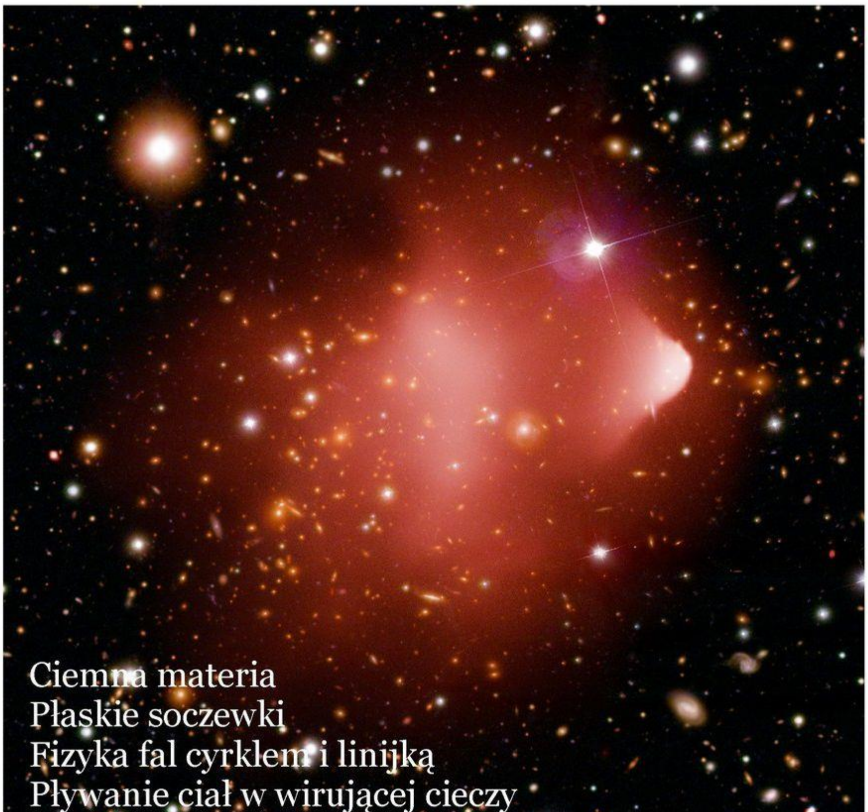
Foton

124

Wiosna 2014

Pismo dla nauczycieli i studentów fizyki oraz uczniów

INSTYTUT FIZYKI UNIWERSYTET JAGIELLOŃSKI
SEKCJA NAUCZYCIELSKA POLSKIEGO TOWARZYSTWA FIZYCZNEGO



Ciemna materia
Płaskie soczewki
Fizyka fal cyrklem i linijką
Pływanie ciał w wirującej cieczy

http://chandra.harvard.edu

Iwo Białynicki-Birula w czasach szkolnych

Profesor Iwo Białynicki-Birula – fizyk teoretyk. Profesor Uniwersytetu Warszawskiego i Centrum Fizyki teoretycznej PAN, członek PAU. Autor prac z zakresu elektrodynamiki kwantowej, mechaniki kwantowej, kwantowej teorii pola, kwantowej optyki, fizyki atomowej, fizyki statystycznej, fizyki plazmy i fizyki matematycznej.

Wiosna 2014

Wiosenny zeszyt *Fotonu* zawiera artykuły ilustrujące rozległość obszaru zainteresowań fizyków – od problemów kosmologicznych (ciemna materia) po fizykę techniczną i jej zastosowania (cienkie soczewki, diagnostyka medyczna). Dla każdego coś interesującego.

Sporo uwagi poświęcamy problemom dydaktycznym, trudnościom w nauczaniu zasad Newtona i w nauczaniu fizyki relatywistycznej. Trudności uczniów należałoby w tym wypadku nazwać przeszkodami poznawczymi. Taką przeszkodą jest niewątpliwie rozumienie pojęcia modelu w ramach teorii fizycznej. Co oznacza zgodność z doświadczeniem, użyteczność modelu do opisu rzeczywistości. Młody umysł „domaga" się kategorycznej odpowiedzi, czy model jest „prawdziwy", to jest zgodny „absolutnie" z rzeczywistością, z doświadczeniem. Nie ma tu miejsca na zgodność w ramach niepewności pomiarowej. Zrozumienie praw Newtona wymaga zdolności do myślenia formalnego (logicznego), a przecież struktura logiczna praw Newtona nie jest prosta.

Dydaktyczny wątek zawiera dwa artykuły o demonstracjach fizycznych. Artykuł „Fizyka fal cyrklem i linijką" rozwija wyobraźnię i wymusza refleksję nad istotą natury falowej. Przypominamy też zadania z pierwszych olimpiad z rozwiązaniami i komentarzem Waldemara Gorzkowskiego.

Kontynuujemy dyskusję na temat pojęcia „masy relatywistycznej" w nauczaniu. Udostępniamy łamy jej zwolennikom i przeciwnikom. Ze względu na ograniczoną objętość *Fotonu* część dyskusji jest zamieszczona na stronie internetowej.

W zeszycie prezentujemy sylwetki dwóch wybitnych uczonych. Jednym z nich jest zmarły niedawno astronom Konrad Rudnicki. Człowiek o życiorysie wartym filmu przygodowego. Drugim uczonym jest wybitny teoretyk Iwo Białynicki-Birula. Jego wypowiedzi o studiowaniu i nauczaniu fizyki warte są szczególnej uwagi. Życiorysy obu uczonych pokazują, jak z chłopców wyrastali wybitni uczeni. I chociaż każdy uczony jest inny, jest indywidualnością, to jednak w ich życiorysach są pewne elementy uniwersalne, dlatego warto się wczytywać w te życiorysy. W naszych klasach uczą się przyszli uczeni. Umiejmy ich wcześniej rozpoznać i otoczyć specjalną opieką.

Zachęcamy do lektury jak też odwiedzania stron *Fotonu* i *Neutrina* w internecie. Na facebooku zamieszczamy ważne i ciekawe bieżące komunikaty.

Z.G-M

Contents

Spis treści

Poszukiwanie cząstek ciemnej materii w laboratoriach na Ziemi

Paweł Moskal
Instytut Fizyki UJ

Materia i materia ciemna

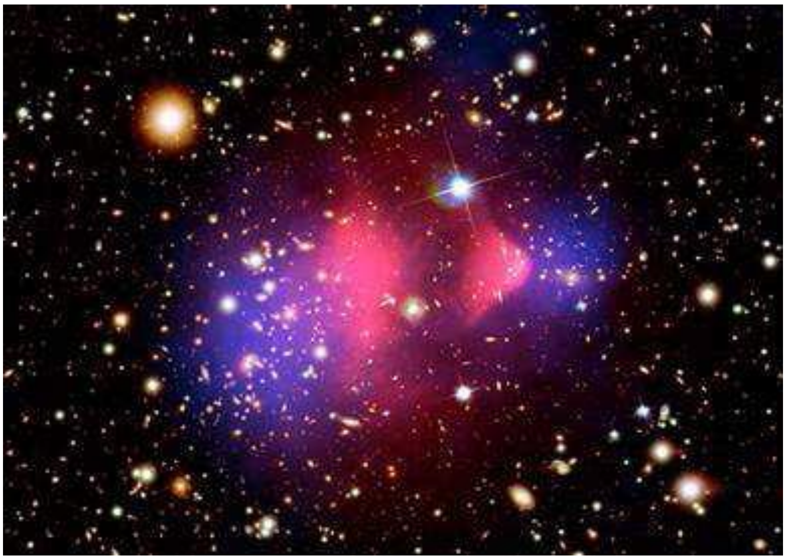
Materia, z której jesteśmy zbudowani i która stanowi znany nam świat, składa się z protonów, neutronów i elektronów. Protony i neutrony składają się z kwarków, a elektron jest cząstką elementarną. Kwarki oddziałują za pośrednictwem gluonów, dzięki czemu protony z neutronami tworzą jądra, a elektrony oddziałując z jądrami poprzez wymianę fotonów, tworzą atomy. Znamy jeszcze wiele innych cząstek niestabilnych zbudowanych z kwarków (np. mezony, hiperony) oraz inne odmiany cząstek pokrewne elektronom – leptony (mion, lepton tau). Wszystkie zaobserwowane do tej pory cząstki materii składają się z kwarków lub leptonów.

Jednak obserwacje astrofizyczne ruchów niektórych galaktyk nie dają się wytłumaczyć przy użyciu prawa Newtona mówiącego, że $F = m \cdot a$, i braniu pod uwagę jedynie oddziaływania grawitacyjnego tych nietypowo zachowujących się galaktyk z obserwowalną znaną nam materią. Obserwacje te sugerują, że prawo Newtona wymaga modyfikacji, lub że znana nam materia stanowi jedynie kilka procent całej masy Wszechświata. Dlatego rozważa się hipotezę, że istnieje także inny rodzaj materii, takiej, która nie jest zbudowana z kwarków i leptonów i nie oddziałuje za pośrednictwem gluonów czy fotonów, a zatem bardzo trudno ją zarejestrować urządzeniem zbudowanym ze znanej nam materii. Będąc dla nas niewidzialną materia ta została nazwana materią ciemną. W 2008 roku opublikowano w *Fotonie* artykuł P.F. Góry o ciemnej materii i „łowach" na nią. Po sześciu latach przedstawiamy rezultaty tych łowów [1].

Jedną z najbardziej przekonujących obserwacji, ale nie dowodów wskazujących na istnienie ciemnej materii, jest pokazane na rys. 1 połączenie zdjęć rentgenowskich zderzenia gromad galaktyk (wykonanych w umieszczonym na orbicie okołoziemskiej obserwatorium Chandra) z rozkładem masy materii w tych gromadach. Promieniowanie rentgenowskie emitowane jest na skutek tarcia „przedzierającej" się z dużymi prędkościami rozgrzanej materii ze zderzających się galaktyk. Temperatura gazu międzygwiazdowego w tej gromadzie galaktyk wynosi kilkaset milionów stopni. Obszary emitujące promieniowanie rentgenowskie zaznaczone są na rys. 1 kolorem różowym*, natomiast obszar, w którym występuje materia, zaznaczony jest kolorem niebieskim. Rysunek 1 można zatem zinterpretować tak, że część materii (kolor niebieski bez różowego) porusza się znacznie szybciej niż zaznaczona na różowo materia emitująca promie-

* Kolory widoczne w wydaniu internetowym.

niowanie rentgenowskie, która na skutek tarcia porusza się wolniej. Dlatego niebieskie obszary, być może odpowiadające ciemnej materii, oddaliły się od siebie dalej niż różowe.



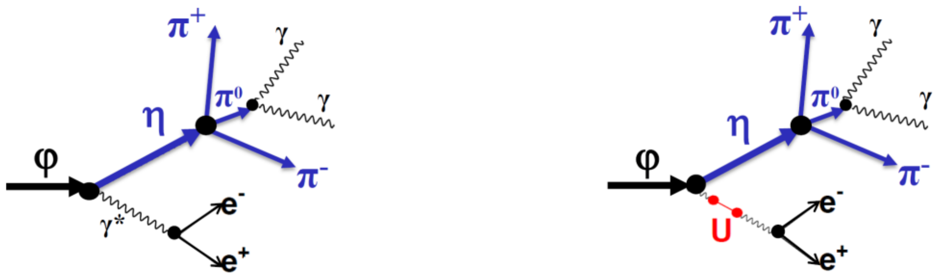
Rys. 1. Obraz dwóch zderzających się gromad galaktyk, które utworzyły gromadę zwaną „Gromada Pocisk" o numerze 1E0657-558. Obserwacji dokonano w obserwatorium satelitarnym Chandra (chandra.harvard.edu). Kolorem niebieskim zaznaczono obszar, w którym wykryto materię na podstawie analizy zakrzywienia trajektorii fotonów, a na różowo – obszar, z którego emitowane jest promieniowanie rentgenowskie. Istnienie materii niezależnie od jej rodzaju można odkryć poprzez jej oddziaływanie grawitacyjne na przelatujące fotony powodujące zakrzywianie ich trajektorii. Wszystko, co istnieje, oddziałuje grawitacyjnie, nawet fotony. Fotony oddziałują grawitacyjnie, ponieważ posiadają energię, a energia jest równoważna masie. Zjawiska przemiany energii w masę i odwrotnie obserwuje się obecnie na co dzień w laboratoriach takich jak CERN, gdzie na przykład rejestruje się rozpady wytwarzanych tam cząstek na wysokoenergetyczne fotony

Jak ciemna materia może wywołać sygnał w urządzeniach zbudowanych ze zwyczajnej materii, z którą nie oddziałuje?

Problem ten wydaje się nierozwiązywalny i nieco z przymrużeniem oka można by go porównać do typowych filozoficznych problemów rozważanych na przykład przez Kartezjusza (René Descartesa) i księżniczkę Elżbietę w ich bogatej korespondencji z pierwszej połowy XVII wieku [2]. W liście do Kartezjusza z dnia 10 czerwca 1643 roku księżniczka Elżbieta pyta: *Jak nierozciągła i niematerialna dusza może wpływać na ruch materialnego ciała?* Kartezjusz, człowiek wielkiego umysłu i godny podziwu, odpisał księżniczce Elżbiecie 28 czerwca 1643 roku, ale niestety strasznie się gmatwał w swoich słabo przekonujących wyjaśnieniach i księżniczka wracała do tego tematu jeszcze kilka razy. Ostatecznie Kartezjusz napisał dla księżniczki rozprawę zatytułowaną *Namiętności duszy* [3], w której starał się wyjaśnić, jak niematerialna dusza wpływa na materialne ciało.

Rys. 2. Portrety księżniczki Elżbiety Czeskiej córki elektora Palatynatu Reńskiego oraz Kartezjusza. Zdjęcia i ramki są dobrane przez autora ze źródeł dostępnych w internecie

Współcześni fizycy starają się dorównać Kartezjuszowi i wymyślają różne sposoby opisu oddziaływania ciemnej materii ze zwykłą. Jeden z nich polega na tym, że jeśli nawet ciemna materia nie oddziałuje z naszą materią, to może nośniki oddziaływania mogą się z sobą „komunikować". To znaczy być może, iż foton, który jest nośnikiem oddziaływania elektromagnetycznego, jest na tyle podobny do ciemnego fotonu, wywołującego oddziaływanie między cząstkami ciemnej materii, że mogą się z sobą „wymieniać". Dlatego jednym ze sposobów poszukiwania sygnałów od ciemnej materii jest badanie takich zjawisk, w których foton mógłby się zamienić na ciemny foton. Tak na przykład może się zdarzać w procesie rozpadu mezonów (mezony to cząstki zbudowane z kwarku i antykwarku, które nieustannie powstają w wyniku reakcji jądrowych promieniowania kosmicznego z jądrami atomów w atmosferze, a które można też wytwarzać na przykład w zderzeniach wysokoenergetycznych protonów lub elektronów przyspieszanych w akceleratorach cząstek). Jednym z procesów, które niedawno badano w nadziei odkrycia sygnału od ciemnego fotonu jest rozpad mezonu φ na mezon η i foton. Mezon φ jest około dwa razy cięższy od mezonu η i układ kwark-antykwark stanowiący mezon φ może przejść do niższego energetycznie stanu (mezonu η) emitując przy tym nadmiar energii w postaci fotonu. Proces taki jest przedstawiony schematycznie na rys. 3. Z lewej strony pokazany jest standardowy ciąg rozpadów z udziałem znanych nam cząstek naszej materii, natomiast z prawej strony pokazany jest mechanizm, w którym dodatkowo w procesie rozpadu bierze także udział hipotetyczny foton ciemnej materii (nazywany bozonem U).



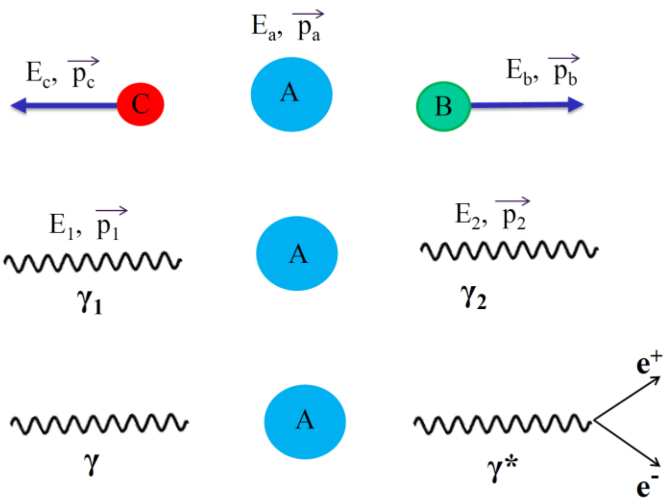
Rys. 3. Schemat rozpadu mezonu φ na mezon η z emisją wirtualnego fotonu. Z lewej strony pokazany jest zwyczajny mechanizm, w którym wirtualny foton zamienia się na parę elektron-pozyton, a mezon η rozpada się na trzy mezony π, z których krótko-żyjący mezon neutralny π^0 rozpada się na dwa wysokoenergetyczne fotony. Duże czarne kropki oznaczają przemianę mezonu φ w mezon η z emisją wirtualnego fotonu oraz rozpad mezonu η na trzy mezony π. Mniejsze kropki oznaczają konwersję wirtualnego fotonu w parę elektron-antyelektron oraz rozpad mezonu π^0 na parę fotonów. Dodatkowo z prawej strony czerwone kropki oznaczają przemianę fotonu w hipotetyczny bozon U (ciemny foton), a następnie ponowną przemianę ciemnego fotonu w zwyczajny foton. Pojęcie wirtualny foton jest wyjaśnione w kolejnym rozdziale

W celu ułatwienia zrozumienia, w jaki sposób można doświadczalnie sprawdzić czy ciemny foton brał udział w rozpadzie mezonu φ, w kolejnym rozdziale wyjaśniona zostanie ogólna zasada badania cząstek tak krótko żyjących, że nie można rejestrować ich bezpośrednio detektorami.

Identyfikowanie cząstek poprzez pomiar ich masy

Masę cząstki możemy wyznaczyć na przykład mierząc jej energię i pęd i korzystając z wzoru $m^2 = E^2 - p^2$[**]. Jako że masy cząstek przyjmują wartości dyskretne, to w oparciu o wartość obliczonej masy możemy cząstkę zidentyfikować. Na przykład elektron ma masę równą 0,5 MeV, mezon π ma masę równą około 140 MeV, mezon η 550 MeV, proton 940 MeV, a mezon φ 1020 MeV. Fakt, że masy cząstek mają określone wartości bardzo się od siebie różniące pozwala na poprawne identyfikowanie zmierzonej cząstki nawet, jeśli przy pomiarze energii i pędu popełnimy w eksperymencie niewielki błąd. Oczywiście dokładność pomiaru musi być lepsza niż różnice mas pomiędzy badanymi cząstkami. Jeśli na przykład dokładność wyznaczania masy wynosi 10 MeV i w eksperymencie dostaniemy wartość 145 MeV, to wiemy, że chodzi o mezon π; jeśli otrzymamy 1015 MeV, to wiemy, że zmierzyliśmy mezon φ etc.

[**] Fizycy dla wygody używają jednostek, dla których $c = 1$, wtedy masa ma wymiar energii, np. GeV.



Rys. 4. Ilustracja rozpadu cząstki A na cząstki B i C, na dwa fotony rzeczywiste oraz na foton rzeczywisty i foton wirtualny

W przypadku, jeśli cząstka bardzo krótko żyje i nie możemy bezpośrednio zmierzyć jej energii i pędu, to wtedy możemy wyznaczyć jej masę, mierząc energie i pędy cząstek, na które się rozpadła. Jeśli, oczywiście, cząstki wtórne na tyle długo żyją, że można je zarejestrować. W górnej części rys. 4 pokazany jest rozpad cząstki A na dwie cząstki B i C. Jeśli cząstki B i C powstały w wyniku rozpadu cząstki A, to wtedy z zasady zachowania energii i pędu wiemy, że $E_a = E_b + E_c$ oraz, że $\vec{p}_a = \vec{p}_b + \vec{p}_c$. Dlatego, jeśli potraktujemy dwie zmierzone cząstki jako całość, czyli uznamy że tworzą obiekt o energii $E_b + E_c$ i pędzie $\vec{p}_b + \vec{p}_c$, to okaże się, że masa takiego hipotetycznego obiektu składającego się z poruszających się cząstek B i C ma wartość równą masie cząstki A, ponieważ $(E_b + E_c)^2 - |\vec{p}_b + \vec{p}_c)|^2 = E_a^2 - p_a^2 = m_a^2$.

Należy zauważyć, że masa wyimaginowanego obiektu, składającego się z dwóch poruszających się cząstek, nie musi być równa sumie mas tych cząstek i może być większa niż ta suma. Na przykład cząstka A może rozpaść się na dwa fotony. Masa każdego fotonu wynosi zero ($E_1^2 - p_1^2 = 0 = E_2^2 - p_2^2$), ale jako całość te dwa fotony tworzą obiekt posiadający masę równą masie cząstki A, z której powstały ponieważ $(E_1 + E_2)^2 - |\vec{p}_1 + \vec{p}_2|^2 = E_a^2 - p_a^2 = m_a^2$.

Pouczające jest rozważyć powyższe procesy w układzie spoczynkowym rozpadającej się cząstki. Wtedy $p_a = 0$ i $m_a = E_C + E_B = E_1 + E_2$. W tym przypadku jasno widać, że masa cząstki A zamienia się na energię cząstek C i B, gdzie w energię wchodzi ich masa spoczynkowa oraz energia kinetyczna.

W przypadku rozpadu na fotony masa cząstki A przekształca się w energię fotonów. Zatem widać, że im większa jest względna prędkość poruszających się obiektów, tym większa jest masa hipotetycznego obiektu, który te dwa obiekty stanowią.

Ważny do dalszych rozważań jest też fakt, że fotony niekoniecznie muszą mieć masę równą zero. Fotony rzeczywiste, te, które fizycznie możemy zarejestrować na przykład za pomocą oka czy fotopowielacza, mają masę równą zero, ale fotony pośredniczące w oddziaływaniu między cząstkami, które istnieją bardzo krótko, mogą mieć masy różne od zera. Fotony takie nazywa się wirtualnymi i jako że mają masę niezerową, to mogą rozpadać się na inne cząstki, tak jak symbolicznie pokazano w dolnej części rys. 4, gdzie foton wirtualny oznaczony jest symbolem γ^*. W pokazanym przypadku cząstka A rozpada się na foton rzeczywisty i foton wirtualny, który następnie ulega konwersji na parę elektron-pozyton.

Jak zarejestrować łańcuch reakcji:

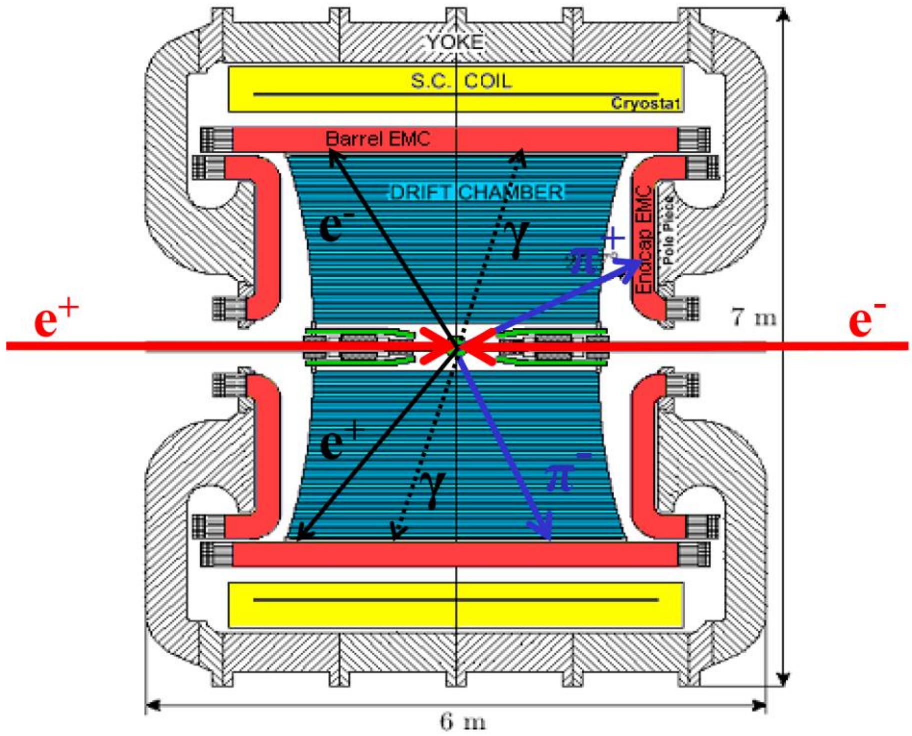
$$\mathbf{e^+e^- \rightarrow \varphi \rightarrow \eta\gamma^* \rightarrow \eta\, e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\, e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\, \gamma\gamma\, e^+e^-}$$

Proces opisany na rys 3. był niedawno badany [4] za pomocą detektora KLOE, otaczającego punkt zderzeń wiązek elektronów i pozytonów (antyelektronów) przyspieszanych w zderzaczu DAFNE w Laboratorium Fizyki Jądrowej we Frascati. Schemat detektora pokazany jest na rys. 5. Badano reakcję, w której mezon φ wytwarzany był wewnątrz detektora w zderzeniu przeciwbieżnych wiązek elektronów i pozytonów, a następnie rozpadał się poprzez łańcuch reakcji pokazany z lewej strony rys. 3:

$$e^+e^- \rightarrow \varphi \rightarrow \eta\gamma^* \rightarrow \eta\, e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\, e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\, \gamma\gamma\, e^+e^-$$

Żeby wytworzyć mezon φ, energie elektronu i pozytonu zostały dobrane tak, by $E_{e^+} + E_{e^-} = m_\varphi$. Detektor KLOE składa się z komory dryfowej pozwalającej na rejestrowanie trajektorii cząstek naładowanych oraz kalorymetru służącego do pomiaru energii wpadających do niego cząstek. Komora dryfowa znajduje się w polu magnetycznym równoległym do osi wiązek e^+e^-. Dlatego tory cząstek naładowanych zakrzywiają się w płaszczyźnie prostopadłej do tej osi, natomiast w rzucie pokazanym na rys. 5 cząstki lecą po linii prostej. Znając promienie zakrzywienia (R) torów cząstek w znanym polu magnetycznym (B) oblicza się ich pęd na podstawie równania: $p = q\,B\,R$.

