



Trudne – łatwe zadania z piaskarką i transporterem

Zofia Gołąb-Meyer

Wielu z nas zetknęło się z zadaniami, które choć mają rozwiązanie bardzo proste, niewymagające większych obliczeń, często są rozwiązywane niepoprawnie. Bywa, że raz znalezione i zrozumiane rozwiązanie powoduje jakby amnezję faktu, że kiedyś wystąpiła trudność, a bywa i tak, że rozwiązanie jawi się jako paradoksalne, sprzeczne z tym, co na pierwszy rzut oka wydaje się oczywiste. Osoby rozumiejące dogłębnie problem i nieposiadające empatii, wczucia się w nowicjusza, mogą nie widzieć jego trudności.

Mechanika jest pełna takich pułapek. Komplet zasad Newtona, o nierównorzędnym statusie, dotyczących opisu dalece wyidealizowanych sytuacji (układy inercjalne, brak tarcia, obiekty takie jak masy punktowe, bryła sztywna, liny bezmasowe, ciała doskonale sprężyste, nieściśliwe, itp.) utrudniają transfer praw fizyki na rzeczywiste sytuacje fizyczne, do jakich odwołują się konkretne zadania. Tu często leży sedno trudności.

Przytoczymy dwa zadania, których rozwiązanie sprawiło rozwiązującym trudność. W pułapkę wpadali również nauczyciele i autorzy zadań.

Pierwsze zadanie dotyczy ruchu piaskarki, a więc ciała o zmiennej masie. (*TPT*, October 2009, 47, nr 7 s. 444, Ronald Newburgh)

Oryginalne zadanie brzmi:

Piaskarka porusza się ze stałą prędkością v po śliskiej drodze. Piaskarka wyrzuca piasek ze stałą wydajnością $q = \Delta m / \Delta t$. Piasek wyrzucany jest z taką szybkością, iż osiąga grunt z zerową składową poziomą prędkości. Ile wynosi siła wypadkowa działająca na piaskarkę.

- zero
- $qv = q \cdot \Delta m / \Delta t$ w kierunku ruchu piaskarki,
- $-qv = -q \cdot \Delta m / \Delta t$, w kierunku przeciwnym do ruchu piaskarki,
- za mało informacji, by udzielić odpowiedzi.

Jako poprawną odpowiedź autor zadania podaje c). Uczciwie dodaje, iż żaden z testowanych studentów nie podał tej odpowiedzi. Wszyscy podali jako poprawną odpowiedź a). **Brawo dla studentów, bo to jest poprawna odpowiedź!**

Powyższe zadanie jest niepoprawne, zarówno jego treść, jak i odpowiedź. Sformułowanie „po śliskiej drodze” sugeruje brak tarcia. Byłby to wtedy klasyczny problem rakiety odrzutowej (patrz w tym zeszycie s. 61).

Uczymy studentów, że pierwsze prawo Newtona mówi, iż jeśli ruch odbywa się w układzie inercyjnym, a za taki uważamy słusznie w tym przypadku układ związany z drogą, to stała prędkość ciała oznacza kasowanie się działania wszystkich sił, wypadkowa sił działających na piaskarkę musi wynosić zero. Jeśli poprawnie zidentyfikujemy siłę odrzutu działającą na piaskarkę w czasie wyrzucania piasku (zachowanie pędu), to zauważymy, że musi istnieć siła kompensująca tę siłę. Może nią być siła tarcia. Zauważmy, że nie jest potrzebna informacja o prędkości wyrzucanego piasku, podanie jej dezinformuje uczniów.

Formuła w odpowiedzi b) i c) to wyliczona siła działająca na ciało o zmiennej masie.

Drugie prawo Newtona w postaci ogólnej to:

$$F = \Delta p / \Delta t.$$

W przypadkach ze stałą masą daje

$$F = \Delta p / \Delta t = m \cdot \Delta v / \Delta t = ma.$$

Dla ruchu ciała o zmiennej masie ($\Delta p / \Delta t = m \cdot \Delta v / \Delta t + v \cdot \Delta m / \Delta t$), występuje dodatkowy wyraz, który spowodowany jest zmianą masy ciała, w naszym przykładzie to $-qv$.

Poprawnie sformułowane zadanie mogłoby brzmieć:

Piaskarka porusza się ze stałą prędkością v . Z piaskarki wyrzucany jest piasek ze stałą wydajnością $q = \Delta m / \Delta t$.

Ile wynosi siła wypadkowa działająca na piaskarkę? Wymień wszystkie siły działające na piaskarkę.

