uwzględniała jednego obrotu wynikającego z „obiegnięcia” walca dookoła. I to niezrozumienie pokutuje potem przy omawianiu np. ruchu Księżyca wokół Ziemi – prawie każdy zapytany „czy Księżyc obraca

się wokół swojej osi?” odpowiada: „nie, bo przecież widzimy stale tę samą stronę Księżyca”. To wnioskowanie jest błędne! Gdyby Księżyc nie obracał się wokół swojej osi (czyli nie zmieniałby swojego ustawienia względem odległych gwiazd), to podczas jego obiegu wokół Ziemi moglibyśmy go podziwiać z różnych stron. Jednak Księżyc obraca się wokół swojej osi, a okres tego obrotu jest równy okresowi obiegu Księżyca wokół Ziemi, przez co jest zwrócony ku Ziemi stale tą samą stroną (nie uwzględniając zjawiska libracji). Analogicznie można wytłumaczyć, dlaczego pomimo tego, że w ciągu roku Ziemia obraca się wokół swojej osi około 366 razy, w tym samym czasie mamy na Ziemi tylko 365 dni.

Zadanie 16 klasa II liceum (za 4 pkt.)

Który wyłącznik wystarczy zamknąć, by zaświeciła choć jedna żaróweczka? Baterijki są identyczne.



E. Zamknięcie jednego nie wystarczy.

Rozwiązanie

Odpowiedź D. Włączenie B lub C na pozór daje zamknięty obwód żarówek i baterijek, ale napięcia baterijek „niwelują” się do zera.

Komentarz

Poprawnej odpowiedzi udzieliło tylko ok. 15% uczestników konkursu. A przecież zadanie było łatwe, kilka baterijek, żarówek, włączników. Wystarczyło pomyśleć. A może problem polega na tym, że w przeważającej większości szkół, o ile nie we wszystkich, uczniowie nie mają okazji samodzielnie budować prostych obwodów elektrycznych?

Jubileusz

Kolejna edycja konkursu fizycznego Lwiątko już za niecały rok, dokładnie 26 marca 2012, jak zwykle w poniedziałek! Będzie to wyjątkowa, bo jubileuszowa – już dziesiąta – edycja Lwiątko. Wszystkie informacje dotyczące konkursu (termin zgłoszeń, formularz zgłoszeniowy, zasady przeprowadzania, zadania z poprzednich edycji) można znaleźć na naszej stronie internetowej www.lwiatko.org oraz w rozsyłanych do szkół broszurach i plakatach. Zapraszamy! Do zobaczenia w marcu!



Konkurs „Fizyczne Ścieżki”

Robert Wolkiewicz

Sekretarz Konkursu

„Fizyczne Ścieżki” to konkurs organizowany wspólnie przez Instytut Problemów Jądrowych im. Andrzeja Sołtana w Świerku oraz Instytut Fizyki Polskiej Akademii Nauk w Warszawie. Odbywa się od 2005 roku. W marcu br. 2011 roku zakończyliśmy jego 6. edycję, w której wzięło udział prawie stu uczniów gimnazjów i liceów z całej Polski. Konkurs ma stawiać na samodzielność i inwencję własną uczestników i rozgrywany jest w trzech kategoriach: esej, pokaz zjawiska fizycznego z jego opisem oraz praca naukowa. W tym roku szczególnie obrodziła w prace ostatnia z kategorii – przysłano aż 20 prac.

Finał konkursu odbył się 26 marca 2011 roku, tradycyjnie w auli Instytutu Fizyki Polskiej Akademii Nauk w Warszawie. Wzięło w nim udział dwudziestu sześciu młodych naukowców, którzy zaprezentowali 16 prac.

Wśród eseistów nie przyznano pierwszej nagrody, drugą otrzymali *ex-quo* Krzysztof Czajkowski z II LO w Słupsku za pracę „Chemiczno-fizyczna rzeczywistość, czyli dwóch naukowców w jednym ciele” oraz Henryk Krasieński z LO w Bielsku-Białej za „Fizykata”. Trzecią nagrodę uzyskał Bartosz Jasiocha z II LO w Słupsku za „Szampańską fizykę”.