Średnie czasy życia mezonów φ, η oraz π^0 są tak małe, że mezony te nie pokonują drogi dłuższej niż kilkadziesiąt nanometrów. Dlatego cały łańcuch rozpadów z rys. 3 następuje praktycznie w samym środku detektora, tak jak pokazano na rys. 5. Analizując zebrane dane spośród wszystkich zarejestrowanych zdarzeń wybrano takie, gdzie zarejestrowane zostały dwie cząstki neutralne, dwie dodatnio naładowane i dwie naładowane ujemnie. Następnie znając pędy i energie tych cząstek, obliczono ich masy i wybrano tylko takie zdarzenia, gdzie zarejestrowane zostały: $\pi^+ \pi^- \gamma \gamma e^+ e^-$. W kolejnym kroku znając energie i pędy wszystkich cząstek, sprawdzono, czy masa dwóch kwantów gamma jako całości odpowiada masie mezonu π^0 oraz czy masa układu $\pi^+ \pi^- \pi^0$ jest równa masie mezonu η. W ten sposób zidentyfikowano zdarzenia, w których zaszła reakcja: $e^+e^- \rightarrow \varphi \rightarrow \eta\, e^+e^-$.



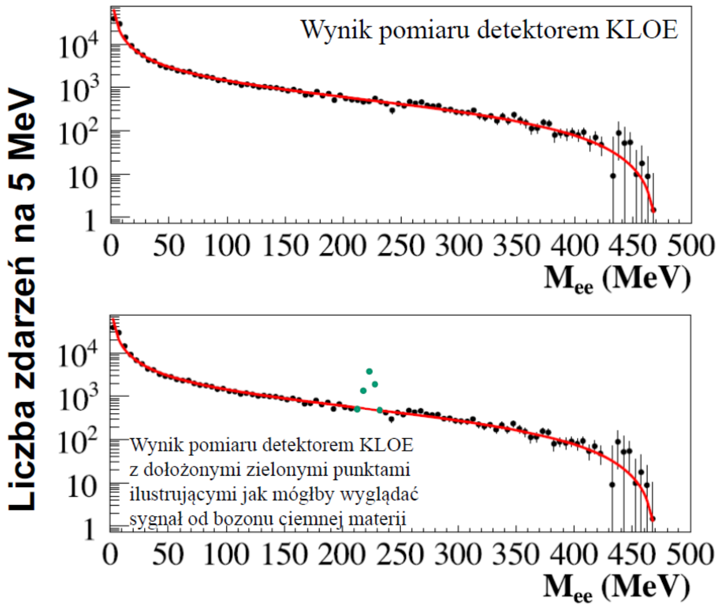
Rys. 5. Schemat detektora zbudowanego w Laboratorium Fizyki Jądrowej we Frascati we Włoszech. W środku detektora zderzają się elektrony z pozytonami. Detektor składa się z olbrzymiej komory dryfowej o średnicy 4 metrów umożliwiającej rejestrowanie śladów cząstek naładowanych. Komora otoczona jest kalorymetrem, który umożliwia pomiar energii cząstek oraz pomiar czasu, w którym te cząstki do niego docierają. Kalorymetr i komora znajdują się w polu magnetycznym wytwarzanym przez magnes nadprzewodzący zaznaczony na żółto. Obszar zakreskowany oznacza jarzmo magnesu. Rysunek zrobiony jest w oparciu o schemat z anglojęzycznego artykułu kolaboracji KLOE, dlatego nazwy oznaczające komorę dryfową (*drift chamber*) oraz składowe kalorymetru (*Barrel EMC, End cap EMC*) zostały podane w języku angielskim. Na schemacie pokazane są cząstki z ostatniego etapu reakcji: $e^+e^- \rightarrow \varphi \rightarrow \eta\gamma^* \rightarrow \eta\, e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\, e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\, \gamma\gamma\, e^+e^-$

Jak rozpoznać, czy w procesie rozpadu mezonu φ brał udział ciemny foton?

Na rys. 6 pokazana jest liczba zmierzonych reakcji $e^+e^- \to \varphi \to \eta\, e^+e^-$ w funkcji masy układu e^+e^-. Masę systemu e^+e^- jako całości obliczamy znając energie i pędy elektronu i pozytonu wyznaczone na podstawie pomiaru detektorem KLOE. Czyli masa pary e^+e^- M_{ee} na osi poziomej wynosi:

$$M_{ee} = \sqrt{(E_e^+ + E_e^-)^2 - (\vec{p}_e^{\,+} + \vec{p}_e^{\,-})^2}.$$

Ciągła linia pokazuje wynik przewidywań teoretycznych przy założeniu, że mezon φ rozpada się na mezon η i foton wirtualny γ*, a następnie foton wirtualny konwertuje na parę e^+e^-: $e^+e^- \to \varphi \to \eta\gamma^* \to \eta\, e^+e^-$. Jako że para e^+e^- powstaje z wirtualnego fotonu γ*, to masa tego fotonu musi być równa masie M_{ee}. Z wykresu tego wynika, że w takim rozpadzie im większa jest masa wirtualnego fotonu tym mniejsze jest prawdopodobieństwo rozpadu $\varphi \to \eta\gamma^*$. Największa masa, jaką może mieć foton wirtualny w tym rozpadzie, jest równa różnicy mas mezonu φ i mezonu η, czyli 1020 MeV – 550 MeV = 470 MeV i dlatego powyżej wartości M_{ee} = 470 MeV nie ma już punktów na wykresie.



Rys. 6. Górny wykres przedstawia wynik pomiaru masy niezmienniczej pary e^+e^- dla reakcji $e^+e^- \to \varphi \to \eta\, e^+e^-$. Punkty przedstawiają wyniki pomiaru detektorem KLOE [4], a linia ciągła oznacza przewidywanie teoretyczne przy założeniu, że proces przebiegał następująco: $e^+e^- \to \varphi \to \eta\gamma^* \to \eta\, e^+e^-$. Dolny wykres jest przerobionym przez autora wykresem górnym tak, aby zilustrować jak mógłby wyglądać wynik pomiaru, gdyby istniał ciemny foton U o masie 225 MeV

Gdyby istniał foton ciemnej materii U, to wtedy oprócz procesu przedstawionego z lewej strony rys. 3: $e^+e^- \to \varphi \to \eta\gamma^* \to \eta\, e^+e^-$, mógłby dodatkowo zachodzić proces pokazany z prawej strony rys. 3, czyli:

$$e^+e^- \to \varphi \to \eta\,\gamma^* \to \eta\,U \to \eta\,\gamma^* \to \eta\,e^+e^-.$$

W takim przypadku foton wirtualny γ^* ma masę równą masie fotonu ciemnego U, czyli masa M_{ee} pary e^+e^- jest równa masie fotonu U. Zatem na wykresie pokazującym liczbę zmierzonych zdarzeń w funkcji masy M_{ee} oprócz widma ciągłego odpowiadającego reakcji $e^+e^- \to \varphi \to \eta\gamma^* \to \eta\, e^+e^-$ powinniśmy zaobserwować dodatkowe zdarzenia dla wartości M_{ee} równej masie ciemnego fotonu U, odpowiadające reakcji $e^+e^- \to \varphi \to \eta\,\gamma^* \to \eta\,U \to \eta\,\gamma^* \to \eta\,e^+e^-$, tak jak zobrazowano to na dolnym wykresie rys. 6.

Zatem jednym ze sposobów potwierdzenia istnienia fotonu ciemnej materii byłoby zaobserwowanie maksimum na widmach masy układu pozyton-elektron powstających w rozpadach mezonów. Do tej pory w żadnym z wykonanych eksperymentów nie zaobserwowano takiego sygnału.

Literatura

[1] P.F. Góra, *Ciemna materia*, Foton 103, Zima 2008, 16

[2] R. Descartes, *Listy do księżniczki Elżbiety*, PWN, Warszawa 1995, Biblioteka Klasyków Filozofii; w wersji angielskiej w zbiorze descartes1643.pdf pod adresem: http://www.earlymoderntexts.com/pdfs/

[3] R. Descartes, *Namiętności duszy*, PWN, Warszawa 1986

[4] D. Babusci *et al.*, Phys. Lett. B720 (2013) 111–115

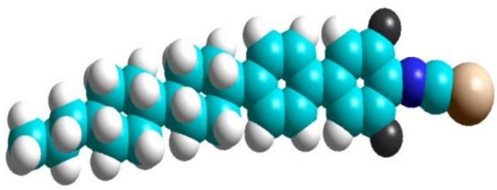
Czy można zbudować płaską soczewkę?

Stanisław Urban
Instytut Fizyki UJ

Każdy z nas zna zasadę działania soczewek optycznych. Zbudowane są one z przezroczystego materiału i mają zmienną grubość. Ograniczające powierzchnie (zwykle sferyczne) mają wspólną oś optyczną, na której położone są dwa punkty zwane ogniskami. Przecinają się w nich promienie światła lub przedłużenia promieni, które przed dojściem do soczewki biegły równolegle do osi optycznej. Dzieje się tak dzięki temu, iż promienie przechodzące przez soczewkę w różnej odległości od osi mają zróżnicowaną drogę optyczną $s = dn$, gdzie d jest grubością materiału, a n współczynnikiem załamania światła. O zdolności skupiającej (rozpraszającej) decydują więc promienie sfer i współczynnik załamania światła użytego materiału, najczęściej szkła. Aby uzyskać możliwość zmiany długości ogniskowej, potrzebnej w wielu urządzeniach (aparatach fotograficznych, mikroskopach, lunetach itp.), trzeba zbudować układy soczewek z możliwością płynnej regulacji odległości między nimi. Jest to zwykle mało praktyczne z powodu dużych rozmiarów i ciężaru takich urządzeń.

Czy można zbudować soczewki pozbawione tych niedogodności? Okazuje się, że jest to możliwe, jeśli wykorzysta się sterowaną zmienność współczynnika załamania światła przy stałej grubości ośrodka optycznego. Możliwość taką daje ośrodek złożony z ciekłokrystalicznego (CK) nematyka. Pokrótce opiszemy zasadę działania takiej soczewki. Wcześniej jednak parę informacji, czym jest nematyk i jakie ma własności decydujące o zastosowaniu do tego celu (zob. także artykuł dr Joanny Janik w *Fotonie* 94/2006).

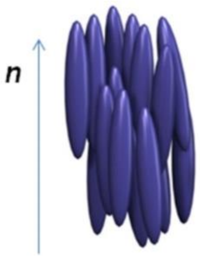
Nematyczny ciekły kryształ (NLC) składa się z cząsteczek o silnie wydłużonym kształcie, jak pokazuje to rys. 1.



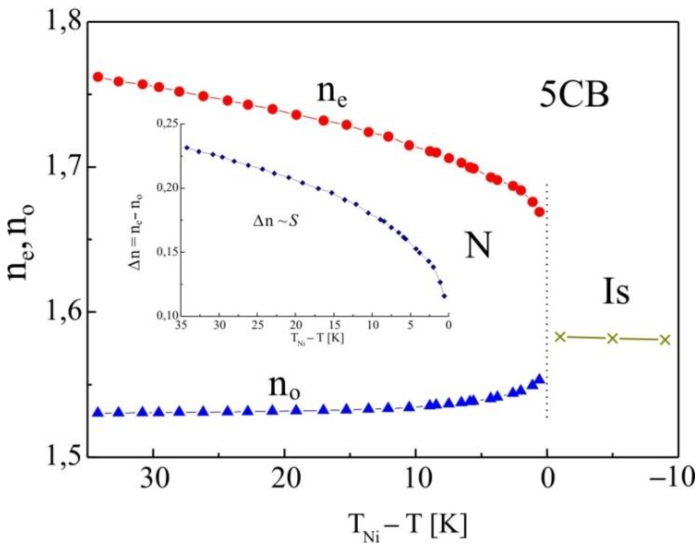
Rys. 1. Budowa typowej molekuły tworzącej fazę nematyczną

W określonym zakresie temperatur, pomiędzy tzw. punktem klarowania (T_{NI}) a punktem przejścia fazowego do fazy krystalicznej lub smektycznej, następuje spontaniczna organizacja molekuł w ten sposób, iż ich długie osie ustawiają się (średnio) wzdłuż pewnego kierunku zwanego direktorem **n**, rys. 2a, przy czym środki ciężkości molekuł są rozłożone chaotycznie (porządkują się one w płaszczyznach dopiero po przejściu do którejś z faz smektycznych).

Takie ułożenie molekuł powoduje, iż faza N jest optycznie dwójłomna – wiązka światła po przejściu z powietrza do ośrodka rozszczepia się na promień zwyczajny (n_o) i nadzwyczajny (n_e), co pokazuje rys. 2b. Podobne anizotropowe własności nematyka dotyczą wielu innych własności fizycznych: podatności magnetycznej, przenikalności dielektrycznej, współczynników sprężystości, współczynników lepkości i innych. Czyste związki CK posiadają na ogół fazę N w stosunkowo wąskim zakresie temperatur i rzadko w zakresie temperatury pokojowej. Dlatego tworzy się mieszaniny kilku związków o składzie gwarantującym pożądane własności fizyczne i termiczne (dla celów użytkowych konieczny uznaje się zakres fazy N pomiędzy –20°C a +80°C).



a)



b)

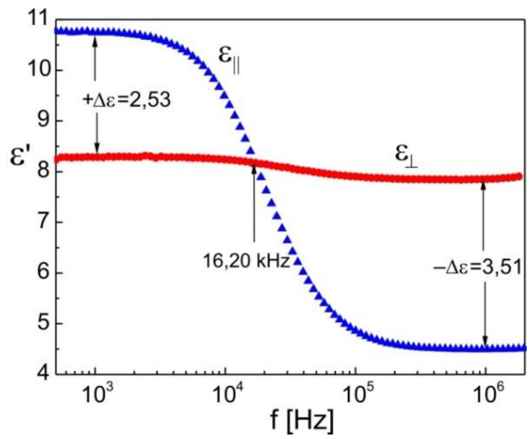
Rys. 2. a) Uporządkowanie molekuł w fazie nematycznej; b) Zależność temperaturowa współczynników załamania światła w fazie izotropowej (Is) i nematycznej (N) jednego z najbardziej znanych związków ciekłokrystalicznych 5CB (pentylo-cyjanobifenyl), który posiada fazę nematyczną w zakresie temperatury pokojowej T_{Ni} = 34,5°C.
Wkładka przedstawia dwójłomność optyczną $\Delta n = n_e - n_o$

Ciekły kryształ nematyczny znajdujący się w butelce ma charakterystyczny „proszkowy" biały kolor będący efektem rozpraszania światła na domenach o rozmiarach zbliżonych do długości fali świetlnej w zakresie widzialnym. Objętościowa próbka musi zatem zostać uporządkowana. Wykorzystuje się do tego celu pole magnetyczne, pole elektryczne lub specjalnie spreparowane powierzchnie ograniczające warstwę nematyka (tzw. efekt kotwiczenia molekuł).

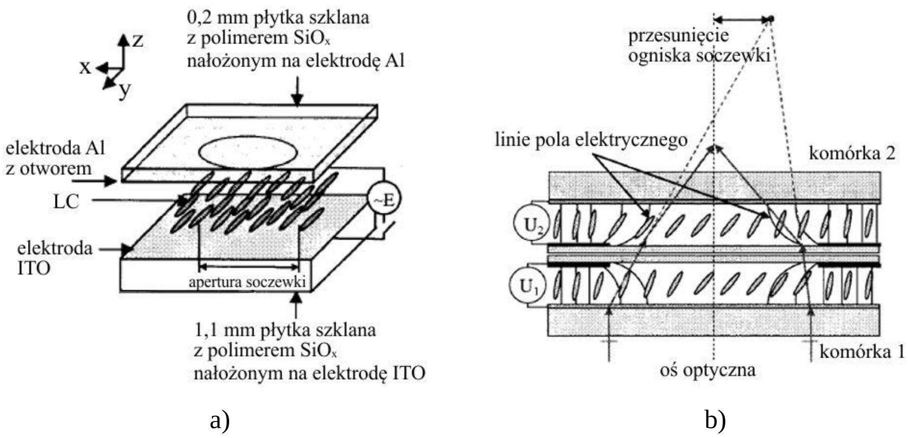
Dwa ostatnie sposoby stosuje się w komórkach elektrooptycznych – ekranach LCD oraz omawianych tu soczewkach NLC. W zależności od orientacji direktora, sterowanej zewnętrznym polem elektrycznym o odpowiednim natężeniu, zmienia się efektywny współczynnik załamania światła komórki o stałej grubości *d*. Wytwarzając gradient w rozkładzie direktora uzyskuje się gradient *n*, a zatem gradient drogi optycznej *s* promieni. Co więcej, efekt taki może być sterowany zmianą napięcia przykładanego do komórki, dzięki czemu uzyskuje się możliwość sterowania długością ogniskowej *f* soczewki NLC.

Idea zastąpienia zmienności grubości przez zmienność współczynnika załamania światła przy budowie płaskich soczewek zrodziła się na początku lat 80. XX wieku. Podstawowym problemem w rozwoju elektrycznie sterowanych soczewek NLC była powolność reakcji układu na zmianę napięcia sterującego. Aby uzyskać pożądany zakres zmian *f* soczewka musi być dość gruba (d = 100 μm w porównaniu do d ~ 5 μm w ekranach LCD). Czas reakcji direktora na wyłączenie pola elektrycznego dany jest zależnością $\tau_{off} = \gamma_1 d^2/\pi K$, gdzie γ_1 i K są odpowiednio lepkością rotacyjną i stałą elastyczną NLC zaś τ_{off} opisuje, jak szybko direktor relaksuje do stanu wyjściowego, gdy wyłączymy pole elektryczne. Dla typowej mieszaniny nematycznej τ_{off} ~ 10 s, a więc z praktycznego punktu widzenia jest stanowczo za długi. Czas narastania τ_{on} jest rzędu milisekund dzięki m.in. jego odwrotnej zależności od kwadratu przyłożonego napięcia U oraz dużej wartości anizotropii dielektrycznej $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$, gdzie $\varepsilon_{\parallel}$ i $\varepsilon_{\perp}$ są stałymi dielektrycznymi mierzonymi dla direktora zorientowanego równolegle lub prostopadle do mierzącego pola elektrycznego ($\tau_{on} \sim \Delta\varepsilon\gamma_1 d^2/\pi K U^2$). W ostatnich kilku latach pojawiła się możliwość istotnego skrócenia τ_{off} dzięki wytworzeniu przez chemików mieszanin NLC wykorzystujących interesujące zjawisko zmiany znaku anizotropii dielektrycznej w zakresie częstości kilohercowych, co ilustruje rys. 3. Przy częstościach kilohercowych mieszanina wykazuje dodatnią anizotropię dielektryczną, przy tzw. częstości *cross-over* wynosi ona zero, zaś przy częstości rzędu 1 MHz przyjmuje wartość ujemną. W takiej sytuacji uzyskuje się wpływ na skracanie obu czasów, τ_{on} i τ_{off}, przez przyłożenie pól elektrycznych o różnych częstościach (np. 1 kHz i 1 MHz). Jest to tzw. nematyk z podwójnym adresowaniem (ang. *dual-frequency NLC*).

Przedstawię pokrótce rozwiązanie konstrukcyjne opracowane przez zespół Olega Lawrentowicza z Kent State University (Ohio, USA) [zob. *Applied Optics* **45** (19), 4576–4582 (2006)]. Zbudowana przez nich komórka przedstawiona jest na rys. 4. Górna aluminiowa elektroda posiada okrągły otwór, przez który może przechodzić wiązka spolaryzowanego światła. Dolna elektroda zbudowana jest ze szkła pokrytego przezroczystą przewodzącą warstwą tlenku indu (ITO). Od strony wewnętrznej obu elektrod napylona jest warstwa SiO_x, na której kotwiczone są molekuły nematyka pod kątem ok. 45° do płaszczyzn; taka wyjściowa orientacja molekuł znacznie ułatwia sterowanie warstwą nematyka. W omawianym przypadku średnica otworu D = 300 μm, grubość warstwy nematyka d = 110 μm, częstość f_{co} = 12 kHz, Δε = 3,2 (1 kHz), Δε = –3,1 (50 kHz), Δn = 0,22 przy λ = 589 nm (dane dla temperatury 20°C). Obecność otworu powoduje nieliniowy rozkład pola elektrycznego wewnątrz warstwy nematyka, co wywołuje niejednorodną orientację direktora, a w konsekwencji efekt soczewkowania. Napięcia sterowania zmieniają się przy obu częstościach w zakresie 0–5 V.



Rys. 3. Przykład własności dielektrycznych mieszaniny z efektem *cross-over* (z badań własnych autora prowadzonych przy współpracy z Instytutem Chemii Wojskowej Akademii Technicznej w Warszawie)



Rys. 4. Schemat nematycznej soczewki z podwójnym adresowaniem. a) Rozkład molekuł bez włączonego pola. Molekuły są ustawione w jednym kierunku i nachylone pod kątem $\alpha \approx 45°$ do płaszczyzny elektrody, b) Rozkład molekuł w układzie dwóch soczewek po przyłożeniu napięcia pomiędzy elektrodami. Jedna soczewka ogniskuje promienie poza ogniskową, druga zaś koryguje ten efekt

Wiązka światła liniowo spolaryzowana wzdłuż osi x i przechodząca przez różne obszary soczewki w kierunku osi z ma różne drogi optyczne $n_{eff}d$, gdzie

$$n_{eff} = \frac{n_o n_e}{(n_o \cos^2\alpha + n_e \sin^2\alpha)^{1/2}}$$

jest lokalnym, zależnym od napięcia, efektywnym współczynnikiem załamania nematyka, zaś α jest lokalnym kątem pomiędzy kierunkiem polaryzacji światła a direktorem w danym miejscu soczewki.

Badania wykazały, że pojedyncza komórka nie ogniskuje wiązki na osi soczewki. Efekt ten dało się wyeliminować przez złożenie dwóch komórek „głowa do głowy". Stworzyło to dodatkowo możliwość operowania czterema napięciami sterowania: po dwa dla każdej komórki przy dwóch częstościach. Taki podwójny układ soczewek rozszerzył znacznie zdolność zbierającą (*optical power*), która może się zmieniać w granicach od 0 do –520 dioptrii przy częstości 50 kHz oraz od 0 do +400 dioptrii przy częstości 1 kHz. Równocześnie podwójne adresowanie spowodowało skrócenie czasu reakcji podczas zmiany ogniskowej soczewek do około 0,4 s w porównaniu z 10 s, charakteryzującymi normalną soczewkę NLC o tej samej grubości. Istnieje też możliwość zwiększenia apertury układu kilka razy, co jest istotne dla zastosowań w aparatach fotograficznych i kamerach.

Podsumowując można stwierdzić, iż odpowiedź na postawione w tytule pytanie jest twierdząca. Zastosowanie nematyka CK z podwójnym adresowaniem pozwala zminiaturyzować soczewki oraz łatwo zmieniać długość ogniskowej w szerokim zakresie przy użyciu napięcia kilku woltów o częstościach kilohercowych. Umożliwia to budowę aparatów fotograficznych i innych urządzeń o niewielkich rozmiarach i małym ciężarze.

Wyznaczanie profilu wiązki promieniowania używanego do cechowania tomografu PET

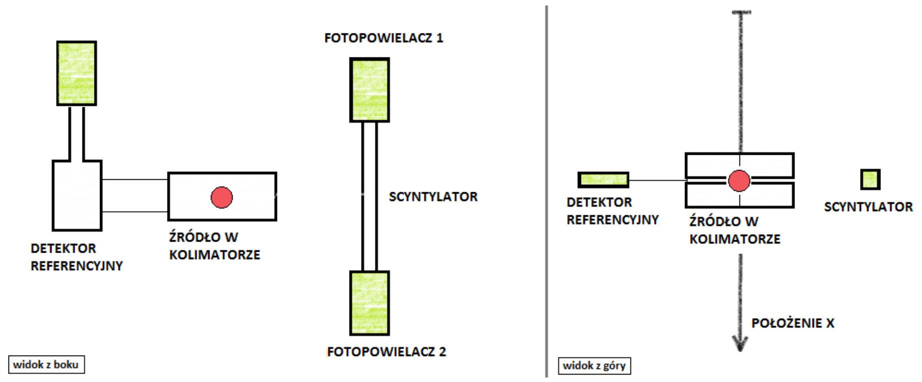
Ines Moskal
Studentka, Instytut Fizyki UJ

Na Uniwersytecie Jagiellońskim prowadzone są badania dotyczące usprawnienia i rozpowszechnienia Pozytonowej Tomografii Emisyjnej (w skrócie – PET). Tomografia PET jest coraz częściej stosowaną w medycynie metodą obrazowania ludzkiego ciała. Do rekonstrukcji obrazu stosuje się w niej kwanty anihilacyjne. Podczas badania pacjentowi zostaje podana substancja promieniotwórcza, która gromadzi się w komórkach nowotworowych. Substancja ta ulega rozpadowi β^+, po którym powstały pozyton anihiluje z elektronem z ciała pacjenta, tworząc dwa kwanty anihilacyjne rejestrowane przez detektory. Kwanty te poruszają się w przeciwnych kierunkach pod kątem 180°, co przy odpowiedniej statystyce rozpadów umożliwia zlokalizowanie komórek chorobowych.

W warunkach laboratoryjnych kwanty anihilacyjne otrzymujemy z silnego źródła promieniotwórczego emitującego pozytony, takiego jak na przykład izotopy germanu ^{68}Ge lub sodu ^{22}Na. Kwanty są emitowane izotropowo we wszystkich kierunkach, więc by większość z nich trafiała w wyróżniony obszar, źródło musi zostać skolimowane. Do tego celu stosuje się ołowiane bloki ze szczelinami wąskimi na kilka milimetrów, do których wkłada się substancję promieniotwórczą.

Teraz musimy zadać sobie pytanie, do czego potrzeba dobrze skolimowanej wiązki?

