



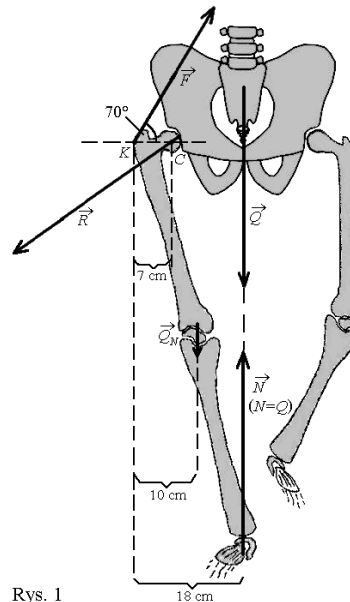
KĄCIK ZADAŃ

Jadwiga Salach

1. Podczas chodzenia raz lewa, a raz prawa noga unoszona jest w górę, tzn. nie dotyka podłoża. Rysunek 1 przedstawia szkielet prawej nogi w sytuacji, gdy cały ciężar ciała jest podtrzymywany przez stopę. Aby obliczyć wartość siły, jaka wówczas działa na staw biodrowy, możemy zastosować znane warunki równowagi. Gdy układ jest w równowadze, stopa i środek ciężkości ciała muszą się znajdować na jednej prostej pionowej. Siła reakcji podłoża

\vec{N} , działająca na stopę, ma wówczas taką samą wartość jak ciężar \vec{Q} całego ciała. Na rysunku 1 zaznaczono wektory pozostałych sił działających na nogę. Są to: ciężar nogi \vec{Q}_N (o wartości równej $\frac{Q}{7}$, zaczepiony w środku ciężkości nogi, tj. nieco powyżej kolana), siła nacisku \vec{R} (jaką panewka miednicy działa na głowę kości udowej) i siła \vec{F} (wywierana przez mięśnie i zaczepiona w miejscu tej kości, zwanym krętarzem K). Wszystkie wymienione siły działają w płaszczyźnie pionowej, tzn. w płaszczyźnie rysunku.

Biorąc pod uwagę zaznaczone na rysunku kierunki sił oraz odpowiednie odległości, oblicz wartości sił \vec{F} i \vec{R} .



Rys. 1

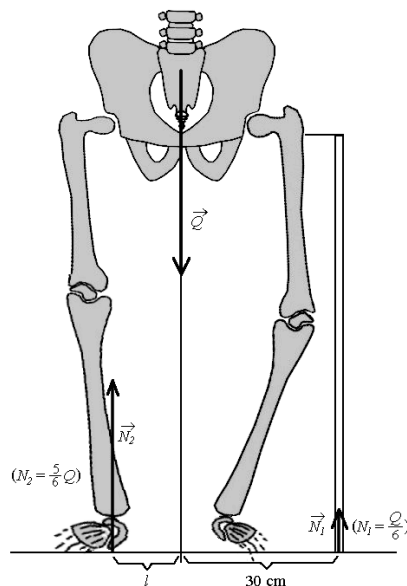
Wskazówka: Rozłóż siłę \vec{R} na składową pionową i poziomą. Skorzystaj z warunków równowagi nogi: suma sił i suma momentów sił (względem dowolnego punktu) muszą być równe zero. Dla wygody sumę momentów sił oblicz względem środka głowy kości udowej C .

2. Rozważmy sytuację, w której człowiek cierpiący na dolegliwości stawu biodrowego (lub np. rekonwalescent po operacji tego stawu) używa podczas chodzenia laski, trzymanej w lewej ręce (rysunek 2). Załóżmy, że odległość laski od linii pionowej, przechodzącej przez środek ciężkości ciała, wynosi 30 cm, a ciężar całego ciała rozkłada się tak, iż zaledwie $\frac{1}{6}$ jego część jest podtrzymywana przez laskę

(wówczas mięśnie ręki nie są narażone na nadmierny wysiłek), a pozostała część przez stopę. Stopa nie będzie się oczywiście znajdować na jednej prostej pionowej ze środkiem ciężkości całego ciała.

a) Sprawdź, czy w tym przypadku środek ciężkości nogi znajdzie się prawie na jednej prostej pionowej ze środkiem głowy kości udowej C (czyli prawie dokładnie pod tym środkiem).

b) Korzystając z faktu stwierdzonego w punkcie a), oblicz wartości sił \vec{F} i \vec{R} , które działają w tym przypadku, i porównaj je z wartościami obliczonymi w zadaniu 1. Sformułuj odpowiednie wnioski.



Rys. 2

Rozwiązanie

1. Zapisujemy warunki równowagi nogi:

Wartość sumy momentów sił względem punktu C jest równa zero.

$$F \cdot 7 \text{ cm} \cdot \sin 70^\circ + Q_N (10 \text{ cm} - 7 \text{ cm}) - N (18 \text{ cm} - 10 \text{ cm}) = 0$$

$$Q_N = \frac{Q}{7} \quad \text{i} \quad N = Q,$$

więc

$$7 \cdot 0,9397 F + \frac{3Q}{7} - 8Q = 0.$$

Obliczanie sumy momentów sił względem punktu C okazało się wygodne, bo w równaniu występuje tylko jedna niewiadoma F . Jej wartość wynosi:

$$F = \frac{8Q - \frac{3Q}{7}}{7 \cdot 0,9397}$$

$$\underline{F = 1,15 Q.}$$

Aby obliczyć wartość siły \vec{R} , zapisujemy w postaci równań warunek równowagi sił składowych, działających na nogę w kierunku poziomym (x) i pionowym (y).