Najlepszym pokazem okazało się „Zastosowanie zjawiska indukcji elektromagnetycznej” Mariusza Dziubaka z 11 gimnazjum w Rybniku. Jego kolega ze szkoły Szymon Krakowczyk otrzymał drugą nagrodę za „Doświadczenia z mini cewką Tesli”. Również drugą nagrodę otrzymał Konrad Łojek (laureat I nagrody w poprzedniej edycji Konkursu) za pokaz „Dźwięk i jego oblicza”. Trzecią nagrodę otrzymało trio: Aleksandra Gawęł, Jacek Gaudyn, Paweł Kazimierowicz z IV i V LO w Bielsku-Białej za konstrukcję „Organy piszczałkowe na co dzień” oraz para Magdalena Zawadzka i Marta Borkowska z gimnazjum nr 3 w Brzegu za „Fizykę wokół nas”. Dziewczęta otrzymały również specjalne wyróżnienie za szczególnie pomysłowe i innowacyjne przeprowadzenie pokazu.

Pierwszą nagrodę w najważniejszej kategorii, czyli prac naukowych, otrzymali Rafał Białek, Dawid Jaworowski oraz Tomasz Pyrzewicz z II LO w Słupsku za pracę „Badanie widma białych diod elektroluminescencyjnych”. Druga nagroda pojechała do Bytomia. Zdobyła ją Agnieszka Najgebauer za pracę „Pomiar i porównanie wartości promieniowania elektromagnetycznego emitowanego przez wybrane urządzenia naszego otoczenia.” Trzecią nagrodę otrzymała Nicola Leończyk z II LO w Słupsku za pracę „Wpływ hałasu turbin wiatrowych na organizmy żywe.”

Finaliści otrzymali wartościowe nagrody: konkursowe koszulki, gry planszowe, książki oraz tradycyjne kubeczki. Oprócz tego wszyscy uczestnicy finału mogli całą niedzielę zwiedzać Centrum Nauki Kopernik w Warszawie.

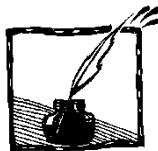
Do specjalnej nagrody – wyjazdu do Zjednoczonego Instytutu Badań Jądrowych w Dubnej (Federacja Rosyjska) jury wytypowało tegorocznych uczestników: Agnieszkę Najgebauer, Rafała Białka. Do Dubnej pojadą też zeszłoroczni zwycięzcy – Krzysztof Skrzynecki i Karol Suszczyński, którzy z różnych względów nie mogli skorzystać z tej nagrody w zeszłym roku.

Szósta edycja konkursu uznana została za udaną i już szykujemy się do kolejnej.



Szymon Krakowczyk – druga nagroda za „Doświadczenia z mini cewką Tesli”
<http://www1.ipj.gov.pl/node/431> (fot. Marek Pawłowski)

Tegoroczny konkurs stał, zdaniem wielu z nauczycieli i nas samych, na stosunkowo wysokim poziomie. Dzięki naszym sponsorom (Intel i „Nowa Era”) mogliśmy tym razem zdobyć się na bardziej atrakcyjne nagrody. Warto też wspomnieć, że informacje o konkursie znalazły się w magazynie „Nowej Ery” i mamy nadzieję, że propagowanie konkursu przez to znakomite wydawnictwo podręczników szkolnych wpłynie na liczbę i jakość nadsyłanych prac.



Wystawa w bibliotece Instytutu Fizyki UJ

z okazji setnej rocznicy przyznania Marii Skłodowskiej-Curie
Nagrody Nobla w dziedzinie chemii

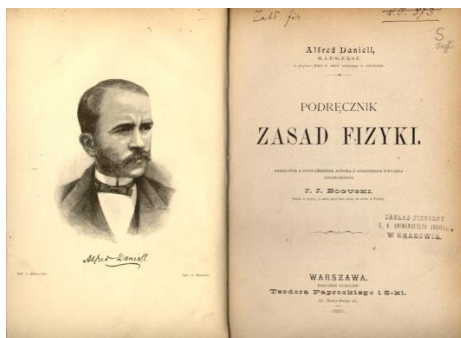
Jadwiga Wichman

Biblioteka Instytutu Fizyki UJ

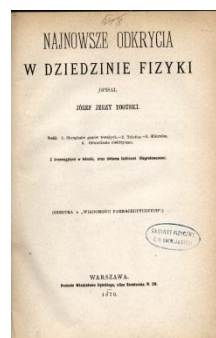
Maria Skłodowska-Curie jest jedynym uczonym, który dwukrotnie otrzymał Nagrodę Nobla w dwóch różnych dziedzinach naukowych: w 1903 roku – nagrodę w dziedzinie fizyki, a w 1911 roku – w dziedzinie chemii.