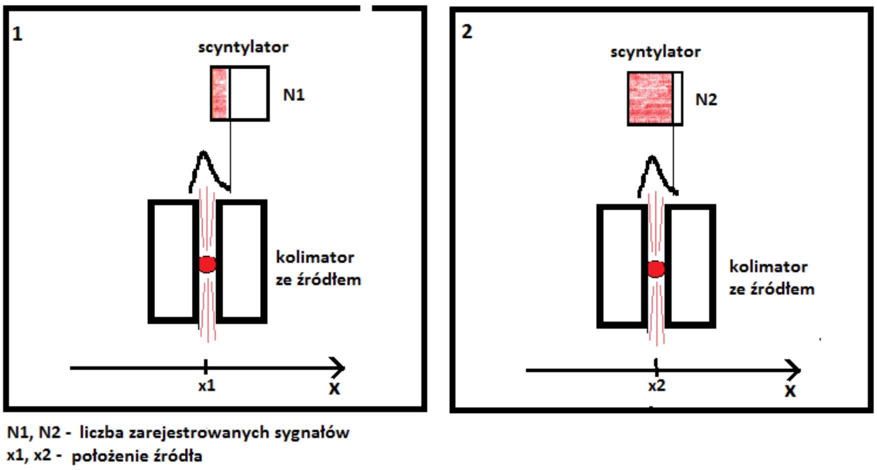
Jedną z podstawowych cech tomografu jest jego rozdzielczość przestrzenna, czyli miara dokładności odwzorowania szczegółów badanego obrazu. Rozdzielczość ta musi być wyznaczona dla całego detektora, ponieważ jej znajomość jest potrzebna do prawidłowej rekonstrukcji obrazu. Żeby wyznaczyć rozdzielczość przestrzenną tomografu naświetla się ustalone miejsce kwantami anihilacyjnymi i na podstawie sygnałów rejestrowanych w tomografie rekonstruuje się to miejsce. W idealnym przypadku w wyniku rekonstrukcji powinno się otrzymać współrzędne punktu naświetlania. Jednak w rzeczywistości otrzymuje się rozkład punktów, którego rozmycie mówi o rozdzielczości przestrzennej urządzenia i o rozmiarach wiązki kwantów anihilacyjnych użytych do naświetlania. Zatem, aby z takich pomiarów móc określić rzeczywistą rozdzielczość przestrzenną tomografu, musimy znać rozkład intensywności w przestrzeni (profil) wiązki kwantów anihilacyjnych.



Rys. 1. Układ doświadczalny do wyznaczania profilu wiązki składający się z detektora scyntylacyjnego, źródła Germanu-68 umieszczonego w kolimatorze, detektora referencyjnego, który przemieszcza się wraz z kolimatorem oraz układu mechanicznego umożliwiającego przesuwanie kolimatora co 0,1 mm

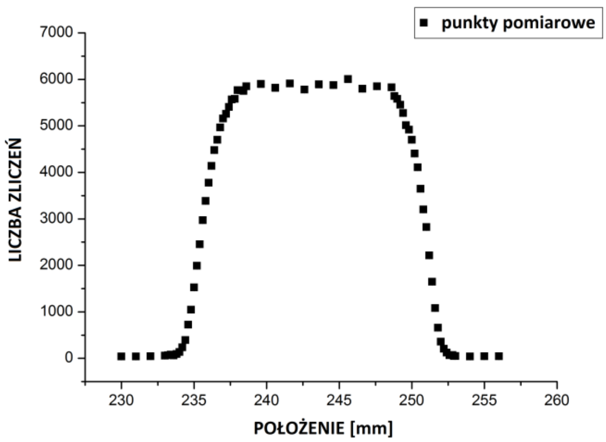
W tym artykule przedstawiony został sposób wyznaczania profilu wiązki kwantów anihilacyjnych oraz wyniki otrzymane podczas badań autorki w trakcie wakacyjnej praktyki naukowej na Uniwersytecie Jagiellońskim. Wykonane pomiary profilu wiązki pomogą określić rozdzielczość przestrzenną nowego emisyjnego tomografu pozytonowego.

Metoda stosowana w omawianym pomiarze polega na przesuwaniu krokowo wzdłuż scyntylatora kolimatora ze źródłem, połączonych na sztywno z detektorem referencyjnym. Układ pomiarowy pokazany jest schematycznie na rys. 1. Dla każdego położenia mierzona jest liczba zdarzeń takich, gdy jednocześnie zarejestrowane zostały sygnały w scyntylatorze używanym do pomiarów profilu oraz w detektorze referencyjnym. Wymaganie jednoczesnego impulsu w obu detektorach zapewnia, że badamy kwanty anihilacyjne, które zawsze wytwarzane są jako para kwantów lecących w przeciwnych kierunkach. Wymaganie to redukuje znacząco liczbę przypadków, kiedy w scyntylatorze zarejestrowany jest kwant gamma niepochodzący z anihilacji, tylko na przykład z przemiany jądrowej w źródle.



Rys. 2. Schemat obrazujący ideę pomiaru profilu wiązki. Na rysunku pokazane są dwa przykładowe ustawienia kolimatora i scyntylatora. Na czerwono (tu – kolor szary) oznaczony jest obszar scyntylatora oświetlany wiązką kwantów anihilacyjnych

Liczba zliczeń na ustaloną jednostkę czasu zwiększa się, gdy wiązka kwantów wchodzi w zakres detektora, aż do osiągnięcia liczby maksymalnej, która utrzymuje się, dopóki położenie źródła nie wyjdzie poza zasięg detektora (jest to zobrazowane na rys. 2). W pierwszym przybliżeniu zakres położeń, w którym następuje wzrost liczby zliczeń mówi nam o szerokości wiązki kwantów gamma. Wynik pomiaru pokazany jest na rys. 3.



Rys. 3. Dane uzyskane podczas eksperymentu. Liczba koincydencji w funkcji położenia kolimatora względem scyntylatora. Pomiar dla każdego położenia trwał tyle samo. Wartości absolutne na osi poziomej wyrażają położenie odczytywane na urządzeniu do przesuwania kolimatora

Na rys. 3 widać, że od miejsca, w którym wiązka zaczyna nachodzić na scyntylator (około 234 mm) liczba zliczeń w funkcji położenia zaczyna rosnąć i rośnie coraz szybciej do momentu aż maksimum intensywności wiązki wejdzie w obszar scyntylatora (około 237 mm), a następnie liczba zdarzań dalej rośnie, ale już wolniej. Dla położenia około 237 mm widać punkt przegięcia krzywej. Powyższy opis pokazuje, że z pomiaru zależności liczby zliczeń w funkcji położenia możemy nie tylko określić szerokość całej wiązki, ale możemy także wyznaczyć szczegółowo jej profil, różniczkując zmierzoną krzywą.

Aby wykazać, że różniczkowanie funkcji wyznaczonej na wykresie pozwoli na zrekonstruowanie profilu wiązki, oznaczmy zmierzoną liczbę zdarzeń w funkcji położenia jako funkcję $M(x)$. $M(x)$ możemy wyrazić jako splot profilu wiązki $h(x)$ oraz wydajności detektora $g(x)$.

$$M(x) = h(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x - x')g(x')dx'$$

Powyższy splot oznacza, że dla danego położenia środka kolimatora (x) do detektora w przedziale dx' wokół położenia x' dolatują kwanty gamma z intensywnością $h(x - x')$ i są rejestrowane z wydajnością $g(x')$. Teoretycznie, żeby uzyskać liczbę zdarzeń mierzoną przez cały detektor, musimy wycałkować wyrażenie $h(x - x')g(x')dx'$ dla wszystkich możliwych wartości x'. Powyższe wyrażenie upraszcza się, ponieważ wydajność rejestrowania detektora możemy zdefiniować jako:

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{jeśli } x \in [a,b] \\ 0 & \text{jeśli } x \notin [a,b] \end{cases}$$

gdzie 'a' i 'b' określają pozycję początkową i końcową detektora. To ograniczenie umożliwia wykluczenie sygnałów, które są poza zakresem scyntylatora. Gdy wykorzystamy to równanie, otrzymujemy:

$$M(x) = h(x) * g(x) = \int_a^b h(x - x')dx'$$

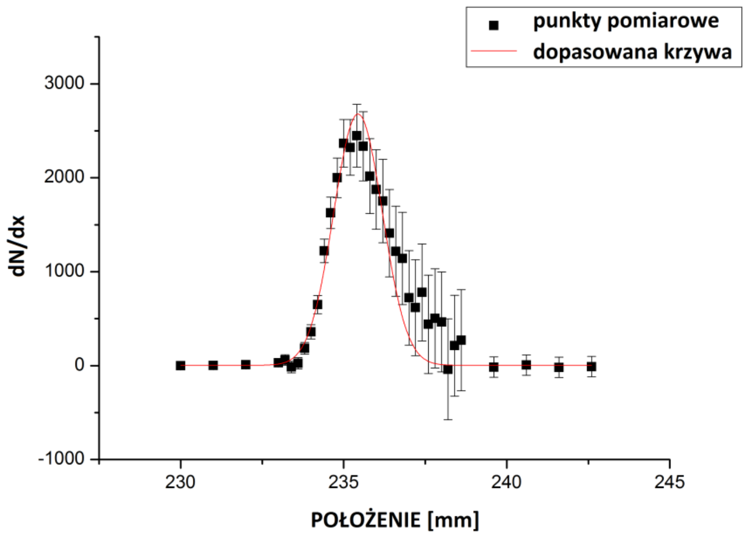
Zróżniczkowanie funkcji $M(x)$ daje nam następujące wyrażenie:

$$\frac{d}{dx}M(x) = h(x-b) - h(x-a)$$

Powyższe wyprowadzenie pokazuje, że ze zmierzonej krzywej $M(x)$ po zróżniczkowaniu otrzymuje się funkcję $h(x)$ opisującą profil wiązki. Wyrażenie $h(x - b) - h(x - a)$ oznacza, że po zróżniczkowaniu otrzymujemy profil dwa razy: wokół punktu b (jednego brzegu detektora) i wokół punktu a (drugiego brzegu). Czyli gdy wiązka wchodzi w zakres detektora oraz gdy wiązka opuszcza ten zakres.

Dla przykładu na rys. 4 pokazany jest profil wiązki otrzymany po zróżniczkowaniu zmierzonej funkcji $M(x)$ (rys. 3) w pobliżu jednego z brzegów detektora. Otrzymany wynik (rys. 4) pokazuje, że wiązka ma w połowie intensywności rozmiary około 2 mm i daje się dobrze przybliżyć rozkładem Gaussa o odchyleniu standardowym 0,6 mm.

Dzięki tej metodzie można w powtarzalny sposób wyznaczyć profil wiązki kwantów gamma, używanej przy wyznaczaniu rozdzielczości przestrzennej tomografu.



Rys. 4. Otrzymany profil wiązki. Linia ciągła oznacza krzywą Gaussa dopasowaną do punktów pomiarowych. W wyniku dopasowania otrzymano odchylenie standardowe wynoszące 0,6 mm

Fizyka fal cyrklem i linijką

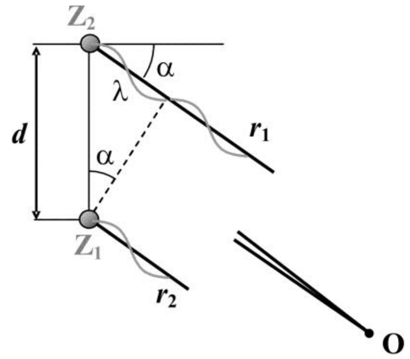
Jerzy Ginter
Wydział Fizyki UW

Istotnym elementem nauki geometrii na poziomie elementarnym były zadania konstrukcyjne, w których problem rozwiązywało się za pomocą cyrkla i linijki. Podobne podejście można zastosować do fizyki fal. W tym przypadku przydać się może jeszcze kątomierz. Istotne jest przy tym, że nie musimy do rozwiązywania zadań znać funkcji trygonometrycznych.

Nie jest jasne, komu takie podejście mogłoby się teraz przydać. Fizyka fal w obecnej podstawie programowej gimnazjum pozostała w formie szczątkowej. W podstawie programowej liceum trygonometria występuje zarówno w zakresie podstawowym, jak i rozszerzonym. Może jednak wspomniana możliwość kogoś zainteresuje ze względu na podejście rozwijające myślenie przestrzenne?

Interferencja fal z wielu źródeł

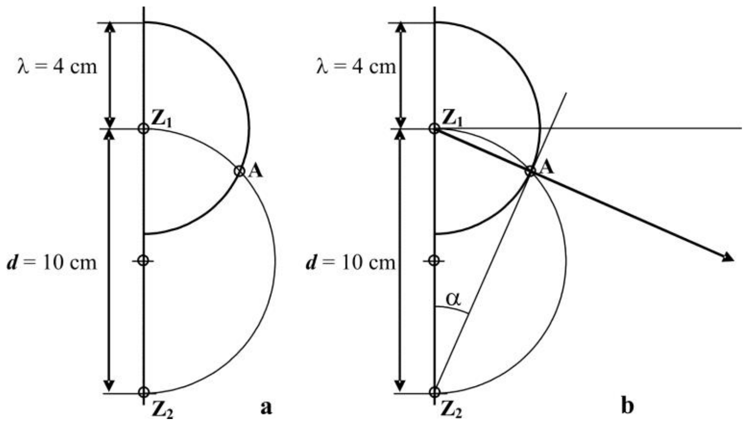
Podręcznikowy rysunek 1 przedstawia interferencję fal z dwóch źródeł drgających w zgodnych fazach, w sytuacji, kiedy obserwator znajduje się w dużej odległości od źródeł. Stanowi to podstawę rozumowań w zadaniach konstrukcyjnych 1 i 2.



Rys. 1

Zadanie 1

Dwa źródła fal o długości $\lambda = 4$ cm znajdują się w odległości $d = 10$ cm. Jakiemu kątowi α odpowiada maksymalne wzmocnienie dla różnicy dróg równej λ?



Rys. 2

Konstrukcyjne rozwiązanie zadania przedstawia rys. 2.

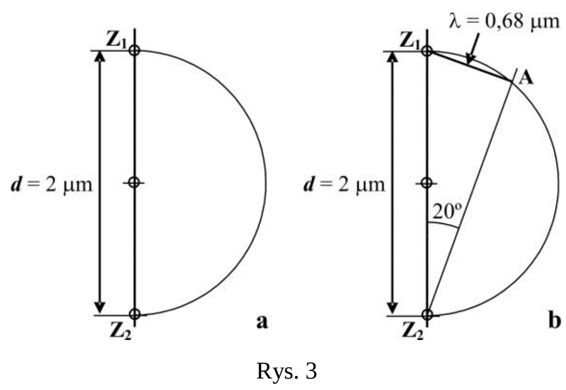
1. Na papierze w kratkę rysujemy odcinek Z_1Z_2 o długości 10 cm (rys. 2a).
2. Kreślimy łuk okręgu o promieniu 5 cm ze środkiem w środku odcinka Z_1Z_2.
3. Kreślimy łuk okręgu o promieniu λ = 4 cm ze środkiem w punkcie Z_1. Okręgi przecinają się w punkcie A.
4. Łączymy linią prostą punkty A i Z_2. Kąt A Z_2Z_1 to poszukiwany przez nas kąt α.

   Pomiar kąta α kątomierzem daje $\alpha \approx 23{,}5°$.

   Dokładniejsza wartość to $\alpha = \arcsin\dfrac{\lambda}{d} \approx 23{,}5782°$.

Zadanie 2

Przeprowadzono dyfrakcję światła wskaźnika laserowego na siatce dyfrakcyjnej 500rys/mm. Pierwsza boczna wiązka ugięta została pod katem α = 20°. Ile wynosi długość fali światła λ?



Rys. 3

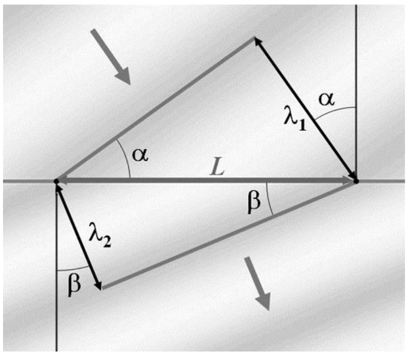
Rysunek musimy wykonać w odpowiedniej skali. Stała siatki jest równa d = 2 μm. Niech na rysunku odpowiada jej 20 cm.

1. Rysujemy na papierze w kratkę odcinek d = 20 cm (rys. 3a).
2. Kreślimy łuk okręgu o promieniu 10 cm ze środkiem w środku odcinka Z_1Z_2.
3. Z punktu Z_2 rysujemy odcinek prostej, tworzącej kąt 20° z kierunkiem odcinka Z_1Z_2.
4. Odcinek Z_1A to w naszej skali długość fali λ.

Pomiar linijką daje 6,8cm, co oznacza, że długość fali λ = 0,68 μm.
Dokładniejszy wynik to $\lambda = d \sin\alpha = 2\ \mu\text{m} \cdot \sin 20° \approx 0{,}68404\ \mu\text{m}$.

Załamanie światła

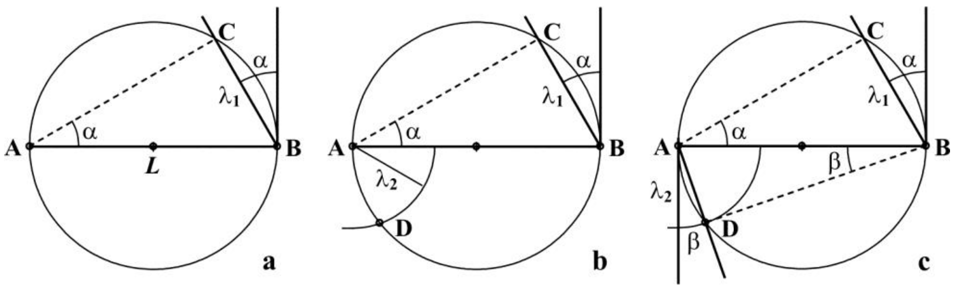
Rysunek 4 przedstawia konstrukcję, na podstawie której wyprowadza się wzór Snelliusa dla załamania światła. Bedzie on podstawą dwóch dalszych zadań konstrukcyjnych.



Rys. 4

Zadanie 3

Na powierzchnię szkła o współczynniku załamania światła n = 1,5 pada promień światła pod kątem α = 30°. Ile wynosi kat załamania β?
Rozwiązanie konstrukcyjne zagadnienia przedstawia rys. 5.



Rys. 5

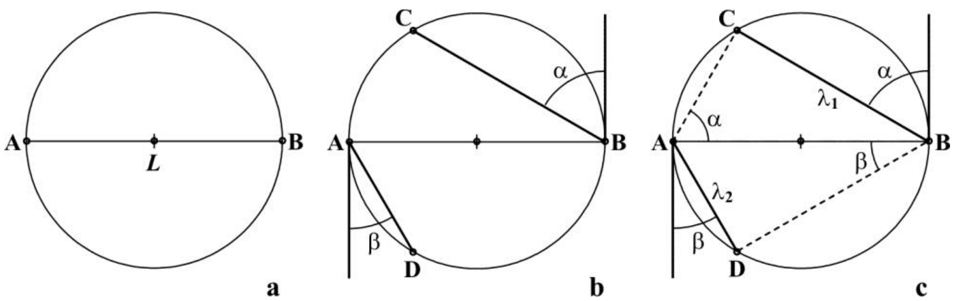
1. Rysujemy poziomy odcinek AB o dowolnej długości L. Może to być na przykład 12 cm (rys. 5a).
2. Kreślimy okrąg o promieniu 6 cm i o środku w środku odcinka AB.
3. Przy punkcie B rysujemy prostą pionową i prostą odchyloną od pionu o $\alpha = 30°$. Prosta ta przecina okrąg w punkcie C. Odcinek BC o długości 6 cm będzie odpowiadał λ_1.
4. Długość fali. $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{n} \approx \frac{6\ \text{cm}}{1{,}5} = 4\ \text{cm}$.
5. Zakreślamy łuk o środku w punkcie A i promieniu $\lambda_2 = 4$ cm. Przecina on okrąg w punkcie D (rys. 5b).
6. W punkcie A rysujemy prostą pionową i prostą przechodzącą przez punkt D. Uzyskujemy w ten sposób kąt β (rys. 5c).
7. Ten sam kąt β jest kątem DBA.

Mierząc kąt β kątomierzem uzyskujemy wartość $\beta \approx 18°$.
Dokładniejsza wartość jest równa

$$\beta = \arcsin\frac{\lambda_2}{L} = \arcsin\frac{4}{12} = \arcsin 0{,}3 \approx 17{,}458°.$$

Zadanie 4

Kąt padania $\alpha = 60°$. Kat załamania $\beta = 30°$. Ile wynosi współczynnik załamania światła n?



Rys. 6

Rozwiązanie konstrukcyjne zagadnienia przedstawia rysunek 6.

1. Rysujemy poziomy odcinek AB o dowolnej długości L. Tym razem może to być 10 cm (rys. 6a).
2. Kreślimy okrąg o promieniu 5 cm i o środku w środku odcinka AB.

3. W punkcie B rysujemy prostą pionową i prostą odchyloną od pionu o $\alpha = 60°$. Prosta ta przecina okrąg w punkcie C. Odcinek BC będzie pełnił rolę λ_1 (rys. 6c).
4. W punkcie A rysujemy prostą pionową i prostą odchyloną od pionu o $\beta = 30°$. Prosta ta przecina okrąg w punkcie D. Odcinek AD będzie pełnił rolę λ_2.
5. Odcinek AD ma długość $\lambda_1 = 5$ cm.
6. Mierzymy długość odcinka CB. Uzyskujemy wartość $\lambda_2 \approx 8{,}6$ cm.

Współczynnik załamania światła jest równy $n = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} \approx \dfrac{8{,}6\ \text{cm}}{5\ \text{cm}} = 1{,}72$.

Dokładniejszy wynik jest równy $n = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3} \approx 1{,}732$.

W artykule przedstawiono kilka prostych zagadnień z fizyki fal, które można rozwiązać metodą konstrukcyjną z zupełnie przyzwoitą dokładnością. Czy ktoś z czytelników uważałby taki sposób rozwiązywania zadań za przydatny w praktyce szkolnej? Byłbym bardzo wdzięczny za wszelkie uwagi. Mój adres mailowy: jerzy.ginter@fuw.edu.pl.

I zasada dynamiki Newtona w praktyce szkolnej – trudności uczniów

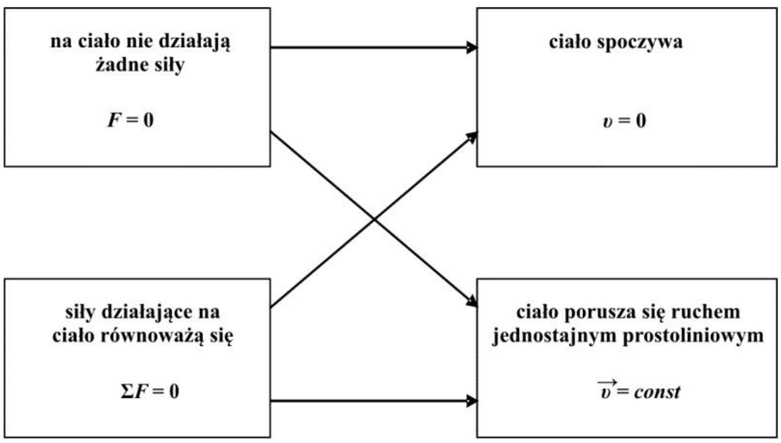
Piotr Matys
Nauczyciel, Liceum Ogólnokształcące w Bieczu

Wystarczy porównać sformułowanie tzw. I zasady dynamiki Newtona w różnych podręcznikach szkolnych czy akademickich, by zauważyć znaczne różnice, które nawet czasami oznaczają różną treść tej zasady, a to powinno być sygnałem niepokojącym, zmuszającym do głębszej analizy tego zagadnienia.

Najczęściej spotykane sformułowanie brzmi:

Jeżeli na ciało nie działają żadne siły lub siły działające równoważą się, to ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.

Analiza formalna treści tego zdania uwidacznia jego skomplikowaną strukturę logiczną: jest to implikacja, której poprzednikiem jest alternatywa i następnikiem także alternatywa. Zgodnie z prawami logiki jest to zdanie równoważne alternatywie czterech implikacji prostych, co najłatwiej przedstawić na poniższym schemacie:



Już sama struktura zdania jest skomplikowana i często uczniowie nie potrafią zamienić pierwotnej implikacji na alternatywę 4 implikacji prostych. Z tego względu niektórzy autorzy podręczników próbują ją uprościć np. przez pominięcie warunku $F = 0$.

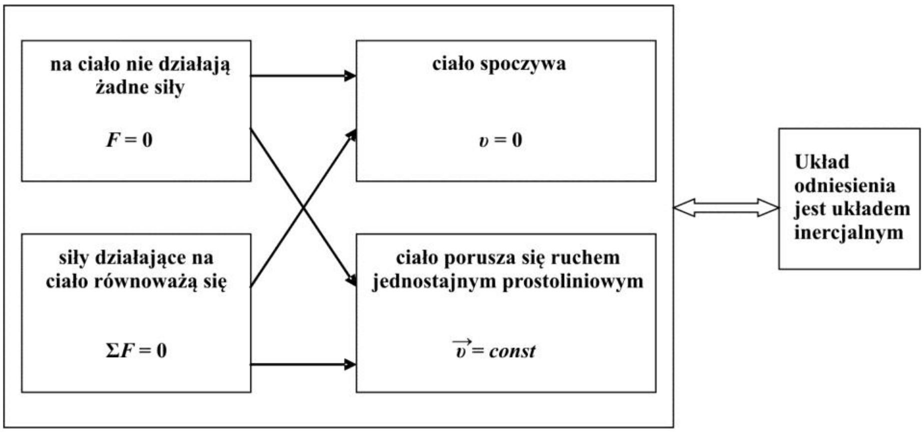
Nieco dalej spotykamy uwagę: „I zasada spełniona jest w niektórych układach odniesienia zwanych inercjalnymi”. A gdy omawia się pojęcie układu inercjalnego spotykamy następujące stwierdzenie: „inercjalny układ odniesienia to taki, w którym spełniona jest pierwsza zasada dynamiki”. W ten sposób tworzymy klasyczne koło logiczne oraz tautologię sprowadzającą się do stwierdzenia, że inercjalny układ odniesienia jest inercjalnym układem odniesienia. To w zasadzie gwarantuje, że uczeń nie jest w stanie zrozumieć, o co chodzi i jedyne, co może zrobić to przyswoić te stwierdzenia i ewentualnie je powtarzać, ale na pewno nie świadomie je stosować. Najbardziej inteligentni z uczniów odkrywają w tym momencie, że autorzy podręczników sami nie rozumieją, o czym mówią i nie warto się tym zajmować.