– w kierunku osi x :

$$F \cos 70^\circ + R_x = 0,$$

stąd

$$R_x = -F \cos 70^\circ = -1,15 Q \cdot 0,3420,$$

$$\underline{R_x = -0,40 Q};$$

– w kierunku osi y:

$$F \sin 70^\circ + R_y + Q - \frac{Q}{7} = 0,$$

stąd

$$R_y = -\frac{6}{7} Q - F \sin 70^\circ,$$

$$R_y = -\frac{6}{7} Q - 1,15 Q \cdot 0,9397,$$

$$\underline{R_y \approx -1,94 Q}.$$

Siła \vec{R} ma taki kierunek i zwrot (co widać na rysunku 1), że obydwie jej współrzędne są ujemne. Wartość siły R obliczamy z jej współrzędnych R_x i R_y :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad \underline{R = 1,98 Q}.$$

Wartość siły nacisku panewki miednicy na głowę kości udowej jest prawie dwa razy większa od ciężaru całego ciała. Również mięśnie muszą działać na kość udową siłą o większej wartości niż ciężar ciała.

2. a) Suma momentów sił, działających na całe ciało człowieka względem środka ciężkości ciała, ma wartość równą zero. Na podstawie rysunku 2 (temat zadania) zapisujemy:

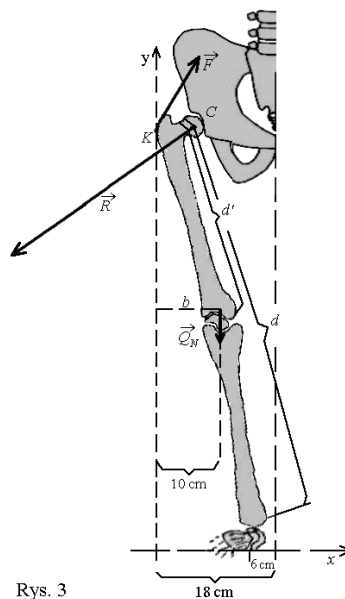
$$\frac{5}{6} Q \cdot l - \frac{1}{6} Q \cdot 30 \text{ cm} = 0,$$

skąd

$$l = 6 \text{ cm}.$$

W celu sprawdzenia, że środek ciężkości nogi oraz punkt C leżą na jednej pionowej prostej rozumiemy następująco: Długość nogi d (rysunek 1 i 2) jest taka sama; jednakowa jest również odległość środka ciężkości nogi od punktu K (d') w przypadku, gdy człowiek podiera się laską oraz gdy jej nie używa. Korzystamy z twierdzenia Talesa (patrz rysunek 3):

$$\frac{d'}{d} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9},$$



Rys. 3

$$\frac{d'}{d} = \frac{b}{18\text{cm} - 6\text{cm}} \quad \frac{b}{12\text{cm}} = \frac{5}{9},$$

skąd

$$b = \frac{12 \cdot 5\text{cm}}{9} \quad b = \frac{20}{3}\text{cm} \approx 7\text{cm}.$$

b) Zakładamy, że kąt między wektorem siły \vec{F} a odcinkiem KC zmienił się nieznacznie na skutek innego ustawienia nogi. Postępujemy podobnie jak w rozwiązaniu zadania 1 (teraz zarówno siła \vec{R} , jak i \vec{Q}_N ma moment równy zero).

$$F \cdot 7\text{cm} \cdot \sin 70^\circ - N_2 (18\text{cm} - b - l) = 0,$$

gdzie

$$N_2 = \frac{5}{6}Q, \quad l = 6\text{cm}, \quad b = 7\text{cm}.$$

$$7 \cdot 0,9397F = \frac{5}{6}Q \cdot 5, \quad F = \frac{25Q}{6 \cdot 7 \cdot 0,9397},$$

$$\underline{F \approx 0,63Q}.$$

W warunkach równowagi sumy składowych sił działających w kierunku poziomym i pionowym są równe 0, co pozwala obliczyć składowe R_x i R_y .

$$F \cos 70^\circ + R_x = 0, \quad R_x = -0,63Q \cdot 0,3420,$$

$$R_x \approx -0,22Q.$$

$$F \cdot \sin 70^\circ + R_y + \frac{5}{6}Q - \frac{Q}{7} = 0,$$

$$R_y = -\frac{29}{42}Q - 0,63Q \cdot 0,9397,$$

$$R_y \approx -1,28Q,$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \quad \underline{R \approx 1,3Q}.$$

Wniosek: Używanie laski (nawet wówczas, gdy podtrzymuje ona niewielką część ciężaru całego ciała) istotnie zmniejsza zarówno siłę wypadkową, jaką działają mięśnie na kość udową, jak i nacisk panewki na głowę tej kości. Dlatego w przypadku schorzeń stawu biodrowego (w tym także podczas rekonwalescencji po operacji) laska pełni ważną funkcję.

Zadania zostały ułożone na podstawie książki: George B. Benedek, Felix M.H. Villars (Massachusetts Institut of Technology), *Physics with illustrative examples from medicine and biology*, Vol 1: *Mechanics*.