Sejm Rzeczypospolitej Polskiej ogłosił rok 2011 Rokiem Marii Skłodowskiej-Curie w 100-lecie przyznania jej drugiej nagrody. Z tej okazji w bibliotece Instytutu Fizyki UJ w dniach 15–31 marca 2011 roku zorganizowano wystawę pt. „Maria Skłodowska-Curie w zbiorach biblioteki Instytutu Fizyki UJ”. Celem wystawy było zaprezentowanie najciekawszych materiałów dotyczących tej wielkiej uczonej zgromadzonych, opracowanych i przechowywanych w bibliotece. Przeprowadzona w bibliotece kwerenda wyodrębniła ciekawy i bogaty księgozbiór związany z Noblistką. Złożyły się na niego dzieła Marii Skłodowskiej, czasopisma, w których publikowane były jej prace naukowe oraz książki o niej i jej rodzinie. Scenariusz wystawy przygotowała Maria Pawłowska, a komisarzami wystawy były Maria Pawłowska i Jadwiga Wichman z biblioteki Fizyki UJ.

Najstarsze eksponaty pokazane na wystawie związane są z okresem młodości i nauki Marii Skłodowskiej. Pierwszy z nich to *Podręcznik zasad fizyki* z 1887 roku (fot. 1), którego autorem jest Alfred Daniell. Tłumaczem tego podręcznika był Józef Boguski, cioteczny brat Marii Skłodowskiej, asystent Mendelejewa, wykładowca, popularyzator fizyki i chemii, który tę książkę polecił młodej Skłodowskiej do nauki fizyki. Z tego podręcznika uczyła się, pracując jako guwernantka w Szczukach. Kolejną pozycją prezentowaną na wystawie, był podręcznik autorstwa Józefa Boguskiego *Najnowsze odkrycia w dziedzinie fizyki* (fot. 2), wydany w 1879 roku.



Fot. 1.



Fot. 2.

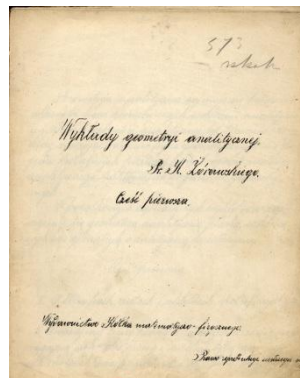
Inna cenną książką przedstawioną na wystawie był odbity na powielaczu rękopis podręcznika *Wykłady geometrii analitycznej* (fot. 3). Jej autorem jest Kazimierz Żorawski, profesor Uniwersytetu Jagiellońskiego (w latach 1917–1918 – po nagłej śmierci Mariana Smoluchowskiego – jego rektor), profesor Uniwersytetu Warszawskiego i Politechniki Warszawskiej, pierwsza miłość Marii Skłodowskiej. Wykłady ukazały się nakładem Kółka matematyczno-fizycznego z końcem XIX lub początkiem XX wieku.

Maria Skłodowska-Curie była współautorką wielu prac naukowych, które przygotowywała wraz z mężem Piotrem Curie, a także z innymi naukowcami, zwłaszcza z Instytutu Radowego w Paryżu. Swoje pierwsze prace naukowe publikowała w czasopismach francuskich i niemieckich, takich jak: „Comptes Rendus”, „Physicalische Zeitschrift”, „Le Radium”, a także w czasopismach polskich m.in.: „Wszechświat”, „Chemik Polski”.