Jak zatem należy podejść do tego problemu?

Jeśli potraktujemy I zasadę jako definicję układu inercjalnego to powinna ona brzmieć mniej więcej tak:

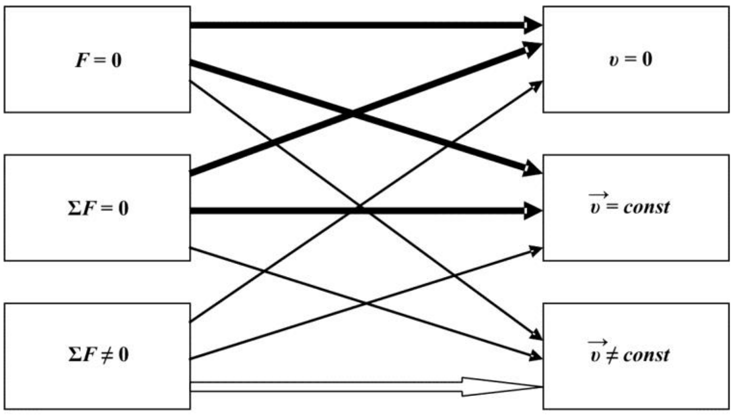
Inercjalnym układem odniesienia nazywamy taki układ odniesienia, w którym jeżeli na ciało nie działa żadna siła lub siły działające równoważą się, to ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem prostoliniowym jednostajnym.

Niestety, struktura tego zdania jeszcze bardziej się skomplikowała, ale odwołajmy się do schematu:



Ten schemat podpowiada jak używać I zasady: aby ocenić, czy dany układ odniesienia jest inercjalny, należy wybrać w nim do obserwacji jakieś ciało, zbadać jego ruch i siły na to ciało działające, sprawdzić czy obserwacje pasują do schematu, a jeśli tak, to układ odniesienia zaliczamy do klasy układów inercjalnych. Jeśli obserwacje nie pasują do schematu – zapewne mamy do czynienia z układem nieinercjalnym. Niewątpliwie zaprzeczenie tego schematu powinno prowadzić nas do pojęcia układu nieinercjalnego. Przy okazji zyskujemy praktyczne kryterium pozwalające ocenić, czy badany układ wystarczająco przybliża układ inercjalny – jest nim po prostu precyzja obserwacji. Jeśli zastosowane metody obserwacji nie pozwalają wykryć odstępstw od schematu, to układ można traktować jako wystarczające przybliżenie układu inercjalnego.

Pełny schemat wygląda następująco:



Pierwszy wniosek z tego schematu jest następujący – wszystko jest możliwe! W dowolnym układzie odniesienia nie istnieje związek pomiędzy siłami działającymi na ciało a jego ruchem!

Grube strzałki wskazują na nim te warianty obserwacji, które pozwalają stwierdzić, że układ jest inercjalny, cienkie – te, dla których układ odniesienia jest nieinercjalny. Szczególnie ciekawy jest przypadek oznaczony strzałką podwójną, tj. jeżeli siły działające na ciało nie równoważą się, to ciało porusza się ze zmiennym wektorem prędkości (czyli ruchem zmiennym lub krzywoliniowym). Ten przypadek nie jest rozstrzygający i jeżeli na niego się natkniemy, to powinniśmy zmienić obiekt obserwacji i wykonać je ponownie lub sprawdzić, czy spełniona jest w nim ilościowo II zasada dynamiki, czyli czy znaleziona siła wypadkowa jest równa iloczynowi masy i przyspieszenia:

$$\sum \boldsymbol{F} = \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{a}$$

Jeśli w ten sposób podejdziemy do prezentacji dynamiki, to chyba będzie ona bardziej przejrzysta:

I zasada dynamiki służy do badania inercjalności układu odniesienia oraz stwierdzenia czy można użyć II i III zasady dynamiki (bo te ściśle można stosować tylko w układzie inercjalnym).

II zasada dynamiki służy do przewidywania zachowania się ciała pod działaniem sił lub wnioskowania o siłach na podstawie obserwacji ruchu. Przecież jeśli $\boldsymbol{F} = \mathbf{0}$ to $\boldsymbol{a} = \mathbf{0}$ czyli $\vec{v} = \boldsymbol{const}$, a to jest możliwe albo dla $\boldsymbol{v} = \mathbf{0}$ albo dla $\boldsymbol{v} \neq \mathbf{0}$, ale niezmiennego itd.

III zasada pozwala odnaleźć nam siły reakcji.

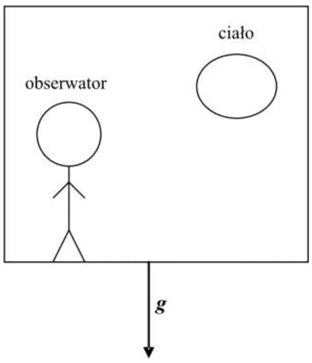
Co w takim razie z siłami bezwładności? Używamy w stosunku do nich niezupełnie szczęśliwego terminu sił pozornych, co przy tendencji uczniów do interpretowania sensu pojęcia z jego nazwy, a nie treści, prowadzi do pogłębienia chaosu.

W powyższym szkicu jako siłę rozumiemy miarę oddziaływania, zatem w takim sensie siła bezwładności siłą nie jest. Czym zatem jest? Porównanie sił dla dowolnego problemu rozważanego równolegle w układzie inercjalnym i nieinercjalnym wyraźnie pokazuje, że w układzie nieinercjalnym obserwujemy wtedy skutek czegoś, co nazywamy siłą bezwładności, gdy np. w układzie inercjalnym działa siła dośrodkowa. Powiedzmy to jednoznacznie i dobitnie: siły bezwładności są rezultatami nieinercjalności użytego układu odniesienia. Jednak siły bezwładności daje się mierzyć i zapewne to skłoniło fizyków do traktowania tego efektu jako sił.

Zatem dla układu nieinercjalnego możemy sformułować analogię do II zasady dynamiki w postaci:

$$\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{a} = \sum \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F_b}$$

Dla przykładu rozważmy teraz ciało znajdujące się w windzie spadającej w jednorodnym polu grawitacyjnym z przyspieszeniem równym natężeniu tego pola.



Według obserwatora ciało nie będzie się poruszało. Co z siłami? Gdyby obserwator zawiesił ciało na siłomierzu uzyska wynik zero. Czyżby zatem obserwator znajdował się w układzie inercjalnym?

Jednak obserwator w tej windzie jest w stanie stwierdzić istnienie zjawiska grawitacji, choćby poprzez obserwacje przyciągania dwóch dowolnych mas. Widząc, że winda znajduje się w pobliżu innego ciała powinien uznać, że obserwowane przez niego ciało musi z nim oddziaływać, a to oznacza, że układ jest nieinercjalny.

Stare programy nauczania wymieniały tylko hasła programowe takie jak I zasada dynamiki czy układ inercjalny/nieinercjalny, nie precyzując jak je realizować.

Podstawa 2009 mówi wprost:

Fizyka III etap edukacyjny:

1. Ruch prostoliniowy i siły. Uczeń:

4) opisuje zachowanie się ciał na podstawie pierwszej zasady dynamiki Newtona (s. 161)

Fizyka IV etap edukacyjny – zakres rozszerzony:

1. Ruch punktu materialnego. Uczeń:

7) opisuje swobodny ruch ciał, wykorzystując pierwszą zasadę dynamiki Newtona (s. 168)

a więc nakazuje nam omawiać te zagadnienia w sposób fałszywy!

Od Redakcji: komentarz do artykułu „I zasada dynamiki…”

Od czasu Newtona i sformułowania przez niego podstaw mechaniki zwanej newtonowską minęło ponad 300 lat i w tym czasie mechanika newtonowska zyskała lepsze zrozumienie, inne sformułowania. Obecnie zdajemy sobie sprawę z granic jej stosowalności do opisu naszej fizycznej rzeczywistości. Teoria grawitacji Einsteina wniosła rozumienie pojęcia masy, układu inercjalnego.

Kanoniczne prawa Newtona są pojęciowo bardzo trudne z wielu powodów. Nie miejsce, by je wszystkie omawiać, dość powiedzieć, że nie powinno to nas dziwić. Słynny psycholog Jean Piaget zauważył, że rozwój osobniczy naśladuje rozwój gatunku. Tak też trudności poznawcze, jakie miała ludzkość przy odkryciu praw mechaniki (dopiero XVII w.), a przecież byli wcześniej wybitni myśliciele, odtwarzają się w trudnościach uczniów w zrozumieniu praw Newtona.

Autor artykułu Pan Piotr Matys podkreśla jeden z powodów tej trudności. Jest nią logiczna struktura I prawa Newtona. Jak jasno wykazały liczne badania empiryczne Piageta i jego następców, zrozumienie reguł logiki formalnej dostępne jest na najwyższym stopniu rozwoju myślenia formalnego (to średnio jest osiągalne w liceum) i do tego nie cała populacja uczniów (ludzi) osiąga ten poziom.

Czy wobec tego należałoby odłożyć nauczanie praw Newtona na później? Lub w ogóle zrezygnować z ich nauczania?

Oczywiście, nie! Po pierwsze z powodów kulturowych. Trudno sobie wyobrazić ogólne wykształcenie, w którym zabraknie informacji o najbardziej znaczącym odkryciu ludzkości. Uważam, że choć odstępujemy od pamięciowego nauczania to nawet przy braku zrozumienia, wyuczenie się na pamięć tych praw ma wartość, tak jak i znajomość dziesięciu przykazań. Człowiek może dojrzeć do zrozumienia i wtedy „ma jak znalazł” poprawne sformułowanie. Jak wykazały badania (na bardzo dużej statystyce) studenci, którzy przeszli kurs mechaniki klasycznej przy rozwiązywaniu zadań czy tłumaczeniu zjawisk, nadal nie stosują mechaniki newtonowskiej. To pokazuje uporczywość widzenia świata po arystotelesowsku, ale może sugerować, że znajomość praw Newtona na pamięć pomogłaby w prawidłowym rozwiązaniu zadań.

Uczyć trzeba mechaniki newtonowskiej w możliwe najbogatszych kontekstach, przykładach, zadaniach. Nawet umysł bez pełnej zdolności myślenia formalnego jest je w stanie zrozumieć. Przykładów i sytuacji, których one dotyczą, powinno być bardzo dużo i należy do nich wracać. Jednorazowe omówienie nie wystarcza! Trzy, a nawet sześć lekcji na trzy prawa Newtona, to fikcja dydaktyczna! Od talentu nauczyciela zależy, jakie wybierze on przykłady i w jakiej kolejności je omówi, by stopniować trudności, by utrwalać dobre wzorce.

Co z układem inercjalnym, którego sens jest trudny? Dydaktycy stosują rozmaite wybiegi. Chyba najlepiej robić to przez wskazanie układu i komentarz, że jest on „wystarczająco dobry” do opisu konkretnego zjawiska. Dla części uczniów to samo też jest trudne, dla nich świat jest czarno-biały, to jest układ inercjalny, albo nie jest, miejmy to na uwadze. Niektórzy dydaktycy nie wspominają o inercjalności, dopóki nie zaczną omawiać ruchu w układach nieinercjalnych. To tak jakby zaczynać od drugiego prawa Newtona.

Gdy po raz pierwszy mówimy o sile grawitacji działającej na przedmioty na Ziemi, nie mówimy wówczas o sile odśrodkowej, czekamy z tym na później.

Z.G-M

Wstęp do dyskusji na temat masy relatywistycznej w szkole

Zofia Gołąb-Meyer

Artykuły w 122 zeszycie *Fotonu* na temat masy relatywistycznej w szkole sprowokowały czytelników do zabierania głosu w tej sprawie. Redakcja postanowiła otworzyć łamy zarówno dla głosów „za", jak i „przeciw". Dyskusje na ten temat, nie tylko w Polsce, toczą się od dziesiątek lat. Zarówno zwolennicy, jak i zdecydowani przeciwnicy, przytaczają stale te same argumenty. Oznacza to, że występuje jakiś uporczywy problem poznawczy. Zwolennicy masy relatywistycznej uważają, że mają lepszy klucz do zrozumienia mechaniki relatywistycznej. Dotykamy tu delikatnego problemu istoty rozumienia. W dydaktyce mamy często pokusę i korzystamy z niej, żeby tak uprościć obraz rzeczywistości, aby dawał wrażenie zrozumienia.

Ze względu na ograniczoną objętość niektóre z wypowiedzi w pełnej wersji publikujemy tylko w internecie. Pełny tekst to felieton Ludwika Lehmana i wypowiedź Redakcji (Paweł Góra). Felieton to gatunek literacki, któremu przysługują pewne prawa. Chodzi o to, żeby był interesujący, dobrze się czytał i by oddawał opinie części czytelników. W felietonie można używać argumentów przesadzonych, a nawet złośliwych. Udostępnienie łamów *Fotonu* koledze Lehmanowi nie oznacza jednak, że Redakcja zgadza się z jego opiniami. Jest nawet „wręcz przeciwnie". I nie chodzi tu tylko o kwestię masy relatywistycznej – raczej o spojrzenie na fizykę. Na przykład stwierdzenie „każde twierdzenie w fizyce ma wyjątki" jest niepoprawne. Prawa fizyki mają jedynie ograniczoną stosowalność. Uwaga o różnicy między fizyką a geometrią, zważywszy, że koledze Lehmanowi chodzi o geometrię Euklidesa, sugeruje raczej, że kolega Lehman nie zdaje sobie sprawy, iż geometria Euklidesa **jest** teorią fizyczną, która wspólnie z teorią grawitacji Newtona opisuje naszą rzeczywistość (patrz A. Staruszkiewicz, „Zwoje" 3/40, 2004 – „Trzeba odróżnić geometrię Euklidesa jako obiekt matematyczny od pewnej jego realizacji, jaką jest rzeczywista przestrzeń. Rzeczywista przestrzeń, która nas otacza, jest po pierwsze w dobrym przybliżeniu Euklidesowa, a po drugie stale ewoluuje, zmienia się w czasie").

W sprawie masy relatywistycznej stanowisko redakcji przedstawia Paweł Góra. Za czasopismem *Physics Today,* Czerwiec 1989 (z artykułu B. Okuna cytowanego uprzednio przez K. Fiałkowskiego i obecnie przez A. Nowika), prezentujemy fragment listu A. Einsteina do L. Barnetta, datowanego na 19.06.1948.

Oddajemy głos również nauczycielowi panu A. Nowikowi, przeciwnikowi wprowadzania masy relatywistycznej w szkole oraz filozofowi nauki panu J. Czerniawskiemu.

Fiałkowski kontra Penrose?

Ludwik Lehman
II LO im. M. Kopernika w Głogowie

W poprzednim numerze *Fotonu* pojawiły się aż dwa teksty odnoszące się do moich nocnych rozważań o masie z tego samego numeru. Świetnie! Zdecydowanie wolę wartki potok dyskusji od mętnego bajora stagnacji. Ponieważ jednak było to „dwóch na jednego”, więc tuszę, że Pani Redaktor pozwoli na jeszcze jedne rozważania w tej sprawie. Wtedy będzie przynajmniej „dwa na dwa”.

Z artykułem Marka Zrałka „Geneza masy” całkowicie się zgadzam i cieszę się, że takie szczegółowe i kompetentne omówienie problemu ukazało się w *Fotonie*. Mam tylko jedno małe „ale”. Można po jego lekturze odnieść wrażenie, że nie ma żadnego kłopotu z definicją masy: to po prostu całkowita energia ciała mierzona w jego układzie spoczynkowym podzielona przez c^2. Jednak, żeby do tej definicji na wykładzie dojść, trzeba przecież wielokrotnie wcześniej używać pojęcia masy! Sam Autor określa **wcześniej** energię z pomocą masy, by chwilę **później** zdefiniować masę z pomocą energii. To przecież typowe logiczne błędne koło. Na tym właśnie polega problem z definicją masy. Żeby ją porządnie zdefiniować, musimy wcześniej jej używać, kiedy jeszcze nie jest zdefiniowana! Nie chcę powtarzać argumentacji z moich ostatnich rozważań. Dodajmy tylko, że w fizyce podobna sytuacja dotyczy również innych podstawowych pojęć np. przestrzeni, czasu czy siły. Przyzwyczailiśmy się do innego podejścia na przykład w geometrii – wzoru ścisłej nauki – gdzie można (i należy!) **najpierw** zdefiniować okrąg, a dopiero **później** tego pojęcia używać. Mam wrażenie, że wielu fizyków nie dostrzega tej głębokiej różnicy między fizyką a geometrią. Szkoda, doprawdy szkoda.

„Uwagi o »masie relatywistycznej«” Krzysztofa Fiałkowskiego znacznie mniej mi się podobały. Ten fizyk jest wyraźnie wrogo nastawiony do masy relatywistycznej, o czym świadczy choćby konsekwentnie używany cudzysłów. To Jego prawo. Jednak argumenty użyte przeciwko temu pojęciu są – moim zdaniem – dość wątpliwej jakości. Rozważmy na przykład Jego stwierdzenie „sugestia, że dzięki „masie relatywistycznej” można używać wzorów z fizyki Newtona w Szczególnej Teorii Względności jest niebezpiecznym błędem dydaktycznym”. Jeśli tak, to każda lekcja fizyki w jakiejkolwiek szkole jest z pewnością „niebezpiecznym błędem dydaktycznym”. Bowiem każde prawo i każdy wzór, jaki podajemy, prowadzi do błędów (nie nonsensów, użycie tego określenia jeszcze raz ujawnia wrogość K. Fiałkowskiego do masy relatywistycznej), jeśli próbujemy ich użyć poza zakresem ich stosowania. Niestety, każde prawo fizyki ma wyjątki, o których nie możemy mówić na lekcjach. Weźmy jako przykład naszą perłę w koronie: zasadę zachowania energii. Po pierwsze: nie obowiązuje ona w małych skalach czasu wskutek zasady nieoznaczoności. Po drugie: energia mikrofalowego promieniowania tła nieustannie maleje wskutek rozszerzania się Wszechświata, mimo braku jakiegokolwiek oddziaływania.

Troska Krzysztofa Fiałkowskiego o możliwe nieporozumienia byłaby bardziej wiarygodna, gdyby nie był On współautorem podręcznika „Fizyka dla szkół ponadgimnazjalnych", w którym do wyjaśnienia budowy atomu jest używany model Bohra, i tylko model Bohra. Chyba w gronie fizyków wszyscy się zgodzimy, że model Bohra „prowadzi do nonsensów", i to znacznie większych, niż poczciwa masa relatywistyczna. To zresztą swoisty fenomen, żeby model sprzeczny z podstawowymi prawami fizyki, **nigdy** nie zaakceptowany przez ogół fizyków, do dziś był nauczany w szkołach, mimo, że zniknął już nareszcie z podstawy programowej! Parę lat temu udało mi się wywołać wielką dyskusję o jego wadach w nauczaniu, więc nie będę się powtarzał. Trochę dziwne, jeśli ktoś w jednym dziale fizyki domaga się wielkiej precyzji, a w innym sam propaguje „niebezpieczne błędy dydaktyczne" i przeróżne „nonsensy". Wydaje mi się, że w tych nocnych rozmyślaniach bronię zwykłego umiaru i zdrowego rozsądku. A może tylko mi się tak wydaje?

Weźmy jeszcze jeden przykład z „Uwag o..". O pojęciu masy relatywistycznej Autor pisze: „we współczesnych podręcznikach autorzy wspominają o nim tylko po to, aby wyjaśnić, dlaczego nie należy go używać". Owszem, prawie racja. Jednak „prawie" robi dużą różnicę. Polecam lekturę najbardziej współczesnego i wyrafinowanego matematycznie ujęcia fizyki teoretycznej (przynajmniej dostępnego w języku polskim). Myślę o „Drodze do rzeczywistości" Rogera Penrose'a. Czy Penrose używa pojęcia masy relatywistycznej? Nie. Jednak jej przeciwnikom to „nie" się nie spodoba. Przeczytajmy: „w sensie najzupełniej ścisłym masa i energia stają się sobie całkowicie równoważne". Na tej samej stronie 415 wprowadza „*masę całkowitą*" układu jako jego całkowitą energię podzieloną przez c^2. Na następnej stronie Penrose stwierdza, że „w teorii względności całkowita masa układu nie jest wielkością skalarną, a więc jej wartość zależy od układu odniesienia, w którym się ją mierzy". I dalej: „w teorii względności istnieje jeszcze inne pojęcie tzw. *masy spoczynkowej*, której wielkość nie zależy od układu odniesienia".

Podsumujmy. Dla Rogera Penrose'a masa relatywistyczna to po prostu masa. Pomocniczym czy dodatkowym pojęciem jest natomiast masa spoczynkowa. Nie mnie decydować, którą wersję wolą fizycy wysokich energii, bo nie jestem specjalistą w tym dziale. Podobnie jednak oni nie powinni decydować o szczegółach nauczania fizyki, bo nie są od tego specjalistami. Ujęcie Penrose'a jest dydaktycznie znacznie bardziej atrakcyjne od ujęcia Fiałkowskiego. Na przykład dzięki niemu uczniowie mogą łatwo wywnioskować, że foton reaguje na pole grawitacyjne, bo ma masę. Przy wprowadzaniu tylko masy spoczynkowej taki wniosek jest poza zasięgiem fizyki szkolnej.

No, tyle wystarczy, choć cisną się na usta kolejne argumenty. Ortodoksów, którzy nadal chcą walczyć z masą relatywistyczną, proszę, by skierowali ostrze swej krytyki na Rogera Penrose'a, a biednemu felietoniście *Fotonu* dali już spokój. Chciałbym się bowiem zająć innymi – może jeszcze ciekawszymi – sprawami.

Masa relatywistyczna i jej wrogowie

Jan Czerniawski
Instytut Filozofii UJ, Kraków

Z artykułu Jana Czerniawskiego przytaczamy, jako zachętę do lektury, początek i konkluzje autora.

Konstanty Ildefons Gałczyński napisał kiedyś wiersz *Satyra na bożą krówkę*, który zaczyna się następująco:

Po cholerę toto żyje?
Trudno powiedzieć, czy ma szyję,
A bez szyi komu się przyda?

Warto zauważyć, że (1) tytułowej bożej krówce nie postawiono żadnego sprecyzowanego zarzutu, (2) a mimo to została kompletnie pognębiona.

Skojarzenie z tym zabawnym wierszykiem narzuciło mi się przy lekturze trzech artykułów poświęconych masie w *Fotonie* nr 122, datowanym na jesień 2013.

[…]

Zachowanie pojęcia masy relatywistycznej jest zresztą spójne z zachowaniem „zwykłej" długości i „zwykłego" czasu, obok niezmienniczej długości spoczynkowej i czasu własnego. Potraktowanie tych niezmienniczych wielkości jako, odpowiednio, „prawdziwej" długości poruszającego się ciała i „prawdziwego" czasu trwania procesu przebiegającego w poruszającej się materii z punktu widzenia obserwatora w danym układzie odniesienia prowadzi do absurdów. Na przykład w sytuacji opisanej w paradoksie bliźniąt byłoby zupełnym dziwactwem oczekiwać od bliźniaka-domatora, by jako czas trwania podróży jego brata kosmonauty potraktował czas zmierzony przez zegar na pokładzie rakiety, a nie przez jego własny zegar, który pozostał na Ziemi.

Bardziej naturalne jest więc za czas trwania procesu z punktu widzenia danego obserwatora uznać zawsze różnicę wskazań zegarów zsynchronizowanych w jego układzie odniesienia, odpowiadających zdarzeniom rozpoczynającym i kończącym proces, za długość (czy ogólniej: wymiar liniowy) – odległość między równoczesnymi położeniami końców ciała, zaś za masę – konsekwentnie, masę relatywistyczną. Skoro jednak w zaawansowanej teorii wygodniej jest posługiwać się masą spoczynkową, w zasadzie można, jako prostszą, przyjąć umowę notacyjną, w ramach której prostym symbolem „m" oznaczona jest masa spoczynkowa, natomiast dla masy (relatywistycznej) wprowadza się bardziej skomplikowane oznaczenie „m_r". Zdecydowanie niewskazane wydaje się tylko dorabianie do tego, w istocie, pragmatycznego rozstrzygnięcia bałamutnej ideologii.

Masa relatywistyczna – niepotrzebny i szkodliwy relikt

Aleksander Nowik
Nauczyciel fizyki, matematyki i informatyki
Siemianowice Śląskie

Pełna wersja artykułu w internecie.

[…]

Zakończenie

Mam nadzieję, że udało mi się pokazać, że masa relatywistyczna jest pojęciem zbytecznym i można się bez niej obejść ucząc fizyki. Po za tym, jak starałem się wykazać, prowadzi do rozlicznych nieporozumień i błędów. Znany rosyjski fizyk Borys Okun napisał z okazji Światowego Roku Fizyki 2005 artykuł „Pedagogiczny wirus masy relatywistycznej", w którym nazywa masę relatywistyczną „pedagogicznym wirusem", bo to właśnie głównie nauczyciele fizyki, autorzy podręczników i książek popularnonaukowych, przekazują to zbędne w fizyce współczesnej pojęcie kolejnym pokoleniom, a ci „zarażają" następne pokolenia. Einstein, który był autorem pomysłu, że masa zależy od prędkości, wycofał się z tej koncepcji, ale było już za późno – „wirus" masy relatywistycznej rozprzestrzenił się w literaturze fizycznej i umysłach ludzi. Dlatego apeluję do nauczycieli oraz autorów podręczników i książek popularnonaukowych – nie „zarażajmy" kolejnych pokoleń „wirusem" masy relatywistycznej. Miejsce masy relatywistycznej jest tylko w pracach o historii fizyki, jako przykład chybionego i szkodliwego pojęcia.