Zadanie z transporterem

Przykładem zadania, którego rozwiązanie stwarza trudności, jest zadanie z transporterem taśmowym przenoszącym piasek. Nawet w tak znanym i sprawdzonym *Zbiorze zadań z fizyki 1* J. Jędrzejewskiego, W. Kruczka, A. Kujawskiego (WNT, Warszawa 1991), znalazłam niepoprawne zadanie. Oto ono:

11-18R. Transporter przenosi $m = 200$ kg piasku w czasie $t = 1$ s. Długość taśmy przenoszącej piasek wynosi $l = 3$ m, a kąt nachylenia do poziomu $\alpha = 30^\circ$. Obliczyć moc rozwijaną przez silnik napędzający transporter, jeżeli sprawność urządzenia wynosi $\eta = 85\%$.

Rozwiązanie autorów:

Ponieważ praca w polu sił ciężkości zależy od różnicy poziomów, praca wykonana przez transporter w czasie t wynosi $L = mgl \sin \alpha$, zaś moc zużywana

$$P_z = \frac{mgl \sin \alpha}{t}$$

Z definicji sprawności $\eta = \frac{P_z}{P_d}$, gdzie P_d – moc dostarczana, otrzymujemy

$$P_d = \frac{P_z}{\eta} = \frac{mgl \sin \alpha}{\eta t} = 3,46 \text{ kW}$$

Autor pomija zupełnie wydatek energetyczny transportu piasku w czasie ruchu poziomego taśmy transportera.

A oto zadanie cytowane już przez nas w *Fotonie*, które sprawiło kłopot nawet niektórym profesorom fizyki:

Na poziomy transporter poruszający się ze stałą szybkością $v = 2 \text{ m/s}$ podawany jest piasek ze stałą szybkością $Q = 25 \text{ kg/s}$ (tzw. wydatek). Moc silnika w czasie pracy transportera, przy założeniu 100% sprawności (rolki transportera toczą się bez tarcia) wynosi:

- a) 12,5 W;
 - b) 50 W;
 - c) 100 W;
 - d) 200 W.
-

Przykłady rozwiązania:

Problem przedstawiony w zadaniu dotyczy idealnego transportera, czyli bez tarcia na osiach. Na taśmę transportera poruszającą się ze stałą szybkością v jest sypany pasek (o masie m) ze stałym wydatkiem Q ($m = Q \cdot t$).

Transporter taki na jałowym biegu (bez transportowania piasku) ma nie pobierać energii. Również transport już usadowionego i poruszającego się z szybkością v piasku, odbywa się bez udziału pracy silnika. To budzi u niektórych osób protest.

Wprowadzamy oznaczenia:

P – szukana moc silnika

m – masa piasku

t – czas

v – stała szybkość taśmociągu względem podłoża i docelowa usadzonego na nim piasku

f – współczynnik tarcia

Dobrym punktem startowym jest zauważenie faktu, iż praca silnika taśmociągu jest zużywana na:

- 1) nadanie piaskowi szybkości v , a przez to energii kinetycznej E_k ;
- 2) usadwienie (wyhamowanie) piasku na taśmociągu. Gdyby nie było tarcia, taśmociąg ślizgałby się pod rosnącą górą piasku. To hamowanie powoduje wzrost energii wewnętrznej piasku W .

Wydatkowana przez transporter energia

$$E = E_k + W$$

Dość powszechnym błędem rozwiązujących jest zaniedbanie jednego ze składników powyższej sumy. Czynnione często założenie o pomijaniu tarcia, przeniesione bezprawnie w tym przypadku, jest źródłem błędu.

Energia kinetyczna E_k masy m rozpędzonego do prędkości v piasku wynosi:

$$E_k = m \frac{v^2}{2}$$

Łatwo można obliczyć energię zużyta na wyhamowanie masy m piasku, czyli na wzrost energii wewnętrznej piasku W . Jest to standardowy problem np. wyhamowania samochodu o masie m i prędkości początkowej v .

$$W = (\text{siła hamująca tarcia}) \cdot (\text{droga hamowania})$$

$$W = (m \cdot g \cdot f) \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{v^2}{g f} \right) = m \frac{v^2}{2}$$

Widzimy, że praca zużyta na wyhamowanie nie zależy od współczynnika tarcia f . Natomiast droga hamowania i czas są tym dłuższe, im mniejsze f .

Całkowita energia wydatkowana przez silnik:

$$E = E_k + W = m \frac{v^2}{2} + m \frac{v^2}{2} = mv^2$$

zatem moc silnika P

$$P = \frac{E}{t} = Qv^2$$

czyli odpowiedź c) jest prawidłowa.