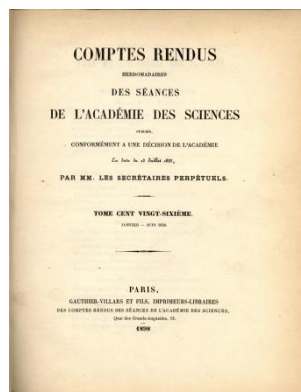
Wśród eksponatów znalazły się kolejne tomy francuskiego czasopisma „Comptes Rendus” (fot. 4) z lat 1898–1906, w których małżonkowie publikowali swoje prace naukowe dotyczące odkrycia polonu i radu, a także wyniki prowadzonych przez siebie badań. To właśnie z tego czasopisma pochodzi słynny cytat: *Nous croyons donc que la substance... (Wierzymy, zatem, że substancja, którą wydobyliśmy z blendy smolistej, zawiera metal jeszcze nieopisany. Jeśli potwierdzi się istnienie tego nowego metalu, proponujemy, żeby nazwano go polonem, na cześć kraju, z którego pochodzi jedno z nas)* (fot. 5).

Prezentowany na wystawie egzemplarz czasopisma „Wszechświat” (fot. 6), to tom XXV z roku 1906 zawierający artykuł *Marya Curie-Skłodowska: Teorie współczesne, odnoszące się do elektryczności i do materii. Wykład wstępny kursu fizyki ogólnej, wypowiedziany w Sorbonie 5 listopada 1906.*

Warto zwrócić uwagę na to, że Noblistka podpisywała swoje publikacje w różny sposób. Używała zarówno formy Maria Skłodowska-Curie, jak również Maria Curie-Skłodowska, bo nigdy nie wyrzekła się polskich korzeni, swojej ojczyzny ani nazwiska. Często podpisywała się francuskim zwyczajem: Madame Pierre Curie, Madame Marie Curie, Madame Curie-Skłodowska. Gdy w 1903 roku wraz z Piotrem Curie i Henrykiem Becquerelem otrzymała Nagrodę Nobla w dziedzinie fizyki na dyplomie noblowskim figurowało nazwisko Marie

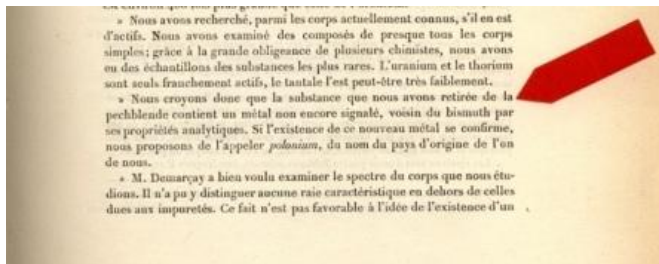


Fot. 3.



Fot. 4.

Curie, ale w roku 1911, kiedy samodzielnie otrzymała Nagrodę Nobla w dziedzinie chemii, dyplom wypisany został na nazwisko Marie Skłodowska-Curie.

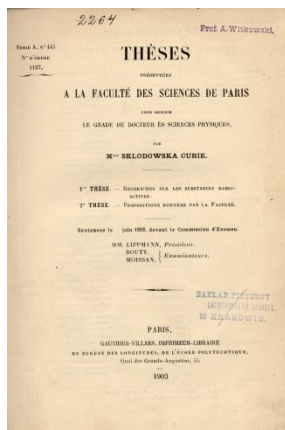


Fot. 5.

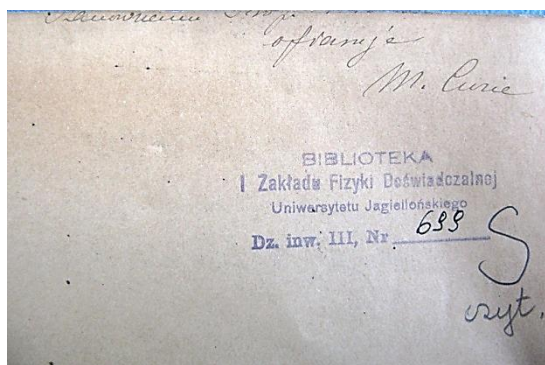


Fot. 6.