Literatura

[1] W.A. Ugarow, *Szczególna teoria względności*, PWN (1985)
[2] L.B. Okun, *The virus of relativistic mass in the year of physics* (2006)
[3] L.B. Okun, *The Concept of Mass*, *Physics Today* (1989)
[4] J. Salach, *Jak uczyć w szkole teorii względności*, ZamKor (2008)
[5] J. Gluza, *Relikt w fizyce-pojęcie masy relatywistycznej*, *Fizyka w Szkole* 1/1994
[6] Polskie tłumaczenia prac Einsteina: *Albert Einstein, 5 prac, które zmieniły oblicze fizyki*, Wydawnictwo Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 2005
[7] E.F. Taylor, J.A. Wheeler, *Spacetime Physics*, 2nd ed. Freeman and Company, New York 1992

W artykule wykorzystałem fragmenty moich artykułów zamieszczonych w *Fizyce w Szkole* nr 4/2012 – *Nieśmiertelny wirus masy relatywistycznej* i w numerze 2/2011 – *Zrozumieć Einsteina, czyli szczególna teoria względności dla humanistów*.

Czy można używać pojęcia masy relatywistycznej?

Paweł F. Góra
Instytut Fizyki UJ

Odpowiedź krótka: Można, ale moim zdaniem nie należy. Jeśli zaś się tego pojęcia używa, należy być bardzo ostrożnym.

Odpowiedź długa: Pojęcie masy jako miary bezwładności (masę bezwładną) wprowadził sir Izaak Newton. Ten sam Newton, formułując swoje prawo grawitacji, posługiwał się też pojęciem masy ciężkiej – ta zaś mierzy ilość materii. W fizyce klasycznej przyjmuje się, że masa bezwładna i masa ciężka są sobie równoważne – doświadczalnie (w warunkach ziemskiego pola grawitacyjnego) pokazał to Węgier, baron Roland Eötvös. Eksperyment Eötvösa był później, wraz z postępem technik eksperymentalnych, wielokrotnie powtarzany (innymi metodami rzecz jasna, ale z uwagi na wagę problemu eksperyment pokazujący klasyczną równoważność masy bezwładnej i ciężkiej tradycyjnie nazywa się „eksperymentem Eötvösa").

W fizyce relatywistycznej trzeba się zdecydować co przez masę rozumiemy. Zwróćmy uwagę, iż druga zasada dynamiki w sformułowaniu Newtona

$$F = ma \tag{2.14}$$

w teorii względności nie obowiązuje. Obowiązuje natomiast

$$F = \frac{dp}{dt} \tag{2.15}$$

(siła jest pochodną pędu) - na gruncie klasycznym 2.14 i 2.15 są oczywiście równoważne, jako że klasycznie

$$p = mv \tag{2.16}$$

a „masa jest stała". We wzorach 2.14, 2.15, 2.16 i następnych F, a, v, p należy rozumieć jako wektory w R^3. Z 2.15 widać, że prawdziwą miarą bezwładności jest pęd (trzeba zadziałać siłą, aby zmienić pęd). Masa relatywistyczna

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{2.17}$$

gdzie m_0 to „masa spoczynkowa", wprowadzana jest po to, aby na gruncie relatywistycznym obowiązywał wzór 2.16. Alternatywnie można zmienić definicję pędu

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{2.18}$$

Oczywiście 2.16 wraz z 2.17 są dokładnie równoważne 2.18, widać jednak, że w teorii względności *albo* zachowujemy definicję pędu 2.16 i zmieniamy masę, *albo* nie zmieniamy masy, ale zmieniamy definicję pędu. Co przemawia za tym drugim?

Po pierwsze, konstatacja, że to pęd jest prawdziwą miarą bezwładności: siłą trzeba działać i wtedy, gdy wartość prędkości rośnie – rośnie wówczas także „masa relatywistyczna" – i wtedy, gdy wartość prędkości nie rośnie („masa relatywistyczna" się nie zmienia), ale zmienia się jej kierunek. Co więcej, 2.18 określa przestrzenne składowe czterowektora czteropędu cząstki, czyli podstawowego obiektu, za pomocą którego opisuje się ruch w ramach teorii względności.

Po drugie, przyjęcie 2.18 jako definicji pędu jest zgodne z uznanym w klasycznej mechanice teoretycznej podejściem, zgodnie z którym pęd jest pochodną lagranżianu względem odpowiedniej współrzędnej.

Po trzecie jest wreszcie kwestia związku pomiędzy masą bezwładną a masą ciężką – i to właśnie jest źródłem licznych nieporozumień. Grawitację opisujemy poprzez ogólną teorię względności. W tej teorii źródłem pola grawitacyjnego jest tensor energii-pędu. W tensorze tym występuje masa spoczynkowa i składowe związane z pędem cząstki, nigdzie natomiast nie występuje „masa relatywistyczna", tymczasem bardzo wiele osób przypuszcza, że skoro „masa relatywistyczna rośnie", to odpowiednio będzie rosło pole grawitacyjne poruszającej się cząstki, opisywane nadal wzorem Newtona, tylko z „masą relatywistyczną" zamiast „masy" – to zaś jest po prostu nieprawda. Owszem, cząstki poruszające się wytwarzają inne pole grawitacyjne, ale nie można go opisywać wzorem Newtona; co więcej, tak naprawdę w ogólnej teorii względności wzór Newtona nie obowiązuje nawet w przypadku cząstek spoczywających (vide czarne dziury Schwarzschilda) – wzór Newtona jest tylko przybliżeniem w przypadku małych mas i małych prędkości. No ale skoro mamy małe prędkości, to „masa relatywistyczna" jest równa masie spoczynkowej. A zatem jeśli chcemy przyjąć koncepcję „masy relatywistycznej", to dodatkowo jesteśmy zmuszeni zerwać związek pomiędzy masą bezwładną a masą ciężką.

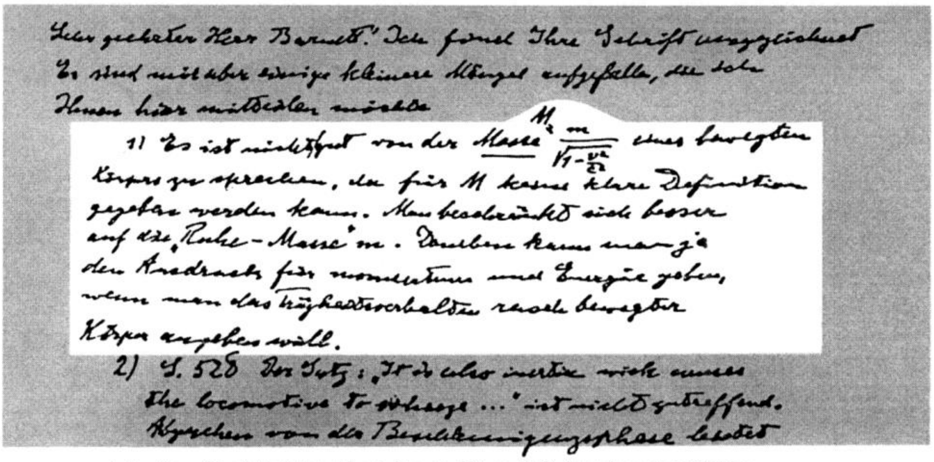
Rekapitulując: Mamy dwie możliwości

1. Przyjmujemy koncepcję masy relatywistycznej i wówczas
   - nie zmieniamy definicji pędu
   - zmieniamy definicję masy
   - tracimy związek pomiędzy masą bezwładną a masą ciężką
2. Zapominamy o masie relatywistycznej i wówczas
   - zmieniamy definicję pędu

- zgadzamy się, że masa mierzy „ilość materii”. Wówczas „masa” to *to samo*, co „masa spoczynkowa”
- musimy pamiętać, że dla dużych mas i/lub prędkości prawo grawitacji Newtona i tak nie obowiązuje.

Obie te konwencje są równie dobre, byle je konsekwentnie stosować. Widać jednak, że koncepcja „masy relatywistycznej” tak naprawdę niczego nowego nie wnosi, rodzi za to dużo zamieszania – dlatego też ja jestem przeciwnikiem używania tego terminu.

Przyjęcie konwencji drugiej pozwala także na związanie masy z kwadratem czteropędu P opisującego cząstkę: $m^2c^4 = P^2$. Jest to niezmiennik transformacji Lorentza.



Letter from Albert Einstein to Lincoln Barnett, 19 June 1948. Einstein wrote in German; the letter was typed and sent in English. The highlighted passage in this excerpt says: "It is not good to introduce the concept of the *mass* $M = m/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ of a moving body for which no clear definition can be given. It is better to introduce no other mass concept than the 'rest mass' *m*. Instead of introducing *M* it is better to mention the expression for the momentum and energy of a body in motion." (Reprinted by permission of the Hebrew University of Jerusalem, Israel.)

List od Alberta Einsteina do Lincolna Barnetta (*Physics Today*, June 1989)

Migotanie świata

Esej na konkurs „Fizyczne ścieżki"

Marek Pawlus

Klasa II e, IV Liceum Ogólnokształcące im. KEN w Bielsku-Białej

„Na początku było Słowo"[1] – powie Biblia. Na początku był Chaos"[2] – powie mitologia. „Na początku była fizyka" – powie uczony. Nie miejsce tu, a i pokora piszącego na to nie pozwala, by rozstrzygać odwieczny spór o początek świata. Ale piszący te słowa zastanawia się czasem, czy ten świat jest komodą o tysiącu szufladek, w których rozwijają się – oddzielone od siebie – dziedziny nauk, kierunki sztuki i myśli filozoficznej, czy też jest fascynującą plątaniną ścieżek ludzkiego umysłu, z której wyłania się Istnienie – otaczający nas świat, nasza historia, nasze tu i teraz, nasza przyszłość… Spróbujmy rozejrzeć się w poszukiwaniu odpowiedzi na postawione pytanie. Czy na przykład odkrycia fizyków miały jakikolwiek wpływ na – dajmy na to – literaturę?

Fizyka to słowo pochodzące z języka starogreckiego (gr. *physis*) i oznacza przyrodę[3]. Jest nauką przyrodniczą, która zajmuje się m.in. „badaniem ogólnych właściwości materii i zjawisk w niej zachodzących oraz wykrywaniem ogólnych praw, którym te zjawiska podlegają"[4]. Jest związana z innymi naukami przyrodniczymi, zwłaszcza z chemią. A teraz cofnijmy się daleko w głąb historii…

Od początku swojego istnienia na Ziemi człowiek interesował się otaczającym światem – obserwował zmiany pór roku, zmiany natury, co z czasem pozwoliło mu nieco się do niej dostosować. Minęło wiele tysiącleci obserwowania zjawisk przyrodniczych i zadumy nad nimi, aż nadeszła epoka starożytności, kiedy to zależnościami między elementami natury zajmowali się filozofowie[*]. Tak było aż do wieku XVI. Przełomu dokonał dopiero Mikołaj Kopernik – od jego obserwacji, pomiarów i eksperymentów fizyka jako nauka zaczęła się rozwijać samodzielnie – wtedy zyskała własny aparat pojęciowy i metody badawcze[5]. Wiek XIX to fizyczny boom, kontynuowany przez cały wiek XX aż do dziś.

---

[1] Ewangelia według św. Jana (J 1,1), w: *Biblia Tysiąclecia*, Wydawnictwo Pallotinum, Poznań–Warszawa 1980.

[2] J. Parandowski, *Mitologia*, Wydawnictwo Poznańskie, Poznań 1989.

[3] A.K. Wróblewski, *Historia fizyki*, w: *Dzieje nauki. Nauki przyrodnicze* i ścisłe, praca zbiorowa, Wydawnictwo Szkolne PWN, Warszawa–Bielsko-Biała 2011.

[4] Hasło *Fizyka*, w: *Słownik wyrazów obcych PWN*, http://www.swo.pwn.pl/haslo.php?id=8612

[*] Wśród nich można wymienić kilku tych wielkich, którzy stworzyli podwaliny naszego myślenia o Naturze. Nauka w czasach nowożytnych miała z czego czerpać.

[5] Hasło *Fizyka*, w: http://pl.wikipedia.org/wiki/Fizyka#Historia_fizyki

Ale zaraz – przypomni niecierpliwy czytelnik – miało być o korespondencji nauk. Będzie, będzie… Te kilka zdań tytułem wstępu historycznego na pewno się przyda.

Literatura od zarania zapisywała to, co pobudzało wyobraźnię człowieka. Jeden z najstarszych tekstów – sumeryjski epos o Gilgameszu – pokazuje wysiłki człowieka w zrozumieniu świata i przestworzy. Tytułowy bohater utworu, heros i król miasta Uruk, opowiada swój sen: „Matko, sen widziałem dziś w nocy! Wesół szedłem wśród innych mężów, zebrały się i lśniły gwiazdy na niebie. Wtem runęły na mnie zastępy Anu i treść Anu mnie przygniotła, wojownik z gwiazd.”[6] Z gwiazd blisko już do Księżyca – ten obserwowano od wieków i obrósł w symbole i znaczenia, zakwitł metaforami. Wokół pełni Księżyca koncentruje się cała akcja powieści rosyjskiego pisarza Michaiła Bułhakowa *Mistrz i Małgorzata*. Owo zjawisko astronomiczne to pierwsza pełnia wiosenna. Widok Księżyca jest ostatnim, jaki widzi ginący pod kołami tramwaju redaktor Berlioz („Raz jeszcze, po raz ostatni zamigotał księżyc, ale już pękający na kawałki, a potem nastała ciemność”[7]). W blasku Księżyca leci na miotle Małgorzata – tak zmierza na bal do Wolanda. Szatan również leciał – Małgorzacie wydawało się, że uzda jego konia to skręcone księżycowe promienie, końska grzywa – chmura, a ostrogi jeźdźca – to gwiazdy.

Spieszę wyjaśnić w tym miejscu, dlaczego piszę o astronomii. Przytoczę zdanie, które zainteresowało mnie, kiedy poszukiwałem informacji o tej dziedzinie nauki: „Astronomia jest nauką zajmującą się badaniami ciał niebieskich, przestrzeni kosmicznej i Wszechświata jako całości. Najważniejszy dział astronomii, astrofizyka, może być z równym powodzeniem uważany za dział fizyki. Fakt, że najczęściej wiąże się ją z astronomią, wynika stąd, iż astronomia i astrofizyka posługują się tą samą metodą uzyskiwania informacji o badanych obiektach. Dla fizyki podstawowym źródłem wiedzy jest doświadczenie, dla astronomii ze zrozumiałych względów – obserwacja. Zasadnicza różnica między doświadczeniem a obserwacją polega na tym, że doświadczenie można powtarzać w różnym czasie i miejscu, zmieniając warunki i stosowane metody. Obserwacje najczęściej są niepowtarzalne, a przebieg obserwowanych zjawisk zupełnie nie zależy od badacza”[8]. Blisko więc od gwiazd do literatury.

Nauki przyrodnicze były dla artystów niewyczerpanym źródłem inspiracji. W epoce renesansu tworzył Leonardo da Vinci – włoski artysta i badacz natury. Spod jego ręki wyszły nie tylko fantastyczne obrazy (jako malarz obserwował grę chmur, wody, światła i cienia – między innymi z tych fascynacji zrodziło się genialne malarstwo podziwiane do dziś w galeriach na całym świecie), ale także

[6] *Gilgamesz, epos starożytnego Dwurzecza*, rekonstrukcja i przekład R. Stiller, Państwowy Instytut Wydawniczy, Warszawa 1980.

[7] M. Bułhakow, *Mistrz i Małgorzata*, przeł. I. Lewandowska, W. Dąbrowski, Warszawskie Wydawnictwo Literackie Muza, Warszawa 2002.

[8] J. Domański, *Domowe zadania doświadczalne z fizyki*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1999.

szkice techniczne, które wtedy uważano za fantastyczne. Były to rysunki urządzeń wojskowych oraz maszyn latających. Da Vinci był świadomy ograniczeń związanych z realizacją tych projektów. Nieustannie obserwował ptaki, badał zagadnienia związane z aerodynamiką i budową skrzydeł – swoje spostrzeżenia zabrał w *Traktacie o locie ptaków*, który spisał na przełomie XV i XVI wieku (zob. ilustracja 1).

Ilustracja 1. Szkice Leonarda da Vinci z Traktatu o locie ptaków (przełom XV i XVI wieku)

Niezwykle interesujący był jego projekt maszyny latającej (zob. ilustracja 2), jednak ówczesne możliwości techniczne nie pozwalały na urzeczywistnienie marzeń genialnego twórcy. Kilkaset lat później, w 1903 roku, bracia Wright oswoili przestrzeń (zob. ilustracja 3).

Ilustracja 2. Projekt maszyny latającej autorstwa Leonarda da Vinci (ok. 1505 r.)

Ilustracja 3. Samolot braci Wrihgt wylądował bezpiecznie…

I my wróćmy na Ziemię, cofając się w czasie o około sto lat, kiedy to w roku 1818 Mary W. Shelley, autorka doby romantyzmu, wydała książkę. *Frankenstein, czyli współczesny Prometeusz*, bo taki owa książka nosiła tytuł, uważa się dziś za pierwszą powieść *science fiction*. Adaptacje literackie i filmowe skupiające się na grozie tej historii, wypaczają nieco wymowę dzieła Shelley. Najważniejsze jest to, że inspiracją dla pisarki było nie tylko raczenie się opowieściami grozy w deszczowe chłodne lato, ale eksperyment Giovanniego Aldiniego – włoskiego fizyka i badacza elektryczności, który chciał wiedzieć, jak elektryczność działa na organizmy ludzi i zwierząt. Najpierw raził prądem mięśnie żaby, aby wkrótce organizować pokazy traktowania prądem zmarłych (naturalnie lub w wyniku wymierzenia kary śmierci). Były też próby podejmowane na żyjących, ale to temat na zupełnie inną historię…[9]

Pod koniec XIX wieku rozkwitła proza – po okresie romantycznej poezji pojawiały się nowele, powieści i opowiadania. Wiek nowoczesności, rozwój przemysłu i hasła pracy u podstaw spowodowały, że nauka znalazła swoje miejsce na kartach książek.

Jednym z czołowych twórców zainteresowanych nauką, a jednocześnie twórców-wizjonerów był francuski pisarz Juliusz Verne. Szukał klucza do wyjaśnienia zagadek otaczającego świata, a stojąc przed jego tajemnicami, tworzył futurystyczne wizje. Stawiał pytania i dawał na nie odpowiedzi. Ciekawa jest wypowiedź Verne'a na temat twórczości Herberta George'a Wellesa, autora *Wehikułu czasu*: „Przesłano mi jego książki i przeczytałem je. (…) Wydaje mi się, że jego opowieści nie opierają się zbytnio na naukowych podstawach. (…) Ja posługuję się fizyką. On fantazjuje. Ja wylatuję na Księżyc w pocisku artyleryjskim, wystrzelonym z działa. Tu nie ma żadnej fantazji. On się udaje na Marsa w pojeździe kosmicznym, który konstruuje z metalu niepoddającym się prawu ciążenia. To bardzo pięknie. (…) – ale pokażcie mi taki metal. Niech go dostarczy"[10]. Sceptyczny pisarz czasami sam snuł futurystyczne wizje, o czym świadczy jego wypowiedź z 1874 roku: „Wierzę, że pewnego dnia woda zostanie wykorzystana jako paliwo, a wodór i tlen – z których się składa – użyte razem lub osobno, staną się niewyczerpalnym źródłem ciepła i światła o wydajności, jakiej węgiel nie jest w stanie zapewnić. Wierzę, że gdy zasoby węgla się wyczerpią, powinniśmy opalać i ogrzewać wodą. W przyszłości woda zastąpi węgiel"[11]. Pracujemy nad tym, panie Verne…

Wspomniana powieść Wellesa *Wehikuł czasu* to śmiała wizja podróżowania w czasie. Wbrew przyzwyczajeniu, że człowiek może się poruszać w przód, w tył, do góry i na dół, Podróżnik w Czasie konstruuje maszynę, która może przenosić rzeczy lub ludzi w przeszłość lub w przyszłość (zob. ilustracja 4).

---

[9] Więcej o Giovannim Aldinim – zob.: http://pl.wikipedia.org/wiki/Giovanni_Aldini

[10] Cyt. za: J.K. Palczewski, *Wstęp*, do: H.G. Welles, *Wehikuł czasu*, przeł. F. Wermiński, BN II, 216, Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław 1985.

[11] Tamże.

Póki nie udowodniono, że jest to niemożliwe, warto mieć nadzieję, że przemieszczanie się w czasie jest jedynie kwestią… czasu.

Ilustracja 4. W 2002 roku Simon Wells wyreżyserował film *Wehikuł czasu* na podstawie powieści Herberta George'a Wellesa o tym samym tytule

Przy okazji powieści XIX-wiecznej nie można nie napisać o Stanisławie Wokulskim, bohaterze powieści Bolesława Prusa *Lalka*. To postać złożona, niejednoznaczna. Można go lubić, można nie znosić. Co tu robi w kontekście fizyki? Przenieśmy się do XIX-wiecznego Paryża, do którego nasz bohater wyjechał, niepewny swoich uczuć do Izabeli. Udał się do francuskiego fizyka i chemika profesora Geista, który całe życie poświęcił idei stworzenia metalu lżejszego od powietrza. Geist odsunął się od społeczeństwa, które okrzyknęło go wariatem i heretykiem. Marzył, by jego odkrycia pomagały ludzkości. Wokulski, początkowo sceptyczny, z czasem zobaczył w profesorze bratnią duszę. Mimo to nie został w Paryżu, gdzie razem z Geistem mógł realizować swoje marzenia. Na drogę powrotną Geist podarował Stanisławowi medalion z tajemniczym metalem.

Co zrobiliśmy z marzeniem Geista? Jak daleko nam do niego? Lub – jak blisko? Na stronie internetowej PGS Software (firmy zajmującej się tworzeniem oprogramowania i aplikacji) w ciekawym artykule pt. *Najlżejszy materiał świata* możemy przeczytać: „Mniszek lekarski, roślina powszechnie znana jako dmuchawiec, pokrywająca latem niemal każdą zieloną powierzchnię, gubi nasiona przy najlżejszym podmuchu wiatru. Naukowcy wynaleźli materiał, który ułożony na czubku delikatnej konstrukcji owocostanu, nie zniszczy go. Najlżejszy materiał świata waży tak mało, że w porównaniu do niego, ciężkim wydaje się nawet styropian. Przy wykorzystaniu innowacyjnej metody produkcji rozwijanej przez dr. Alana Jacobsena, zespół naukowców stworzył materiał o gęstości 0,9 mg na centymetr sześcienny. Powstał on w wyniku współpracy laboratorium HRL, California Institute of Technology i University of California. Najlżejszy materiał świata składa się w 99,99 procentach otwartej przestrzeni. Tylko 0,01 procenta to realne ciało stałe”[12]. Wyobraźnia (literatura) wyprzedziła naukę…

Feerię nawiązań do fizyki, maszyn, konstrukcji spotykamy u nieżyjącego już współczesnego pisarza Stanisława Lema. W zbiorze opowiadań *Cyberiada*, w utworze *Jak ocalał świat* czytamy kultową już scenę, w której konstruktor Trurl chwali się skonstruowaną przez siebie maszyną, potrafiącą robić wszystko na literę N. Kiedy zazdrosny o osiągnięcia Trurla Klapaucjusz nakazuje maszynie zrobić Nic, ta zaczyna unicestwiać otaczający świat.

A my, współcześni, nieuważni na te ostrzeżenia, uparcie ponawiamy próby utworzenia sztucznej inteligencji. Oczywiście nic w tym dziwnego, że fascynują nas myślące roboty. Ale uważajmy na maszyny, uważajmy…

Przedmiotem ponadczasowym, wykorzystywanym w literaturze, malarstwie (zob. ilustracja 5) i życiu codziennym są lustra. Jak mówi definicja, zwierciadło to „gładko wypolerowana, najczęściej posrebrzana powierzchnia różnego kształtu (płaska, zakrzywiona – wklęsła lub wypukła), regularnie odbijająca promienie świetlne”[13**]. Po prostu. Ale literatura nadaje zwierciadłom inne znaczenie. Lustro z reguły mówi prawdę o człowieku, który się w nim przegląda. Potrafi odróżnić wroga od przyjaciela – w *Opowieściach kanterberyjskich* Geoffreya Chaucera. W baśni Hansa Christiana Andersena *Królowa Śniegu* okruchy rozbitego lustra zamieniają serce Kaja w lód. Potrafi też być lustro dowodem na ludzką próżność, jak w ludowej baśni niemieckiej *Królewna Śnieżka*, spisanej i opublikowanej przez braci Grimm, w której zła królowa pyta zwierciadło, kto jest najpiękniejszy na świecie…[14]. Mimo tak zróżnicowanej symboliki lustra trudno nam się dziś bez niego obejść. Mamy je w samochodzie, w łazience, w aparatach fotograficznych i mikroskopach. Zwierciadła wklęsłe, wypukłe,

Ilustracja 5. Wypukłe lustro – fragment obrazu Małżeństwo Arnolfinich niderlandzkiego malarza Jana van Eycka (rok 1434)

[12] Cyt. za: http://tech.pgs-soft.com/2011/11/22/najlzejszy-material-swiata/

[13] Hasło *Zwierciadło*, w: *Mały ilustrowany leksykon PWN*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997.

[**] Ilustracja 5 to jeden z mnogości przykładów na funkcję zwierciadła w malarstwie. Motyw ten był przez malarzy często używany w różnych konstelacjach i znaczeniach.

[14] Więcej o motywie lustra zob.: http://www.profesor.pl/publikacja,22515,Konspekty,Motyw-lustra-zwierciadla-w-literaturze-sztuce-i-wierzeniach-ludowych

lustra zwykłe i weneckie (przydają się psychologom i policji). Tak właśnie czerpiemy z fizyki – w wyobraźni i w rzeczywistości.