Na wystawie zaprezentowano niezwykle cenną pamiątkę pochodzącą ze zbiorów biblioteki – pracę doktorską, której autorką jest Madame M. Skłodowska-Curie *Thèses présentées à la faculté des sciences de Paris pour obtenir le grade de docteur ès sciences physiques: Recherches sur les substances radioactives* („Rozprawa przedstawiona Wydziałowi Matematyczno-Przyrodniczemu Uniwersytetu Paryskiego w celu uzyskania stopnia doktora nauk fizycznych: Badanie ciał radioaktywnych”) (fot. 7). Egzemplarz ten, wydany w Paryżu w 1903 roku, został prawdopodobnie podarowany przez autorkę profesorowi Augustowi Witkowskiemu, ówczesnemu kierownikowi Zakładu Fizycznego UJ. Na stronie tytułowej książki znajdują się jego faksymile, a na stronie przedtytułowej można odczytać dedykację: *Szanownemu Panu, ofiaruję, M. Curie* (fot. 8).



Fot. 7.



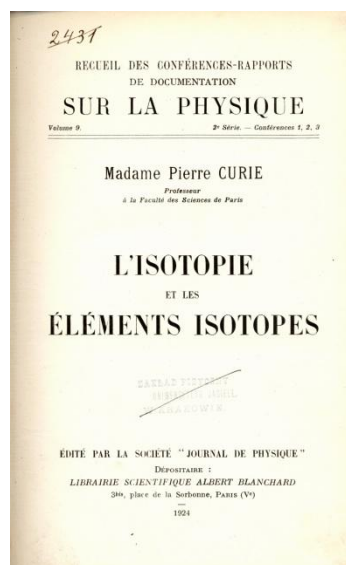
Fot. 8.

Kolejne dzieła pokazane na wystawie, których autorką jest Madame Pierre Curie, to: *L'isotopie et les elements isotopes* (Paris, 1924) (fot. 9) i *Promieniotwórczość* (Warszawa, 1939). *Promieniotwórczość* to dokonany przez Ludwika Wersteina przekład na języki polski wykładów wygłaszanych przez Noblistkę na Sorbonie. Na stronie tytułowej tej książki czytamy: „Maria Skłodowska-Curie profesor Sorbony, laureatka Nagrody Nobla z fizyki, laureatka Nagrody Nobla z chemii”.

Cały dorobek naukowy uczoney zebrany został przez jej córkę Irenę Joliot-Curie i wydany w XX rocznicę śmierci jako *Prace Marii Skłodowskiej-Curie* (Warszawa, 1954). W przedmowie prezentowanej książki Irena Joliot-Curie napisała: „Książka ta jest zbiorem zestawionych w porządku chronologicznym wszystkich oryginalnych publikacji Marii Skłodowskiej-Curie oraz kilku artykułów syntetycznych, napisanych przez nią w latach narodzin nauki o promieniotwórczości...”.

Na uwagę zasługują także inne pozycje pokazane na wystawie: tom *Oeuvres de Pierre Curie* (Paris, 1908), wydany przez francuskie Towarzystwo Fizyczne, książka autorstwa Marii Curie: *Pierre Curie: avec une étude des „Carnets de laboratoire” par Irène Joliot-Curie* (Paris, 1955), czy już współcześnie wydane *Lekcje Marii Skłodowskiej-Curie: notatki Isabelle Chavannes z 1907 roku* (Warszawa, 2004). Dwie pierwsze to dzieła będące zbiorem prac naukowych Piotra Curie, natomiast *Lekcje Marii Skłodowskiej-Curie* to notatki Isabelle Chavannes, jednej z uczennic (Isabelle została inżynierem chemikiem), które sporządzone zostały podczas zajęć z fizyki, prowadzonych przez Marię Skłodowską-Curie, już wówczas laureatkę Nagrody Nobla.

Maria Skłodowska-Curie przyjaźniła się z największymi uczonymi tamtych czasów. Jako jedyna kobieta uczestniczyła w pierwszych Konferencjach Solvayowskich, które były spotkaniami uczonych tej miary co Albert Einstein, Niels Bohr, Ernest Rutherford, Max Planck. Na wystawie znalazła się bogata korespondencja Marii Skłodowskiej-Curie z Albertem Einsteinem. Biblioteka dysponuje odbitkami kserograficznymi prawdopodobnie wszystkich listów, jakie wymienili między sobą ci wielcy uczeni. Korespondencja Marii Skłodowskiej-Curie i Alberta Einsteina pochodzi z *Albert Einstein Archives*. Inne listy Noblistki można znaleźć w prezentowanych książkach *Korespondencja polska Marii Skłodowskiej-Curie 1881–1934* (opr. K. Kabzińska i in., Warszawa 1994) i *Korespondencja Marii Skłodowskiej-Curie z uczonymi z Europy Środkowej*