[…] Świat jest przenikaniem się kultur, nauk, sztuki i życia codziennego. Dziedziny te polaryzują, migoczą, są dowodem na spójność i piękno otaczającego świata. Mało, zbyt mało jest w szkolnym nauczaniu tego piękna. Lekcja fizyki. Lekcja chemii. Lekcja polskiego. Lekcja wiedzy o kulturze. Osobno. Tu i ówdzie krótkie, pospieszne wycieczki w stronę tego, co w nauce najważniejsze – że ścieżki nauk łączą się ze sobą, krzyżują i przenikają. Warto jednak znaleźć w sobie tę ciekawość, żeby szybką wycieczkę przekształcić – już na własną rękę – w przygodę odkrywcy. A do tego potrzebne są książki, filmy, galerie, muzyka, teatr. I radość, i pasja podążania krętymi ścieżkami nauk i determinacja, żeby znaleźć na to czas, i wiara w to, że nie będzie to czas zmarnowany.

Bibliografia

- *Biblia Tysiąclecia*, Wydawnictwo Pallotinum, Poznań–Warszawa 1980
- Bułhakow M., *Mistrz i Małgorzata*, przeł. I. Lewandowska, W. Dąbrowski, Warszawskie Wydawnictwo Literackie Muza, Warszawa 2002
- Domański J., *Domowe zadania doświadczalne z fizyki*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1999
- *Dzieje nauki. Nauki przyrodnicze* i ścisłe, praca zbiorowa, Wydawnictwo Szkolne PWN, Warszawa–Bielsko-Biała 2011
- *Gilgamesz, epos starożytnego Dwurzecza*, rekonstrukcja i przeł. R. Stiller, Państwowy Instytut Wydawniczy, Warszawa 1980
- Jaffe D., *Niezwykłe kobiety. Od nalewki z szafranu do latających maszyn*, przeł. J. Sawicka, Wydawnictwo Muza, Warszawa 2007.
- *Mały ilustrowany leksykon PWN*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997
- Palczewski J.K., *Wstęp*, do: Welles H.G., *Wehikuł czasu*, przeł. F. Wermiński, BN II, 216, Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wrocław 1985
- Parandowski J., *Mitologia*, Wydawnictwo Poznańskie, Poznań 1989

Netografia

- http://tech.pgs-soft.com/2011/11/22/najlzejszy-material-swiata/
- http://www.profesor.pl/publikacja,22515,Konspekty,Motyw-lustra-zwierciadla-w-literaturze-sztuce-i-wierzeniach-ludowych
- http://www.swo.pwn.pl/haslo.php?id=8612
- http://pl.wikipedia.org/wiki/Giovanni_Aldini
- http://pl.wikipedia.org/wiki/Fizyka#Historia_fizyki

Źródła ilustracji

1. http://images.wikia.com/nauka/pl/images/9/96/Rysunki_ptak%C3%B3w_Leonarda.JPG
2. http://malarstwo.awardspace.info/obraz-1037.php
3. http://www.gram.pl/artykul/2007/12/21/ace-combat-6-historia-awiacji.shtml
4. http://www.filmmusic.pl/index.php?act=recki&id=57
5. http://cudaswiata.archeowiesci.pl/2008/02/jan-van-eyck-zaslubiny-arnolfinich/

Pływanie ciał w wirującej cieczy – akcelerometr

Bogdan Bogacz, Renata Gargula, Andrzej Fudyma
Pracownia Technicznych Środków Nauczania
Zakład Metodyki Nauczania i Metodologii Fizyki, Instytut Fizyki UJ

I. Uogólnione prawo Archimedesa

Zachowanie ciał zanurzonych w wirującym płynie może być zaskakujące. Aby przygotować się do zrozumienia takich zachowań uogólnimy prawo Archimedesa [1]. Rozpatrzymy siły działające na ciało o objętości V i gęstości ρ zanurzone w płynie o gęstości ρ_0, poruszającym się wraz z tym ciałem z przyspieszeniem $\vec{a}$. Rozważania będziemy prowadzić z punku widzenia nieinercjalnego układu odniesienia poruszającego się wraz z płynem. W takim układzie odniesienia na ciało, oprócz siły ciężkości

$$\vec{F}_g = \rho V \vec{g} \tag{1}$$

($\vec{g}$ jest przyspieszeniem ziemskim), działa siła bezwładności

$$\vec{F}_b = -\rho V \vec{a} \tag{2}$$

i siła $\vec{F}_w$ będąca konsekwencją działania płynu, w którym ciało jest zanurzone, na powierzchnię ciała, nazywana siłą wyporu. Siła ta nie zmieni się, jeżeli zanurzone ciało zamienimy na inne o tym samym kształcie i objętości, umieszczone w tym samym miejscu. Korzystając z tego, że dla całkowicie zanurzonego ciała, zbudowanego z materiału takiego samego jak otaczający ośrodek, czyli płynu o gęstości ρ_0, układ pozostaje w równowadze

$$\vec{F}_g + \vec{F}_b + \vec{F}_w = \rho_0 V \vec{g} - \rho_0 V \vec{a} + \vec{F}_w = 0 \tag{3}$$

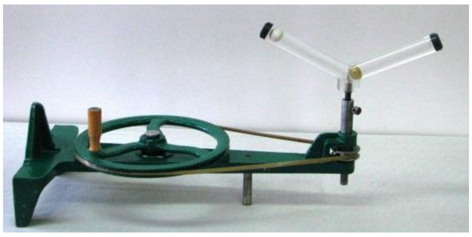
możemy obliczyć siłę wyporu $\vec{F}_w$ [1]. Siła ta ma wartość i kierunek sumy siły ciężkości i siły bezwładności, działających na płyn o objętości zanurzonego w nim ciała, ale ma przeciwny zwrot.

$$\vec{F}_w = \rho_0 V(-\vec{g} + \vec{a}) \tag{4}$$

Siła wypadkowa działająca na ciało o gęstości ρ, całkowicie zanurzone w płynie o gęstości ρ_0, opisana jest wzorem

$$\vec{F} = (\rho_0 - \rho) V(-\vec{g} + \vec{a}) \tag{5}$$

II. Zachowanie ciał zanurzonych w wirującym płynie



Rys. 1. V-rurka zamontowana na wirownicy

Aby sprawdzić eksperymentalnie, jak zachowują się ciała zanurzone w płynie podczas wirowania [1, 2], wykorzystana została V-rurka zamontowana na wirownicy (rys. 1). W jednym z jej wypełnionych wodą i szczelnie zamkniętych ramion umieszczono kulkę ze styropianu (o gęstości mniejszej niż gęstość wody), a w drugim kulkę ze sztucznego tworzywa (o gęstości większej niż gęstość wody). Rurkę wprawiono w ruch obrotowy stopniowo zwiększając prędkość wirowania i obserwując zachowanie kulek.

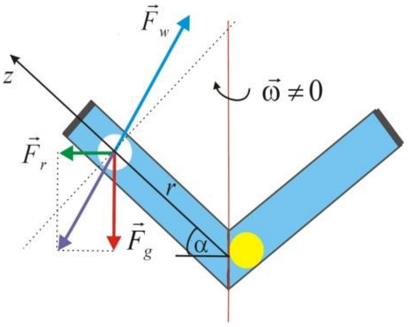
Zaobserwowano, że:

- gdy prędkość wirowania osiąga pewną wartość, styropianowa kulka (biała) zaczyna przesuwać się w kierunku osi obrotu,
- przesunięcie tej kulki, a więc również jej głębokość zanurzenia, rośnie, gdy rośnie prędkość kątowa wirowania,
- gdy biała, lekka kulka dotrze do samego dna, wtedy zaczyna wypływać ciężka kulka (ze sztucznego tworzywa) i szybko przesuwa się do góry, aż do korka, bez konieczności dalszego zwiększania prędkości wirowania.

W celu opisania i zrozumienia zachowania kulki rozpatrzymy siły działające na nią w nieinercjalnym układzie odniesienia związanym z tą kulką. Kulka o objętości V i gęstości ρ umieszczona jest w rurce z wodą (o gęstości ρ_0) obracającą się z częstością $\vec{\omega}$, w odległości r od środka układu (rys. 2). Rurka jest nachylona pod kątem α względem poziomu.

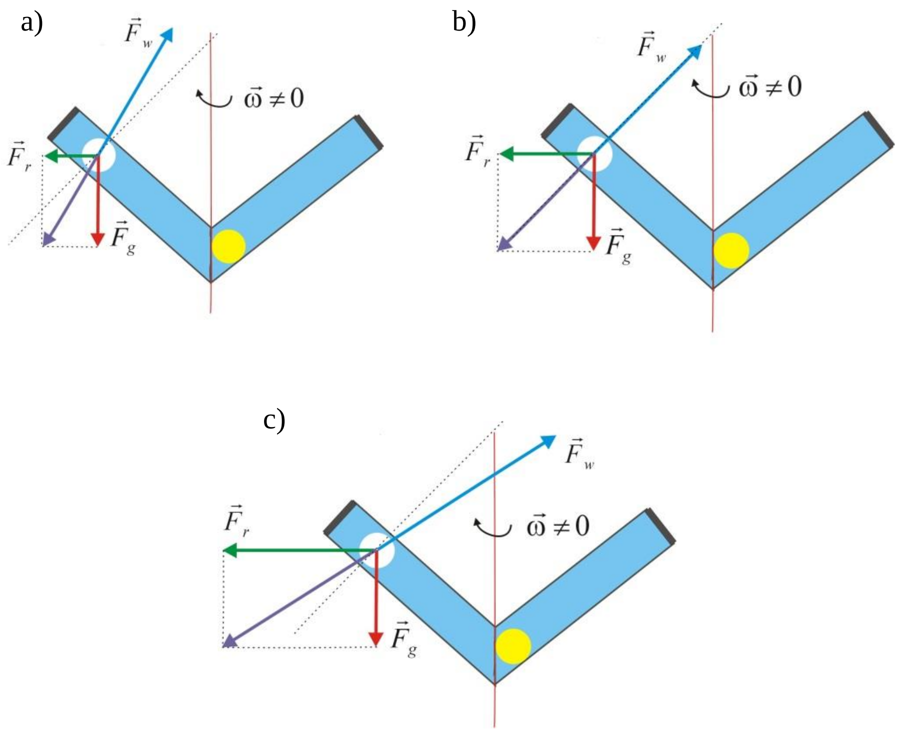
Na kulkę działają:

- siła grawitacji $\vec{F}_g = \rho V \vec{g}$,
- siła bezwładności (tutaj jest nią siła odśrodkowa) $\vec{F}_r = \rho V \vec{a}_r$ ($\vec{a}_r$ przyspieszenie odśrodkowe), pozioma, o zwrocie skierowanym „na zewnątrz" od osi obrotu i o wartości $F_r = m\omega^2 r\cos\alpha$, gdzie $r\cos\alpha$ jest odległością kulki od osi obrotu,
- siła wyporu $\vec{F}_w = -\rho_0 V(\vec{g} + \vec{a}_r)$



Rys. 2. Siły działające na kulkę zanurzoną w cieczy w wirującej rurce

Zgodnie z uogólnionym prawem Archimedesa [1] kierunek siły wyporu jest określony przez wypadkowe przyspieszenie występujące w układzie związanym z kulką ($\vec{g}+\vec{a}_r$), a więc również przez wypadkową siły ciężkości $\vec{F}_g$ i siły odśrodkowej $\vec{F}_r$ (rys. 2). W konsekwencji jest to również kierunek siły wypadkowej $\vec{F}=\vec{F}_g+\vec{F}_r+\vec{F}_w$ wszystkich trzech rozważanych sił.



Rys. 3. Biała kulka a) wypływa, b) jest w pozycji równowagi, c) tonie

Ustawienie rurki pod pewnym kątem względem poziomu umożliwia obserwację konkurencji między siłą ciężkości i siłą odśrodkową działającą na kulkę. Wraz ze wzrostem prędkości kątowej (częstości) wirowania rośnie siła odśrodkowa $\vec{F}_r$. W konsekwencji kierunek siły wyporu $\vec{F}_w$ (i siły wypadkowej $\vec{F}$) odchyla się od kierunku pionowego (dla $\omega=0$) i dąży do kierunku poziomego dla bardzo dużych częstości (rys. 3). Ustawienie tego kierunku względem normalnej do rurki decyduje o zachowaniu się kulki. Od tego ustawienia zależy zwrot składowej siły wypadkowej działającej wzdłuż rurki. Dla kulki lekkiej $\left|\vec{F}_w\right|>\left|\vec{F}_g+\vec{F}_r\right|$ siła wypadkowa $\vec{F}$ ma zwrot siły wyporu $\vec{F}_w$. Wtedy przy małych prędkościach obrotu składowa siły wypadkowej działającej wzdłuż rurki ma zwrot na zewnątrz (kulka wypływa, *r* rośnie), przy pewnej częstości obrotów siła wyporu jest prostopadła do rurki – kulka znajduje się w położeniu równowagi, a przy dużych częstościach ma zwrot do wewnątrz (kulka tonie, *r* maleje).

III. Matematyczny opis zjawiska

Matematycznego opisu zjawiska dokonamy wyznaczając siłę wypadkową działającą na kulkę wzdłuż osi rurki (rys. 4, oś z). Składowe sił prostopadłe do osi rurki są równoważone poprzez oddziaływanie ze ściankami. Będziemy sumowali składowe równoległe do osi *z* dla trzech sił działających na kulkę:

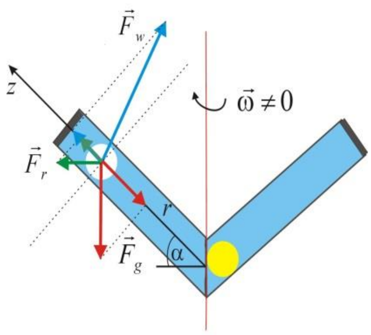
– siły grawitacji

$$F_{gz} = \rho V g_z = -\rho V g \sin\alpha\,, \tag{6}$$

– siły odśrodkowej

$$F_{rz} = F_r \cos\alpha = \rho V a_{rz} = \rho V \omega^2 r \cos^2\alpha \tag{7}$$

– i siły wyporu



Rys. 4. Składowe sił wzdłuż osi z

$$F_{wz} = \rho_0 V(-g_z - a_{rz}) = \rho_0 V\left(g\sin\alpha - \omega^2 r\cos^2\alpha\right). \tag{8}$$

Działająca na kulkę siła wyporu zależy od jej odległości od początku układu *r* (rys. 4) i od prędkości kątowej $\vec{\omega}$ wirownicy. Jeżeli $g\sin\alpha > \omega^2 r\cos^2\alpha$ wówczas zwrot siły wyporu skierowany jest zgodnie z osią *z* (rys. 3a), natomiast, gdy $g\sin\alpha < \omega^2 r\cos^2\alpha$ wówczas zwrot siły wyporu jest skierowany do środka układu (rys. 3c).

Wypadkowa siła działająca na kulkę wzdłuż osi z jest równa

$$F_z = (\rho_0 - \rho)V\left(g\sin\alpha - \omega^2 r\cos^2\alpha\right). \tag{9}$$

1. Analiza zachowania kulki lekkiej

Z wyrażenia na siłę wypadkową (wzór 9) wynika, że jeżeli $\rho_0 > \rho$ (gęstość cieczy jest większa od gęstości piłeczki) to wartość wyrażenia w pierwszym nawiasie jest dodatnia i:

a. jeżeli $g\sin\alpha > \omega^2 r\cos^2\alpha$ (częstość wirowania jest odpowiednio mała), to wartość wyrażenia w drugim nawiasie jest dodatnia i wówczas wypadkowa siła działająca na kulkę ma wartość dodatnią, a więc zwrócona jest „na zewnątrz”, zgodnie ze zwrotem osi *z*. Kulka przesuwa się na zewnątrz aż do znalezienia położenia równowagi lub dotarcia do końca rurki (rys. 3b lub 3a).

b. jeżeli $g\sin\alpha < \omega^2 r\cos^2\alpha$ (częstość wirowania jest duża), to wartość wyrażenia w drugim nawiasie jest ujemna i wypadkowa siła działająca na kulkę jest zwrócona do środka układu. W tym przypadku kulka porusza się w kierunku środka układu (rys. 3c).

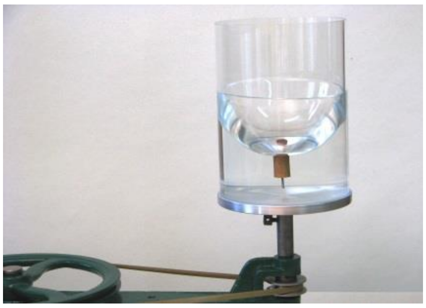
c. aby kulka była w równowadze siła wypadkowa musi być równa zero $F = 0$ (rys. 3b), czyli $(g\sin\alpha - \omega^2 r\cos^2\alpha) = 0$.

Wzór 9 określa również rodzaj równowagi, czy jest ona trwała czy nietrwała. Dla danej wartości ω, jeżeli kulka wychyli się z położenia równowagi (zwiększy r), to wyrażenie w drugim nawiasie będzie miało wartość ujemną, a to oznacza, że powstała wypadkowa siła będzie miała zwrot skierowany do położenia równowagi i spowoduje, że kulka wróci do tego położenia. Jeżeli kulka wychyli się z położenia równowagi w przeciwnym kierunku, zmniejszy r, to wyrażenie w nawiasie będzie miało wartość dodatnią, a to oznacza, że powstała wypadkowa siła będzie miała również zwrot skierowany do położenia równowagi i spowoduje, że kulka wróci do niego. Zatem kulka znajduje się w położeniu równowagi trwałej. Dla dowolnej wartości r istnieje taka wartość ω, dla której kulka będzie w równowadze trwałej.

2. Analiza zachowania kulki ciężkiej

Z wyrażenia na siłę wypadkową (wzór 9) wynika, że jeżeli $\rho_0 < \rho$ (gęstość cieczy jest mniejsza od gęstości piłeczki), to wartość wyrażenia w pierwszym nawiasie ma wartość ujemną. W związku z tym kulka ciężka zachowuje się przeciwnie niż kulka lekka (pierwszy przypadek); dla małych częstości obrotów przesuwa się do środka układu (r maleje), a dla dużych na zewnątrz (r rośnie). Położenia równowagi są takie same jak dla kulki lekkiej (ten sam warunek równowagi) jednak dla kulki ciężkiej są to położenia równowagi nietrwałej. Na kulkę wychyloną z położenia równowagi działa siła o przeciwnym niż w pierwszym przypadku zwrocie, czyli skierowana od położenia równowagi. Kulka wychylona z położenia równowagi już do niego nie wraca.

Omówione zjawisko pozwala zrozumieć, dlaczego pływające obiekty (np. człowiek) są wciągane do środka wiru (rys. 5).



Rys. 5. Drewniany pływak wciągany do środka wiru

IV. Akcelerometr

Podczas stopniowego zwiększania częstości wirowania ω, od pewnego momentu, lekka, styropianowa kulka zaczyna przemieszczać się w kierunku środka układu (r maleje). Jej położenie określone jest warunkiem równowagi

$$(g\sin\alpha - \omega^2 r\cos^2\alpha) = 0 \tag{10}$$

a więc przyspieszenie odśrodkowe, jakiemu podlega kulka w położeniu równowagi określone jest wzorem

$$a_r = \omega^2 r\cos\alpha = g\cdot\mathrm{tg}\alpha \tag{11}$$

Nie zależy ono od r, a więc w każdym położeniu równowagi przyspieszenie działające na kulkę jest takie samo. Za to położenie kulki r w jednoznaczny sposób wyznacza częstość wirowania

$$\omega^2\cos\alpha = \frac{g}{r}\mathrm{tg}\alpha\,, \tag{12}$$

a tym samym przyspieszenie, jakiemu podlega koniec rurki. Przyspieszenie działające na końcu rurki w odległości R od środka układu, ma wartość: $a_R = \omega^2 R\cos\alpha$ i kierunek poziomy. Korzystając z wyznaczonej przez warunek równowagi częstości wirowania ω (wzór 12) otrzymujemy

$$a_R = g\frac{R}{r}\mathrm{tg}\alpha \tag{13}$$

Jeżeli piłeczka znajduje położenie równowagi w pozycji r to dla:

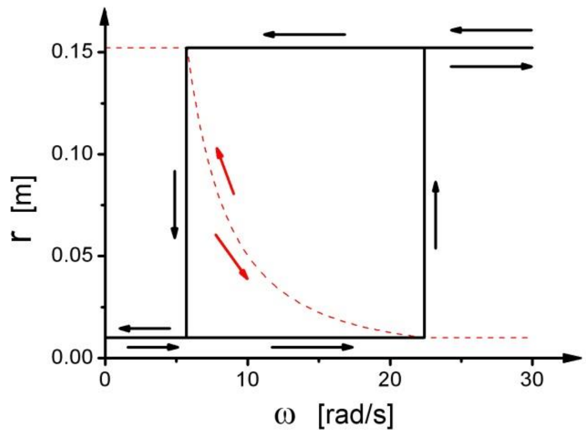
- $r = R,\ a_R = g\cdot\mathrm{tg}\alpha$,
- $r = \frac{1}{2}R,\ a_R = 2g\cdot\mathrm{tg}\alpha$,
- $r = \frac{1}{4}R,\ a_R = 4g\cdot\mathrm{tg}\alpha$ itd.

W ten sposób możemy wyskalować nasz przyrząd – akcelerometr. Odległość r kulki od początku układu określa wartość przyspieszenia odśrodkowego końca rurki.

V. Zjawisko histerezy

Wraz ze zwiększaniem częstości wirowania ω lekka, styropianowa kulka przemieszcza się w kierunku środka układu (r maleje) rys. 6. Gdy dotrze do dna rurki, ciężka kulka szybko przesuwa się do samej góry rurki. Jeżeli następnie częstość wirowania maleje to lekka kulka przesuwa się stopniowo do góry.

Ciężka kulka pozostaje w położeniu górnym, aż do osiągnięcia tego położenia przez kulkę lekką. Wtedy ciężka kulka przemieszcza się szybko do położenia dolnego. Prezentowany układ może więc być wykorzystany również do pokazania makroskopowego zjawiska histerezy.



Rys. 6. Zależności położenia kulek od częstości wirowania: lekka kulka – linia przerywana, ciężka kulka – linia ciągła

Literatura

[1] Johannes A. Van den Akker, *Generalized Archimedes' principle*, Am. J. Phys. 58(1990)1106–1108

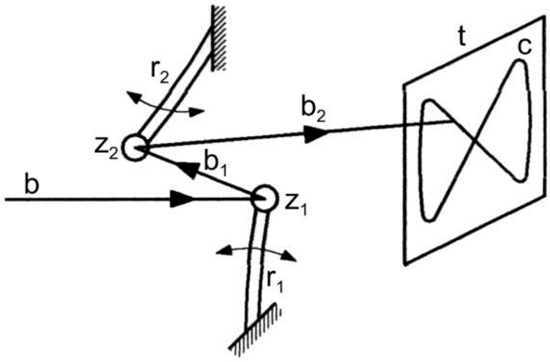
[2] C. Pontiggia, A. Marciano and E. Piano, *Gravitational field and accelerated frame: A simple apparatus*, Am. J. Phys. 53(1985) 915–916

Badanie uogólnionych figur Lissajous

Stanisław Bednarek
Uniwersytet Łódzki

Wstęp

Badanie figur Lissajous umożliwia zapoznanie z bardzo ważną dla fizyki zasadą superpozycji. Znany układ mechaniczny do badania figur Lissajous przedstawiony jest schematycznie na rys. 1. Układ ten składa się z dwóch sprężystych taśm r_1, r_2, ustawionych prostopadle do siebie. Taśmami mogą być np. brzeszczoty piłek do metalu. Jeden koniec każdej taśmy jest nieruchomy. Na niezamocowanych końcach taśm umieszczone są małe zwierciadła z_1, z_2. Końce taśm ze zwierciadłami odchyla się od położenia równowagi i puszcza swobodnie. W wyniku tego zwierciadła zostają wprawione w drgania. Wejściowa wiązka światła b, odbija się od drgającego zwierciadła z_1 i porusza jako wiązka b_1. Następnie wiązka b_1 pada na drgające zwierciadło z_2 i po odbiciu od niego biegnie dalej, jako wiązka wyjściowa b_2, która kreśli figury Lissajous c na ekranie t. Układy zbudowane według (opracowanego przez autora artykułu) i podanego na rys. 1 schematu, można znaleźć w licznych publikacjach, np. [1–3]. Istotnymi wadami tych układów są szybkie zmniejszanie się amplitudy drgań oraz trudna kontrola ich częstotliwości i różnicy faz. Te same wady wykazują też inne znane układy mechaniczne, np. z wahadłami podwójnymi o zmiennej długości na zawieszeniu bifilarnym [4].

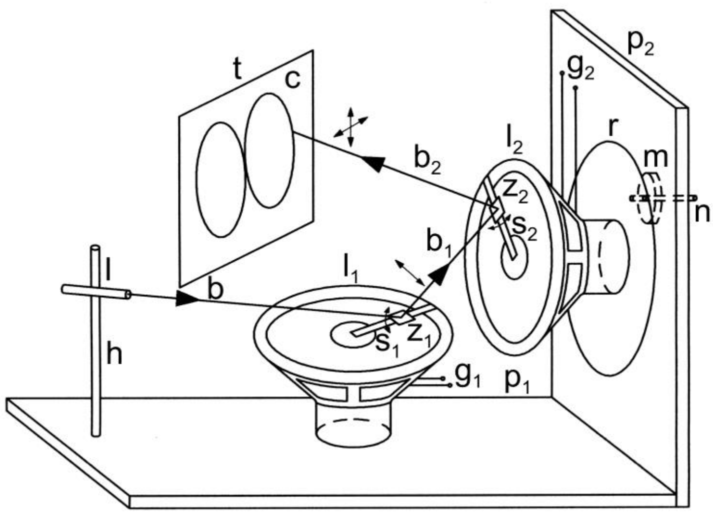


Rys. 1. Budowa znanego układu do badania figur Lissajous; r_1, r_2 – sprężyste taśmy, z_1, z_2 – małe zwierciadła, b – początkowa wiązka światła, b_1 – wiązka odbita od zwierciadła z_1, b_2 – wiązka odbita od zwierciadła z_2, t – ekran, c – figura Lissajous

Celem tego artykułu jest przedstawienie własnej konstrukcji przyrządu, który pozwala na utrzymanie stałej amplitudy oraz precyzyjną regulację częstotliwości i różnicy faz drgań składowych. Przyrząd ten umożliwia również osiąga-nie wysokich częstotliwości drgań składowych, sięgających 320 Hz. Pozwala to otrzymać stabilne obrazy skomplikowanych figur Lissajous o małych różnicach częstotliwości i ustalonej różnicy faz. Przyrząd pozwala też na składanie drgań, zachodzących w dowolnych kierunkach. Dla ukośnych kierunków drgań otrzymuje się bardziej złożone przypadki figur Lissajous, które można nazwać uogólnionymi figurami Lissajous. Opisane możliwości zostały osiągnięte dzięki zastosowaniu dwóch specjalnie zaadaptowanych, niskotonowych głośników elektrodynamicznych, które wprawiają w drgania zwierciadła, połączone z ich membranami. Ruch tych zwierciadeł jest precyzyjnie kontrolowany za pomocą sygnałów elektrycznych, wytwarzanych przez generatory zasilające głośniki. Wyprowadzone też zostaną wzory opisujące uogólnione figury Lissajous.

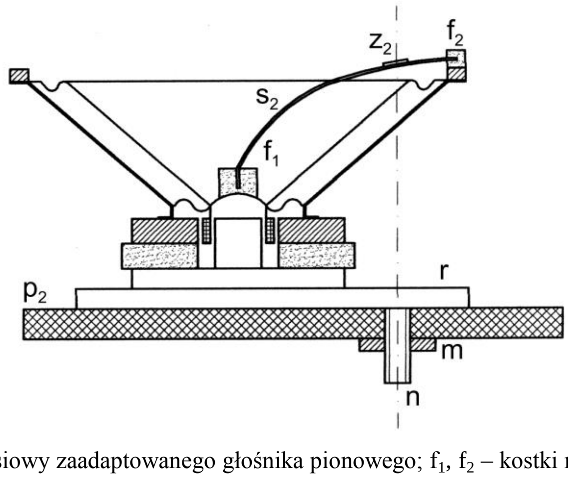
Budowa przyrządu

Widok ogólny przyrządu został przedstawiony na rys. 2. Rama przyrządu składa się z dwóch sztywnych, prostokątnych płyt – poziomej p_1 i pionowej p_2 o szerokości ok. 25 cm każda. Płyta pozioma ma długość ok. 40 cm, a pionowa ok. 30 cm. W zbudowanym modelu zastosowano płytę meblową o grubości 18 mm. Płyty można też wyciąć ze sklejki lub deski. Obie płyty zostały ustawione prostopadle względem siebie i połączone wzdłuż boku o długości 25 cm za pomocą wkrętów i dwuskładnikowego kleju epoksydowego. (Klej epoksydowy używany był też do wszystkich innych połączeń podczas budowy tego przyrządu.)



Rys. 2. Budowa przyrządu; p_1, p_2 – płyty: pozioma i pionowa, l_1, l_2 – głośniki elektrodynamiczne: poziomy i pionowy, s_1, s_2 – sprężyste paski folii na głośnikach poziomym i pionowym, z_1, z_2 – lekkie zwierciadła, r – tarcza, m – śruba, n – nakrętka skrzydełkowa, l – wskaźnik laserowy, h – wspornik wskaźnika, g_1, g_2 – gniazda głośników poziomego i pionowego do przyłączenia generatorów, pozostałe litery mają takie same znaczenie, jak w opisie rys. 1

Do poruszania zwierciadeł zastosowano dwa głośniki elektrodynamiczne, niskotonowe l_1, l_2 o mocy 50 W i średnicy zewnętrznej 20 cm oraz impedancji 8 Ω. Można też wykorzystać inne głośniki niskotonowe o podobnych parametrach. Do brzegu kosza każdego głośnika i środka membrany (tzw. kopułki) przyklejono kostki f_1, f_2 o boku 1 cm, wycięte z korka, rys. 3. Przed przyklejeniem powierzchnie kostek, stykające się elementami głośnika, obrobiono pilnikiem w celu dopasowania ich kształtu do stykających się elementów. W każdej z kostek od strony membrany głośnika wykonano nożem nacięcie przeznaczone do wsunięcia i przyklejenia końców sprężystych pasków s_1, s_2. Szerokość każdego paska wynosiła 1 cm, a jego długość 11 cm. Długość ta w ogólnym przypadku powinna wynosić ok. 4/3 promienia membrany głośnika, tak żeby pasek po wsunięciu jego końców w nacięcia kostek miał kształt luku pokazanego na rys. 3. Paski zostały wycięte z folii poliestrowej o grubości 1 mm. Można też wykonać paski z innego, dostatecznie sprężystego i sztywnego tworzywa sztucznego. Wtedy ich grubość i szerokość należy dobrać doświadczalnie. W prawidłowo dobranych paskach nie powinny wzbudzać się drgania o wyższych częstotliwościach harmonicznych, podczas pracy głośnika i kąt odchylnia zwierciadła powinien być liniową funkcją przesunięcia membrany dla małych wartości tych przesunięć.



Rys. 3. Przekrój osiowy zaadaptowanego głośnika pionowego; f_1, f_2 – kostki mocujące pasek folii odpowiednio do brzegu kosza i środka membrany (kopułki) głośnika, pozostałe litery mają takie same znaczenia, jak w opisie rys. 2

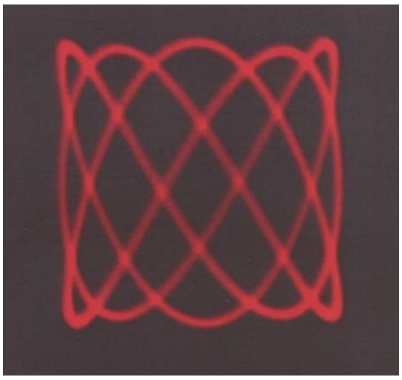
Z punktu widzenia mechaniki pasek stanowi zakrzywioną belkę, zginaną w pobliżu punków zamocowania do brzegu głośnika. Zwierciadła z_1, z_2 zostały przycięte z plastikowej, metalizowanej płytki wyjętej z uszkodzonego kalejdoskopu. Można też zastosować folię odbijająca światło w sposób lustrzany, albo bardzo cienkie zwierciadła szklane. Zwierciadło z_2 na głośniku pionowym l_2 miało kształt prostokąta o rozmiarach 30 × 20 mm, a rozmiary zwierciadła z_1 na głośniku poziomym l_1 wynosiły 30 × 20 mm. Oba zwierciadła przyklejono do pasków s_1, s_2 obok kostek f_2, przy czym dłuższy bok zwierciadła z_1 ustawiono równolegle do paska s_1, natomiast dłuższy bok zwierciadła z_2 był prostopadły do paska s_2. Na tym zakończono adaptację głośnika poziomego l_1.

Do tylnej powierzchni rdzenia głośnika pionowego l_2 przyklejono jeszcze okrągłą tarczę r, wyciętą z blachy aluminiowej o grubości 1,5 mm (można też wykonać tarczę z innego, dostatecznie sztywnego materiału). Tarczę umieszczono mimośrodowo względem osi głośnika, przesuwając ją do brzegu kosza w kierunku zwierciadła. Do tarczy przyklejono prostopadle śrubę n, tak umieszczoną, żeby jej oś przechodziła przez środek zwierciadła z_2. Dzięki mimośrodowemu ustawieniu tarczy i śruby, wiązka światła po obrocie głośnika pionowego o dowolny kąt, będzie zawsze padała na środek zwierciadła z_2. To bardzo ułatwia badanie wyników składania drgań, zachodzących w kierunkach ukośnych. Dla lepszego połączenia można wywiercić otwór w tarczy i przełożyć przez niego śrubę. Pozwoli to przykleić zarówno łeb śruby, jak też jej walcową powierzchnię do tarczy. Należy zastosować dostatecznie dużą śrubę, która utrzyma stosunkowo ciężki głośnik po jego przykręceniu do płyty pionowej p_2. W zbudowanym przyrządzie zastosowano śrubę o średnicy 10 mm (z gwintem metrycznym M 10).

Montaż przyrządu rozpoczyna się od wywiercenia otworu w górnej części płyty pionowej, przeznaczonego do włożenia śruby n, (zob. rys. 2). Otwór powinien być w takim miejscu, żeby głośnik pionowy l_2 wraz z tarczą r można swobodnie obracać wokół osi przechodzącej przez środek zwierciadła z_2. Po wykonaniu otworu głośnik pionowy przykręca się do płyty nakrętką, najlepiej skrzydełkową. Następnie na płycie poziomej p_1 należy położyć głośnik l_1, tak żeby pasek s_1 był skierowany wzdłuż tej płyty i środki obu zwierciadeł znajdowały się w jednej płaszczyźnie pionowej. W tej płaszczyźnie trzeba ustawić wskaźnik laserowy l oraz skierować wiązkę światła b na środek zwierciadła z_1. Wskaźnik powinien być nachylony pod takim kątem, żeby wiązka odbita b_1 trafiła również na środek zwierciadła z_2, zaś po odbiciu od niego, jako wiązka b_2 dała świecącą plamkę na ekranie t, ustawionym w odległości kilku metrów na wprost przyrządu. Po spełnieniu tych warunków głośnik l_1 należy przykleić do płyty poziomej, a wskaźnik laserowy zamocować w dowolny sposób do wspornika h, połączonego z tą płytą. Wyznaczone pozycje głośnika i wskaźnika powinny być przy tym zachowane. W zbudowanym przyrządzie, jako wspornik zastosowano pręt aluminiowy, połączony z plastikową rurką za pomocą śruby z nakrętką. Użyto nieco stożkowej rurki od grubego pisaka, co pozwalało wygodne włączać wskaźnik na czas doświadczeń po jego wsunięciu do rurki. (Wewnętrzna powierzchnia rurki utrzymywała wyłącznik wskaźnika w pozycji wciśniętej.) Do końcówek obu głośników przylutowano przewody, które połączono z gniazdami radiowymi g_1, g_2, osadzonymi w płytach p_1, p_2. Gniazda te pozwalały na łatwe przyłączenie generatorów zasilających głośniki. Przewody łączące głośnik pionowy z gniazdami g_2 powinny być dłuższe, żeby pozwalały na swobodny obrót tego głośnika.

Zbudowany według podanego opisu przyrząd przedstawia fot. 1, natomiast jeden z przykładów figury Lissajous otrzymanej przy jego użyciu pokazuje fot. 2. Głośniki mogą być zasilane z dwóch oddzielnych generatorów albo z jednego. Zastosowanie dwóch generatorów daje bardzo szerokie możliwości zmiany wszystkich parametrów drgań (częstotliwości, amplitud i faz). Trudniejsze może okazać się wtedy zachowanie stałej różnicy faz.

Fot. 1. Ogólny widok zbudowanego przyrządu



Fot. 2. Przykład jednej z figur Lissajous, otrzymanych za pomocą zbudowanego przyrządu

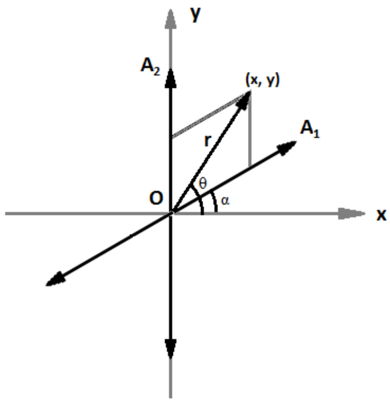
W przypadku użycia jednego generatora różne częstotliwości drgań zwierciadeł można uzyskać przez zastosowanie dzielnika częstotliwości, do którego przyłączony będzie drugi głośnik, natomiast różne amplitudy drgań daje zastosowanie dzielnika napięcia. Cyfrowy dzielnik częstotliwości powala na bardzo dokładne utrzymanie stałego stosunku częstotliwości, wyrażającego się liczbami całkowitymi. Można wtedy uzyskać dobrej jakości obrazy najprostszych i najczęściej podawanych figur Lissajous. Rysunki tych figur znajdują się w wielu podręcznikach fizyki ogólnej i doświadczalnej [5, 6]. W przypadku użycia jednego generatora i przesuwnika fazy można łatwo utrzymać stałą różnicę faz przez długi czas, nawet przy wyższych częstotliwościach (najprostszym przesuwnikiem fazy może być kondensator lub cewka). Przed rozpoczęciem doświadczeń należy sprawdzić prawidłowość działania przyrządu na najprostszych figurach Lissajous. Na przykład, podczas zasilania obu głośników bezpośrednio z tego samego generatora powinien pojawić się na ekranie odcinek prostoliniowy, nachylony do poziomu pod kątem 45°. Uogólnione figury Lissajous otrzymuje się po obrocie i zamocowaniu głośnika pionowego l_2 w pozycji z paskiem s_2 ustawionym ukośnie do poziomu. Zbudowany przyrząd działał prawidłowo do częstotliwości 320 Hz i umożliwiał otrzymanie figur Lissajous o rozmiarach dochodzących do 1,5 m.

Podstawy teoretyczne

Kształt otrzymanych w ogólnym przypadku figur Lissajous można porównać z wynikami obliczeń teoretycznych. Żeby wyprowadzić potrzebne do tego celu wzory zostanie przeanalizowane składanie drgań harmonicznych w układzie odniesienia przedstawionym na rys. 4, który odpowiada sytuacji występującej w przyrządzie. Amplitudy drgań składowych oznaczone zostaną przez A_1, A_2, ich częstości kątowe przez ω_1, ω_2, początkowa różnica faz przez ϕ, a wychylenia drgających punktów przez z_1, z_2. Zależności tych wychyleń od czasu t wyrażają się wtedy standardowymi wzorami:

$$z_1 = A_1 \sin(\omega_1 t)\,, \tag{1}$$

$$z_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \phi) \tag{2}$$



Rys. 4. Układ odniesienia do analizy wyników składania drgań, odbywających się wzdłuż kierunków ukośnych; A_1, A_2 – amplitudy drgań, α – kąt nachylenia do poziomu paska głośnika pionowego l_2

Współrzędne x, y wychylenia wypadkowego wyrażają się wzorami:

$$x = A_1 \sin(\omega_1 t)\cos\alpha\,, \tag{3}$$

$$y = A_1 \sin(\omega_1 t)\sin\alpha + A_2 \sin(\omega_2 t + \phi)\,. \tag{4}$$

We wzorach (3), (4) czas t spełnia rolę parametru, natomiast α oznacza kąt nachylenia do poziomu paska głośnika pionowego. Żeby otrzymać ogólne równie krzywej Lissajous we współrzędnych x, y należy pozbyć się zależności od czasu. Najpierw wyznacza się czas ze wzoru (3) i otrzymuje

$$t = \frac{1}{\omega_1}\arcsin\left(\frac{x}{A_1 \cos\alpha}\right). \tag{5}$$

Czas wyrażony wzorem (5) podstawia się następnie do (4) i otrzymuje równanie

$$y = x\,\mathrm{tg}\,\alpha + A_2 \sin\left[\frac{\omega_2}{\omega_1}\arcsin\left(\frac{x}{A_1 \cos\alpha}\right) + \phi\right]. \tag{6}$$

Łatwo zauważyć, że dla: $A_1 = A_2, \omega_1 = \omega_2, \alpha = 0, \phi = 0$ z równania (6) otrzymuje się

$$y = x, \tag{7}$$

czyli równanie prostej nachylonej pod kątem 45° do półosi Ox, co jest prawidłowym wynikiem.

Korzystając z wzorów (1) i (2) można również otrzymać ogólne równania krzywej Lissajous we współrzędnych biegunowych r, θ. Promień r oblicza się z twierdzenia Pitagorasa, jako długość wektora o składowych x, y. Otrzymuje się wtedy

$$r = \sqrt{A_1^2 \sin^2(\omega_1 t) + A_2^2 \sin^2(\omega_1 t + \phi) + 2A_1 A_2 \sin(\omega_1 t)\sin(\omega_2 t + \phi)\sin\alpha} \, . \quad (8)$$

Kąt, który tworzy ten wektor z dodatnim kierunkiem półosi Ox, czyli kąt azymutalny θ wyraża się wzorem

$$\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right). \quad (9)$$

Po podstawieniu wzorów (3) i (4) do wzoru (9) otrzymuje się dla kąta θ następujący wzór

$$\theta = \operatorname{arctg}\left[\operatorname{tg}\alpha + \frac{A_2 \sin(\omega_1 t + \phi)}{A_1 \sin(\omega_2 t)\cos\alpha}\right]. \quad (10)$$

Łatwo zauważyć, że dla: $A_1 = A_2 = A$, $\omega_1 = \omega_2$, $\alpha = 0$, $\phi = \pi/2$, z równania (8) otrzymuje się, $r = A$, co oznacza, że krzywa Lissajous jest okręgiem i stanowi prawidłowy wynik dla tego przypadku. Wyprowadzone wzory ogólne można wykorzystać do numerycznego wyznaczania uogólnionych krzywych Lissajous, np. za pomocą programu Mathematica.

Podsumowanie

Na zakończenie warto dodać, że opisany przyrząd pozwala też dokładnie i łatwo badać rezultaty składnia drgań, których zależność wychylenia od czasu nie jest funkcją sinusoidalną. Wystarczy w tym celu zasilać głośniki z generatorów funkcyjnych i wybrać sygnał inny niż sinusoidalny, np. trójkątny albo prostokątny [7]. Miniaturyzacja i coraz powszechniejsze zastosowanie urządzeń elektronicznych powoduje, że takie generatory czy np. dzielniki częstotliwości stają się tańsze i łatwiej dostępne. Obserwacje tych uogólnionych figur Lissajous są interesujące nie tylko ze względów poznawczych. Obserwacje te mogą też dostarczyć inspirujących doznań estetycznych.

Literatura

[1] T. Dryński, *Doświadczenia pokazowe z fizyki*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1964, 241

[2] *Demonstration experiments in physics*, R.M. Sutton Editor, McGraw-Hhill Book Company, New York and London 1938, 146

[3] G.D. Freier, F.J. Anderson, *Demonstration handbook for physics*, American Association of Physics Teachers, College Park, Madison 1996, 253

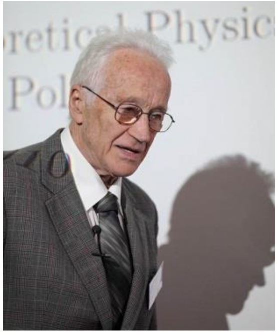
[4] D. Tokar, B. Tokar, B. Pędzisz, *Doświadczenia fizyki dla szkoły podstawowej z wykorzystaniem przedmiotów codziennego użytku*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1990, 63

[5] A.H. Piekara, *Mechanika ogólna*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1975, 84

[6] W. Demtröder, *Fizyka doświadczalna 1, Mechanika i ciepło*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2011, 340

[7] J. Olejniczak, *Fourier analysis of the mechanical rectangular signal*, Eur. Jour. Phys. Vol. 10 (1989), 42–44

Profesor Iwo Białynicki-Birula[1] radzi młodym fizykom, co robić, by odnosili sukcesy



Fragmenty wywiadu, jakiego Profesor udzielił Redaktorowi Naczelnemu *Postępów Fizyki* (zeszyt 1, tom 64, rok 2013) Profesorowi Piotrowi Tomczakowi (PT). Zachęcamy czytelników *Fotonu* do lektury *Postępów Fizyki*. Profesor Iwo Białynicki-Birula wyjaśnia m.in. *Czym fizyka różni się od innych nauk przyrodniczych? Jaka jest relacja między fizyką a matematyką? Czy matematyka dla fizyka to tylko narzędzie, czy coś więcej?* Tłumaczy też najbardziej istotne różnice między fizykiem teoretykiem (Profesor Białynicki-Birula jest teoretykiem) a fizykiem doświadczalnym. Nas, jak zwykle, interesuje droga ucznia z Rzeszowa do świata fizyki oraz opinie Profesora na temat nauczania fizyki.

PT: Chciałbym teraz wrócić do lat, które zadecydowały o karierze Pana Profesora, to znaczy do momentu, kiedy wygrał Pan Olimpiadę Fizyczną.

Tak. Tylko trzeba pamiętać, że mój udział w Olimpiadzie Fizycznej to był wynik moich wcześniejszych zainteresowań. Miałem bardzo dobrego nauczyciela fizyki pana Krzyżanowskiego. Przedtem był on asystentem we Lwowie na Uniwersytecie, potem osiedlił się w Rzeszowie. Liceum Mechaniczne, do którego chodziłem, to była kontynuacja przedwojennej tradycji. Te licea w zasadzie były wyższymi uczelniami, jeżeli chodzi o poziom. Był wykład z matematyki, który obejmował matematykę wyższą, to znaczy różniczkowanie i całkowanie, równania różniczkowe. Były wykłady techniczne na wysokim poziomie, materiałoznawstwo na poziomie szkół inżynierskich – i dlatego, że to było na wysokim poziomie, nie miałem problemów z Olimpiadą. Jeden z problemów na Olimpiadzie był prosty: pręt wirował i trzeba było powiedzieć, przy jakiej prędkości kątowej się rozerwie. Ja zrobiłem to całkując. Była to elementarna całka i uzyskiwało się rozwiązanie. Wychodziło to bardzo prosto i dzięki temu zdobyłem pierwsze miejsce. Ale część tej zasługi ma niewątpliwie moja szkoła. Nie tylko zresztą Olimpiada mnie wprowadziła do świata fizyki, ale były powody bardziej przyziemne. W międzyczasie przekształcono moje liceum w technikum

[1] Profesor Iwo Białynicki-Birula urodził się w 1933 w Warszawie. W 1952 roku ukończył Liceum mechaniczne w Rzeszowie, a w 1956 fizykę na Uniwersytecie Warszawskim.

i zaczęły obowiązywać PRL-owskie zasady. Po ukończeniu technikum był nakaz pracy, bez żadnych wyjątków. Ponieważ wtedy rozwijał się przemysł lotniczy w Rzeszowie, więc pewnie poszedłbym w tę stronę. Ale dlatego że zwyciężyłem w olimpiadzie, miałem zagwarantowany wstęp na studia i dalej już się potoczyło.

PT: Czy uważa Pan, że poziom nauczania zmienia się z czasem?

Nie. Główny problem jest taki, na ile w Polsce można liczyć na tak zwane talenty. Ile ich w narodzie jest? Tego nie da się przeskoczyć, bo ludzi, którzy mieliby zdolności i chęci by to robić, jest raczej ograniczona liczba. Uważam, że poziom Olimpiad Fizycznych nie zmienia się, choć można zauważyć tu pewną rutynę. Problem z fizyką jest taki jak z innymi naukami ścisłymi, że one straciły sporo na pędzie społeczeństwa do łatwych kierunków, które miały dawać świetne życiowe możliwości. Bo w tej chwili takich, którzy mają dyplomy zarządzania jest wielu, tylko nie mają czym zarządzać.

Wielką szkodę wyrządzili tutaj politycy, ale i świat mediów, bo brylowanie w mediach polega na tym, że się mówi „a ja z matematyki zawsze byłem słaby", i to ma być ogromna zaleta tego osobnika, że był taki beznadziejny. Zupełnie zignorowano prosty fakt, że matematyka daje umiejętność logicznego myślenia.

PT: A może politykom niepotrzebni są ludzie myślący?

Pani minister Łybacka powiedziała kiedyś: „Po co mamy męczyć humanistów matematyką". Odpowiedziałem jej na to w ramach polemiki, że prawdziwym humanistą był Leonardo da Vinci, a w Polsce na przykład Stanisław Ignacy Witkiewicz, który był nawet autorem eseju o teorii względności. Nie wyobrażam sobie obecnie malarza, który potrafiłby cokolwiek sensownego na temat teorii względności napisać. Humanizm to całokształt działalności ludzkiej. I nauki ścisłe są jego częścią.

PT: Jakie jest Pana zdanie w sprawie tak zwanych kierunków zamawianych?

Każde działanie podjęte, by tę nierozsądną modę, która panuje teraz, odwrócić jest dobre. Bodźce finansowe są tu zupełnie na miejscu. Z drugiej strony także rynek odgrywa tu pewną rolę. Młodzi ludzie się powoli orientują, że po politechnice można znaleźć pracę, a po zarządzaniu – nie.

PT: Czy inne decyzje polityczne mogłyby to zmienić?

Tak. Między innymi działania skierowane w stronę nauczycieli, których trzeba bardziej docenić. Bo skoro są stypendia dla uczniów, powinny być również i dla nauczycieli. Powinno się odpowiednio wynagradzać dobrych nauczycieli nauk ścisłych i stworzyć im porządne warunki do pracy. Państwo powinno inicjować i wspierać wszystkie inicjatywy w tym zakresie i tworzyć takie mechanizmy, aby nauczyciele byli lepsi. Nie może być tak, że kiepski, słabo wynagradzany nauczyciel, to osoba na dole hierarchii społecznej.

PT: Jak efektywnie kształcić najzdolniejszych?

Jestem przeciwnikiem tego zwyczaju, który teraz jest bardzo rozpowszechniony, a mianowicie studiów międzywydziałowych. U nas szkoła średnia dość długo trwa i absolwenci wcale nie są tacy niedojrzali, by nie mogli podjąć decyzji, co dalej. Skakanie młodych ludzi między wydziałami nie daje dobrych rezultatów. Tym bardziej, że teraz, w czasach dobrego dostępu do informacji można się dokształcić samemu, nie trzeba studiować kilku kierunków równocześnie by zdobyć wiedzę. Jeśli na przykład kogoś, kto jest fizykiem, interesuje wybrany temat z biologii, to może się sam dokształcić. Nie musi być zarejestrowanym studentem biologii. Po drugie, nie wierzę w szkoły dla geniuszy. Nie jest dobrze, jeśli w szkole są sami geniusze, bo wśród nich są gorsi geniusze, którzy mają kłopoty z równowagą emocjonalną, oni się frustrują. Znam wiele przykładów, że w takiej sytuacji zdolni młodzi ludzie się zupełnie pogubili.

PT: W internecie są dostępne znakomite wykłady. Czy nie jest to dla nas wyzwanie?