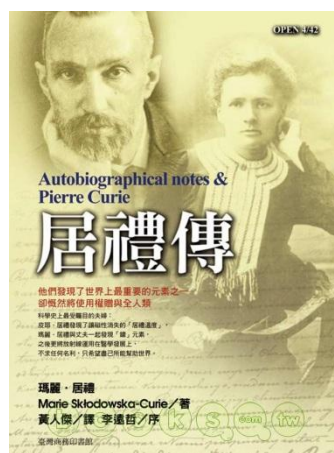


Fot. 9.

i Wschodniej 1904–1934 (red. J. Piskurewicz, Lublin 1998). Pozycje te są niewyczerpanym źródłem wiedzy o uczoney, jej rodzinie, przyjaciółach i innych naukowcach żyjących w tamtych czasach.

Kolejna grupa eksponatów to prace, wydane po śmierci uczoney, dotyczące jej życia i pracy naukowej. Są to wybrane artykuły dotyczące historii badań nad promieniotwórczością publikowane w czasopismach naukowych i popularno-naukowych oraz opracowania opisujące dorobek naukowy i wkład Marii Skłodowskiej do nauki, a także książki biograficzne. W czasopiśmie *Acta Physica Polonica*, vol. 4 z 1935 roku znajdujemy przemówienie prof. Stefana Pieńkowskiego wygłoszone na uroczystej akademii zorganizowanej ku czci Marii Skłodowskiej-Curie w pierwszą rocznicę jej śmierci oraz wykład L. Wertensteina o pracy naukowej Noblistki. Prezentowana książka *Wkład Marii Skłodowskiej Curie do nauki: szkice monograficzne* (red. Józef Hurwic, Warszawa 1954) jest kolejnym opracowaniem wkładu uczoney do różnych dziedzin nauki: fizyki, chemii, techniki, medycyny.

Literatura opisująca życie i dokonania Marii Skłodowskiej-Curie jest bardzo bogata. Pokazana na wystawie Autobiografia Marii Curie Skłodowskiej (<http://dlibra.umcs.lublin.pl/dlibra/doccontent?id=1414>; dostęp 15.03.2011) została przetłumaczona na wiele języków (fot. 10).



Fot. 10. Tajwańskie wydanie książki *Autobiografia i wspomnienie o Piotrze*

Na wystawie znalazło się kilkanaście książek biograficznych o Marii Skłodowskiej-Curie. Opisują jej dzieciństwo, młodość, lata nauki, małżeństwo, początki i trudy pracy naukowej, sukcesy, tragedie osobiste, wielkie osiągnięcia naukowe i determinację w dążeniu do powstania Instytutu Radowego, a także jej chorobę i ostatnie lata. Te publikacje dostępne są w bibliotece Instytutu Fizyki w dużym wyborze: Ewa Curie *Maria Curie* (Warszawa, 1997), Olgierd Wołczek *Maria Skłodowska-Curie* (Warszawa, 1975), Denis Brian *Rodzina*

Curie (Warszawa, 2005), Laurent Lemire *Maria Skłodowska-Curie* (Warszawa, 2003), Susan Quinn *Życie Marii Curie* (Warszawa, 1997) czy Barbara Goldsmith *Geniusz i obsesja: wewnętrzny świat Marii Curie* (Wrocław, 2005) i inne. Biografia Marii Skłodowskiej Curie napisana przez jej córkę Ewę jest najczęściej czytana na świecie biografią, a w Japonii – obowiązującą lekturą szkolną.

Zródłem ciekawych informacji o Marii Skłodowskiej-Curie dla dzieci i młodzieży są prezentowane na wystawie takie pozycje jak: Jon Balchin *100 uczonych, odkrywców i wynalazców, którzy zmienili świat* (Warszawa, 2005), Jack Meadows: *Wielcy uczeni: (historia nauki opowiedziana poprzez życiorysy 12 największych jej twórców)* (Warszawa, 1997) i dla najmłodszych wydana w serii *Niezwykłe biografie – kolekcja dla dzieci i młodzieży* bogato ilustrowana biografia: *Maria Skłodowska-Curie 1867–1934*, (Warszawa, 2009) czy Philipa Steele: *Maria Skłodowska-Curie kobieta, która zmieniła dzieje nauki* (Warszawa, 2006).

Wystawę uzupełniały monety i znaczki pocztowe wydane dla uczczenia Noblistki zarówno w Polsce, jak i za granicą, a także medal z podobizną Marii Skłodowskiej-Curie wydany z okazji 25-lecia Instytutu Badań Jądrowych (1955–1980). Pochodzą one z prywatnych kolekcji pracowników Instytutu Fizyki (fot. 11).



Fot. 11.

Zdjęcia: Jadwiga Wichman



KOMUNIKATY REDAKCJI

Zaproszenie na wystawy

Polecamy dwie ciekawe wystawy:

- „Fizyka bliżej nas” – Kraków, ul. Gołębia 9, Ogrody Collegium Kołłątaja, 10 maja–31 lipca 2011

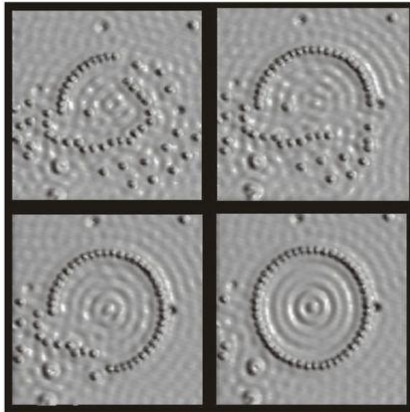


- „Maria Skłodowska-Curie. Kobieta niezwykła” – Kraków, ul. Jagiellońska 15, 12 maja–30 czerwca 2011; poniedziałek–sobota; godz. 9–10.

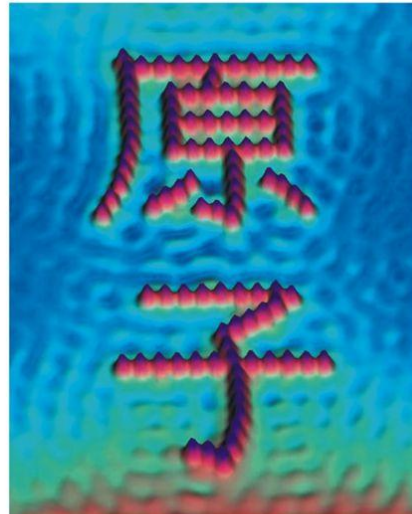
Polecamy w Internecie:

- wycieczkę wirtualną po CERNie
<http://www.wykop.pl/ramka/759959/fantastycznie-pomyslana-galeria-panoramicznych-zdjec-z-osrodka-cern/>
- zdjęcia z Kosmosu
<http://wiadomosci.onet.pl/nauka/niesamowite-nagranie-wideo-z-kosmosu,1,4407896,wiadomosc.html>

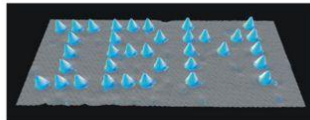
Manipulacje w skali nano przy użyciu skaningowego mikroskopu tunelowego (STM)



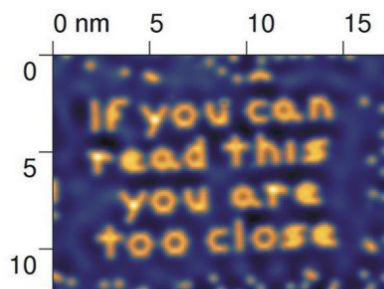
Formowanie okręgów zbudowanych z atomów żelaza na podłożu z miedzi



Znak odpowiadający słowu "atom" ułożony z atomów żelaza



Logo laboratorium IBM ułożone z atomów ksenonu - pierwsza demonstracja manipulacji w skali nano



"Jeśli potrafisz to przeczytać, to znaczy, że za dużo się zbliżyłeś" - rozmiar liter ułożonych z cząsteczek tlenku węgla wynosi zaledwie 1 nm!



"Człowieczek" ułożony z cząsteczek tlenku węgla