Jest. Ale temu wyzwaniu trzeba sprostać. Z drugiej strony na wykładach jest ważna interakcja i możliwość zadania wykładowcy pytania. Trzeba więc dostosować nasze wykłady do tej konkurencji, dając możliwość stawiania pytań, na które trzeba poprawnie odpowiedzieć. Tego tamte wykłady nie dają i tym trzeba nadrabiać nasze braki.

PT: Co poleciłby Pan młodym fizykom, by – uprawiając fizykę – mieli przyjemność i odnosili sukcesy?

Po pierwsze: budować warsztat. Po drugie: unikać monokultury. Po trzecie: wybrać jeden ambitny program.

Charakterystyczną cechą fizyki, w porównaniu z innymi naukami, jest znaczne ujednolicenie metod badawczych, które występuje w fizyce teoretycznej, jak i w mniejszym stopniu w fizyce doświadczalnej. Jest to cecha ułatwiająca prowadzenie badań, ale także wymagająca znacznego wysiłku. Mimo postępującej specjalizacji, nie wyobrażam sobie dobrego fizyka, który nie dysponowałby na co dzień elementarną wiedzą z podstawowych działów fizyki: mechaniki, termodynamiki, mechaniki kwantowej, elektromagnetyzmu itp. Stosowanie zasady 4Z (zakuć, zdać, zapić, zapomnieć) nie ma zastosowania w fizyce. Stosując tę zasadę można jedynie funkcjonować w roli nędznego wyrobnika. Na szczęście cała konstrukcja gmachu fizyki ułatwia opanowanie całości, przynajmniej w ogólnych zarysach, ponieważ występujące w różnych działach fizyki koncepcje są bardzo podobne. Na przykład pojęcia energii, pędu i momentu pędu przenikają cały gmach fizyki od piwnic po dach.

Kurczowe trzymanie się tylko jednej tematyki stanowi niewątpliwie dużą pokusę. Na mojej dziedzinie znam się, mam już wyniki, jestem rozpoznawalny i uznawany przez innych pracujących w tej dziedzinie. Niebezpieczeństwa takiej monokultury są jednak znaczne. Trzeba być przygotowanym na to, że pojawi się ktoś inny, kto zrobi to lepiej, poda inną metodę, która spowoduje, że mój dorobek będzie miał tylko znaczenie historyczne. Albo też tematyka ta zostanie wyczerpana i zamknięta. Dlatego zawsze należy mieć w odwodzie inną tematykę, która posłuży jako koło ratunkowe.

Zdarza się dość często, że napotkaliśmy w naszej podstawowej działalności przeszkodę, której nie możemy pokonać. Dla zachowania zdrowia psychicznego doradzam w takiej sytuacji porzucenie na dzień lub dwa tej tematyki i zajęcie się czymś innym. Najlepiej mieć w zanadrzu na tę okoliczność jakiś dyżurny bardzo ambitny temat, który zawsze możemy odkurzyć i nim się zająć.

Takim właśnie bardzo ambitnym tematem są na przykład tzw. „podstawy mechaniki kwantowej”. Chciałbym tu podkreślić, że do rozmyślań o podstawach mechaniki kwantowej nie jest potrzebny wyrafinowany aparat matematyczny. Wystarczy znajomość standardowej mechaniki kwantowej, bowiem już na tym elementarnym poziomie można stawiać pytania i szukać na nie odpowiedzi.

Modelowanie rzeczywistości, Prószyński i S-ka, Warszawa, 2002.

Jak działa automat komórkowy? Czy można symulować proces tworzenia się płatka śniegu? Którą wybrać strategię, by wygrać teleturniej? Jak skonstruować fraktal i czy chaos może być deterministyczny? Czy maszyna Turinga działa? Co to są sieci neuronowe? To tylko niektóre fascynujące zagadnienia, jakie w tej książce są omawiane. Dzięki *Modelowaniu rzeczywistości* lepiej zrozumiemy sposób, w jaki uczeni próbują opisywać świat, nie tylko fizyczny, ale także biologiczny, czy nawet świat zachowań społecznych.

Prof. dr hab. Konrad Maria Paweł Rudnicki

2 lipca 1926 (Warszawa) – 12 listopada 2013 (Kraków)

Bogdan Wszołek

Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej UJ w Krakowie

Dnia 12 listopada 2013 roku zmarł ks. prof. dr hab. Konrad Maria Paweł Rudnicki. Wybitny intelektualista i człowiek głębokiej wiary, który łączył po mistrzowsku wysiłki prowadzące do pogłębiania wiedzy o Wszechświecie oraz rozwoju etycznego. Z zapałem i entuzjazmem pomagał ludziom stawać się coraz lepszymi i coraz bardziej światłymi.

„Nic nie wzrusza nieba bardziej, jak śmierć astronoma…"

Te słowa wypowiedziane przez „ucznia" nad trumną „mistrza" oddają nastrój towarzyszący odejściu Konrada Rudnickiego, genialnego człowieka o ogromnej wiedzy i przeogromnej życzliwości.

Zaduma nad Wszechświatem, zwłaszcza jego ewolucją i ustawiczną dążnością do harmonii, zawsze pomagała człowiekowi w poszukiwaniu odpowiedzi na pytanie: jak żyć? Wiele wskazuje na to, że dobre życie polega z jednej strony na wysiłku dla pogłębienia wiedzy o otaczającym świecie, z drugiej, na pracy prowadzącej do rozwoju etycznego. Ludzie, którzy podejmują oba wysiłki jednocześnie należą do rzadkości, ale to oni mają największe szanse na szlachetne spełnienie się dla dobra ogółu. Konrad Rudnicki był wspaniałym przykładem osobowości urzeczywistniającej zrównoważony rozwój w obu tych istotnych obszarach. Ilustrował prawdę, że gwarantem prawdziwego postępu jest człowiek coraz lepszy i człowiek coraz bardziej światły.

Konrad Rudnicki wychował się w rodzinie o poglądach lewicowych. Podczas wojny zgłosił się, jeszcze jako nieletni, do partyzantki. Walczył z Niemcami w oddziałach Gwardii Ludowej. Schwytany podczas jednej z bitew został skazany przez niemiecki sąd polowy na karę śmierci i tylko cudownym zbiegiem okoliczności uniknął egzekucji. W czasie okupacji w jego domu rodzinnym przechowywano Żydów. W Jerozolimie rośnie jego drzewo „Sprawiedliwy wśród Narodów Świata".

Po wojnie podjął studia na Uniwersytecie Warszawskim i w 1949 roku ukończył je zdobywając tytuł magistra astronomii. Był studentem Wilhelminy Iwanowskiej. Największy wpływ na jego rozwój astronomiczny mieli Włodzimierz Zonn (w Warszawie) oraz Fritz Zwicky (w California Institute of Technology w Pasadenie). Jako młody astronom przeszedł duchową transformację od ateizmu do wiary w Boga i stał się gorliwym chrześcijaninem. Zdobył odpowiednie wykształcenie teologiczne w Mariawickim Seminarium Duchownym w Płocku i został wyświęcony na księdza Staropolskiego Kościoła Mariawitów. Pełnił liczne funkcje duszpasterskie.

Konrad Rudnicki był astronomem, teologiem oraz metodologiem i historykiem nauki. Pracował na Uniwersytecie Warszawskim, California Institute of Technology w Pasadenie, Uniwersytecie Jagiellońskim w Krakowie oraz Wyższej Szkole Środowiska w Bydgoszczy. Prowadził badania w Mathematisch-Physikalisches Institut w Dornach, a także Rice University w Houston. Jest autorem lub współautorem ponad 130 publikacji w językach kongresowych, w tym wydanego w Rosji i Stanach Zjednoczonych podręcznika astronomii gwiazdowej i około 400 podręczników, książek, broszur i artykułów w języku polskim. Do jego osiągnięć w dziedzinie astronomii należy opublikowanie w roku 1972 najgłębszego, w owym czasie, przeglądu galaktyk w tzw. Polu Jagiellońskim. Jest odkrywcą komety nazwanej jego nazwiskiem.

Był członkiem wielu towarzystw naukowych, m.in. Międzynarodowej Unii Astronomicznej i Powszechnego Towarzystwa Antropozoficznego. Został wybrany członkiem Wolnej Europejskiej Akademii Nauk. Otrzymał wiele odznaczeń wojennych i cywilnych, między innymi honorowe obywatelstwo państwa Izrael.

Wykreował nowe dziedziny badań, wprowadzając je do światowej nauki, które są kontynuowane przez liczne grono jego uczniów. Zostawił podręcznik astronomii, tłumaczony na kilka języków, z którego korzystają wykładowcy i studenci na wielu uczelniach świata.

W Obserwatorium Astronomicznym Uniwersytetu Jagiellońskiego, gdzie pracował przez większość swego aktywnego życia, zainicjował badania galaktyk i ośrodka międzygalaktycznego. Tematyka ta podniosła prestiż Obserwatorium i dała mu wysoką międzynarodową pozycję. Dwie ostatnie książki Konrada Rudnickiego: *Zasady kosmologiczne* (2002) oraz *Człowiek i Środowisko* (2008), mają wartość ponadczasową.

Konrad Rudnicki był równocześnie wielkiego formatu naukowcem i wspaniałym popularyzatorem astronomii. Swoje dzieła i artykuły w równej mierze adresował do uczonych jak i studentów, uczniów i miłośników astronomii. W obszarze jego działań edukacyjnych warto wymienić: budowę w okresie młodzieńczym (podczas II wojny) amatorskiego obserwatorium astronomicznego w Dobrej Wodzie pod Sulejówkiem, redakcję Uranii, działalność w ramach Polskiego Towarzystwa Miłośników Astronomii, autorstwo wielu wydań podręcznika astronomii dla klas maturalnych, autorstwo niezliczonych artykułów popularyzujących astronomię na łamach czasopism popularnonaukowych, udział w jury olimpiad i konkursów astronomicznych dla młodzieży.

Ten wybitny uczony i wspaniały wychowawca młodzieży był dla współpracowników mentorem, mistrzem, doradcą i przyjacielem.

Przewodnik studenta fizyki

Wojciech Ganczarek
Absolwent fizyki UJ

Jak każdy kierunek studiów, tak i fizyka ma swoją specyfikę. Pięć lat, które spędzisz na przyswajaniu kolejnych Hamiltonianów może być czasem owocnym lub nie. Z jednej strony dużo zależy od Ciebie, ale z drugiej – niewiele mniej zależy od informacji, które posiadasz. I to niekoniecznie o fizyce, tylko o możliwościach i okazjach do wykorzystania w czasie studiów. A możliwości tych jest mnóstwo i mnóstwo jest informacji o nich w internecie, więc po co w ogóle pisać jeszcze jeden tekst? Podczas lat spędzonych na wydziale fizyki sam przekonywałem się, że często po prostu nie wpadłbym na to, że coś jest możliwe, że czegoś w ogóle można w tym internecie szukać. Z niektórych okazji udało mi się skorzystać – często zupełnym przypadkiem, o innych dowiadywałem się za późno. Zapewne istnieje jeszcze nieskończona ilość interesujących wydarzeń naukowych, które zupełnie mnie ominęły.

W 2013 roku ukończyłem fizykę teoretyczną na Uniwersytecie Jagiellońskim. W tym samym roku uzyskałem także tytuł magistra z matematyki stosowanej na tej samej uczelni. W toku studiów zdarzało mi się chodzić na kursy dla kierunków takich jak biologia, chemia, informatyka czy nawet politologia. Przez pół roku byłem na wymianie na École Polytechnique Fédérale de Lausanne w Szwajcarii. Podczas konferencji studenckich udało mi się poznać i porozmawiać ze studentami fizyki z całej Polski. Mam świadomość, że moje uwagi czy rady zawsze pozostaną do pewnego stopnia subiektywne, a także, że wiele osób się z nimi nie zgodzi. Niemniej jednak jestem przekonany, że doświadczenie na studiach fizyki, wraz z porównaniem do studiów na innych wydziałach i drugiej uczelni, łącznie z możliwością konfrontacji poglądów z przedstawicielami wielu polskich uniwersytetów i szkół technicznych pozwoli mi przedstawić w niniejszym tekście zestaw – nazwijmy to nieskromnie – porad, które, miejmy nadzieję, pomogą Ci w fizycznej edukacji.

Konferencje i warsztaty

Zaraz, zaraz, jakie konferencje? Może należałoby zacząć od nauczenia się czegoś, zanim gdziekolwiek pojadę? Nie do końca. Przez pierwsze trzy lata studiów dowiesz się w najlepszym razie o fizyce z XIX i początków XX wieku. Warto przez ten czas zadbać, by nie wyrobić w sobie przekonania, że fizyka jest martwą, zamkniętą kartą. Konferencje studenckie będą tutaj najlepszym lekarstwem. W Polsce funkcjonują dwa – można by rzec – długowieczne już cykle takich spotkań: Ogólnopolska Sesja Kół Naukowych Fizyków (co roku w innym mieście, tegoroczna XII edycja odbywa się w Krakowie) oraz Ogólnopolska Konferencja Kół Naukowych Fizyków „Piknik Naukowy" (organizowana przez studentów z Uniwersytetu Śląskiego w Beskidach). W ostatnich latach doszło jeszcze kilka bardziej wyspecjalizowanych konferencji studenckich, m.in. o profilu doświadczalnym czy biofizycznym. Warto tam jeździć już od pierwszego roku, by zobaczyć, czym zajmują się inni. A właściwie: że inni studenci w ogóle się czymś zajmują. To bardzo ważne, bo często na pierwszych latach studiów trudno nam sobie wyobrazić, że my, maluczcy studenci, możemy zajmować się na serio fizyką. Konferencje studenckie pozwolą nam w to uwierzyć, a przy okazji przedstawią w przystępny sposób wachlarz zagadnień współczesnej fizyki. Będą także możliwością do podzielenia się własnymi zainteresowaniami czy to poprzez wygłoszenie referatu, czy w rozmowach z innymi, a to bardzo mobilizuje do działania. Po powrocie z konferencji wielu odczuwa nagły przypływ zapału i chęci do pracy. Po pewnym czasie to oczywiście mija... ale to tylko znak, że czas wybrać się na kolejną konferencję.

Warto zwrócić uwagę także na warsztaty czy szkoły letnie i zimowe. Co prawda najczęściej przeznaczone są one dla doktorantów, ale to wcale nie oznacza, że jadąc tam jako studenci, dajmy na to, trzeciego roku, nic nie zrozumiemy. Przeciwnie, warsztaty często przygotowane są w taki sposób, że wprowadzają słuchacza do pewnej wybranej dziedziny stopniowo, czasem praktycznie od zera. Nie oczekujmy, że po 5 dniach warsztatów nagle staniemy się specjalistami w danej dziedzinie. Zyskamy jednak pewne wyobrażenie o omawianej gałęzi współczesnej fizyki. Co najważniejsze, na takich warsztatach prowadzący nie stronią od podkreślania zagadnień niewyjaśnionych, problemów otwartych. Jako ludzie zajmujący się daną dziedziną na co dzień, współtworzący jej dorobek, potrafią przedstawiać drogę, która historycznie wiodła do takiego czy innego rozwiązania, takiej czy innej konstrukcji teorii. To ogromnie ważne dla zrozumienia i uzyskania pewnej intuicji. Nade wszystko jednak, tak na warsztatach, jak i konferencjach studenckich i nie tylko, prelegenci dzielą się entuzjazmem. Wydaje mi się zresztą, że wszelkie spotkania naukowe nie służą przekazywaniu wiedzy, tylko właśnie entuzjazmu. Wiedza leży w książkach, internecie, artykułach naukowych. Jednak, gdy spotykasz autorów tych naukowych prac, najważniejsze jest, że próbują Ci powiedzieć, d l a c z e g o ta czy inna dziedzina jest fajna, dlaczego warto się nią zajmować, co jest w niej tak pasjonujące, że przy obiedzie między wykładami opowiadający nie może skupić się na kotlecie, tylko musi dokończyć opowieść o uogólnionej entropii. Spotykanie takich ludzi z pasją może mieć naprawdę wielki wpływ na tok studiów, często większy niż jakikolwiek wykład semestralny. Przykłady? W moim przypadku obie prace magisterskie z matematyki i fizyki dotyczyły tematów, z którymi zapoznałem się na dwóch kolejnych edycjach zimowej szkoły fizyki teoretycznej w Lądku Zdroju.

Dodatkową korzyścią z wyjazdów na warsztaty i konferencje jest to, że trafiamy na listy mailingowe instytucji organizujących te spotkania. Dzięki temu możemy dowiedzieć się nie tylko o kolejnych edycjach danej konferencji czy warsztatów, ale i o innych wydarzeniach. Kilka miesięcy temu, po tygodniowej szkole z układów złożonych w Barcelonie, dostałem wiadomość o możliwości podjęcia studiów drugiego stopnia (a szkoła była niby dla doktorantów!) pod palmami Majorki, ze specjalizacją w interesującej mnie dziedzinie. I to z wysokim stypendium, taniej niż za darmo! Niestety, byłem już na piątym roku studiów... Czy nie mogłem dowiedzieć się o tym wcześniej, znaleźć takiej informacji gdzieś w internecie? Może i mogłem, ale na trzecim roku do głowy by mi nie przyszło, że mógłbym studiować na Majorce i jeszcze ktoś by mi za to płacił.

Wyjazd na konferencje czy warsztaty zwykle wiąże się z pewnymi kosztami (dojazd, opłata konferencyjna, zakwaterowanie). Środki na takie cele można uzyskać na różne sposoby. Może pomóc w tym koło naukowe pozyskujące środki z funduszy uczelnianych. Można samemu bezpośrednio aplikować do odpowiednich instytucji czy fundacji (np. na Uniwersytecie Jagiellońskim wyjazdy zagraniczne wspiera Fundusz im. Jana Kochanowskiego), czy próbować zgłaszać się z prośbą do władz instytutu, czy też do opiekuna naukowego (patrz niżej).

Praktyka czyni praktyka

Podczas toku studiów obecnie obowiązkowe jest odbycie praktyk. Wydziały fizyki często proponują listę dostępnych praktyk w swoich zakładach i instytutach. Warto jednak pamiętać, że takie praktyki i staże można odbyć w innych instytucjach krajowych i zagranicznych. W tym ostatnim przypadku można zresztą nieźle zarobić. A ofert praktyk dla młodego fizyka jest naprawdę wiele: placówki takie jak CERN, DESY, PSI czy warszawski CFT PAN chętnie przyjmują studentów z różnych krajów, w tym Polski. Warto jednak pamiętać o odpowiednio wczesnej aplikacji: termin zgłoszeń na letnie staże kończą się często w styczniu czy lutym. Obowiązkowa praktyka to jedno, ale nic nie stoi na przeszkodzie, by jechać na kolejne. Zdarza się zresztą, że staż obrodzi nie tylko zapoznaniem się z rzeczywistym obrazem działalności naukowej, ale i dalszą współpracą.

Praktyki naukowej nie trzeba wcale odkładać na czas praktyk, można i warto robić to na co dzień. Na kierunkach międzywydziałowych takich jak warszawski MISMaP czy krakowskie SMP każdy student wybiera opiekuna naukowego, który już od pierwszego roku wdraża go w działalność naukową. Jeśli nawet Twój kierunek nie oferuje oficjalnej instytucji opiekuna naukowego, to i tak warto zapukać do pokoju profesora czy doktora zajmującego się interesującą Cię dziedziną i zapytać, czy nie miałby dla Ciebie czegoś do zrobienia. W przeciwieństwie do wielu kierunków humanistycznych (na których studiują czasem setki osób na roku) fizycy zwykle bardzo pozytywnie reagują na tego typu zainteresowanie studenta.

Aktywność naukową, a także towarzyską, warto również rozwijać poprzez koła naukowe. Stanowią one równolegle miejsca do spędzenia wolnego czasu, spotkań czy zrobienia herbaty, jak i tygiel pomysłów o mniej lub bardziej naukowym zabarwieniu (jak armata strzelająca ziemniakami autorstwa koła z UW czy komora mgłowa na UJ). Koła zajmują się również organizacją konferencji studenckich, wyjazdów integracyjnych i całej gamy innych aktywności. Wszystko zależy od pomysłowości kołowiczów.

„Oczywiste" wykłady

Gdy zaczynałem studia fizyki, pewien zdolny doktorant, obecnie młody naukowiec w jednym z zagranicznych uniwersytetów, powiedział mi, że generalnie wszystkie wykłady na fizyce są nudne. Trudno było mi w to uwierzyć: przecież mówi to człowiek, który kontynuuje edukację fizyczną! Po kilku latach zrozumiałem, o co tutaj chodzi. Fizyka jako nauka jest niezmiernie ciekawa. Wykłady i ćwiczenia z fizyki – ani trochę. Niestety w większości przypadków tak właśnie jest, a wyjątki można policzyć na palcach jednej ręki. W moim przekonaniu winne tego jest jedno słowo: „oczywiste".

Użycie słowa „oczywiste" (lub trywialne, banalne, elementarne, bardzo proste) jest tak naprawdę wierzchołkiem góry lodowej. Trudno powiedzieć, gdzie się ona zaczyna, ale spróbujmy jakoś nakreślić jej kształty. W zasadzie są to zdaje się dwie góry lodowe, który zrosły się w jedną. Zacznijmy od pierwszej z nich.

Z jakichś niewytłumaczalnych przyczyn wszyscy przyjmują, że jak ktoś już studiuje fizykę, to jest nią tak niezmiernie zafascynowany, że przez całe życie od rana do nocy nic nie robi, tylko doczytuje ciekawostki, rozwija fascynujące go tematy i uczy się pilnie. Teza ta jest dyskusyjna, no ale skoro wszyscy w nią tak zaciekle wierzą, to przyjmijmy ją za prawdziwą. Zakładamy więc, że wszyscy studenci fizyki to zaciekli pasjonaci (po liceum jest to zapewne pasja związana z równią pochyłą, rzutem ukośnym i zagadnieniami pokrewnymi). Dalej: z jakichś niewytłumaczalnych przyczyn wszyscy przyjmują, że pasja jest bytem nie dość, że statycznym, to jeszcze niezwykle odpornym na zarysowania. Mamy więc tych studentów fizyki, zaciekłych pasjonatów, których to pasja jest stała w czasie i niezniszczalna. Jaki z tego wniosek? Po pierwsze: nie trzeba ich próbować niczym zainteresować, bo już są zainteresowani. Po drugie: pewnie wszystko już wiedzą, więc zamiast tłumaczyć, można powiedzieć, że „to już było", „państwo to mieli", „to chyba jasne, nie?" i iść dalej (bo przecież trzeba zrealizować, święty i niepokalany, program studiów!).

Druga góra lodowa związana jest z równie niewytłumaczalnym przekonaniem fizyków o swojej wyższości nad innymi naukami. Przekonanie, że fizyka to właściwie jedyna słuszna droga. Po prostu fizyka Chrystusem nauk przyrodniczych. Chrystusem nauk w ogóle! Bo przecież nauki humanistyczny w ogóle nie powinny nazywać się naukami, prawda? Najwidoczniej objawia się to we wszystkich tych przaśnych fizycznych żartach o biologach, humanistach, inżynierach czy matematykach. To przecież tylko niewinne żarty! Może i tak, ale powtarzane w kółko kształtują, albo raczej: dopełniają kształtu pewnego bardzo specyficznego poglądu na świat (albo raczej: światek). I znów: owocuje to częstymi stwierdzeniami, że przecież wszystko jest oczywiste. Bo to jest fizyka proszę Drogiego Czytelnika, F I Z Y K A (z mocnym akcentem na „i", przypominam)! Drogi Czytelnik zaś jest F I Z Y K I E M, więc M U S I to czy tamto wiedzieć. Powołanie się na początku akapitu na Chrystusa było zresztą wbrew pozorom absolutnie na miejscu, ponieważ w pewnym momencie fizyka z nauki staje się religią (i to silnie dogmatyczną), a niewiedza kwalifikuje się jako występek moralny. Prawa Maxwella jako dogmat wiary. Twierdzenie Wicka jako prawda objawiona itd. I wszystkie oczywiste, jak Dekalog.

Problem w tym, że po pierwsze: nie wszyscy studenci fizyki mają ugruntowane pasje. Po drugie: jeśli już je mają, to pasja jest bytem na wskroś dynamicznym i może bardzo łatwo być zduszona. Po trzecie: wszelkie poczucie jedyności, wybrania i wyższości powodują raka i choroby serca. Zaś skutek jest taki, że przeważająca część wykładów nie daje słuchaczowi żadnej motywacji. Nie wspomina mu się, że uczymy się takiej, a nie innej teorii, bo zaobserwowano takie czy inne zjawisko, które jest fascynujące, piękne i nie do końca właściwie wyjaśnione. Tę część o zjawiskach uznaje się za zbędną i przechodzi do niezbędnego, acz nieintuicyjnego formalizmu. Pytań zwykle nie ma. Na pierwszym wykładzie prowadzący zawsze zachęca do zadawania pytań. Potem rzeczywiście ktoś je naiwnie zadaje. I co? No i profesor odpowiada, bo przecież zależy mu na wiedzy słuchacza. Z drugiej strony, odpowiada na pytanie dotyczące fizyki, ekhm, więc zaczyna zdanie od: „O, proszę Pana, przecież to oczywiste, Pan tego nie wie? Państwo wiedzą [patrzy na salę, sala posłusznie kiwa głowami, że tak, choć nikt nie ma pojęcia, co się dzieje]? No już Panu mówię...". I rzeczywiście mówi. Rzecz w tym, że po takiej odpowiedzi student już więcej o nic nie zapyta, natomiast w grupie buduje się poza, że wszyscy wszystko wiedzą. W końcu są fizykami. A w rzeczywistości nie wiedzą, i są tego świadomi. Natomiast wydaje im się, że inni w istocie naprawdę rozumieją, co się dzieje [zwykle błędne to przekonanie]. Z czasem więc buduje się coraz większe poczucie winy: przecież wszyscy wiedzą, a ja nie! Tyle się uczę, a na kolejnym wykładzie znowu nie wiem o co chodzi, a wszyscy wiedzą! Przecież jestem fizykiem, a nie rozumiem! Przecież profesor mówi, że to oczywiste, a ja nie rozumiem, coś musi być ze mną nie tak. To poczucie mija. Mniej więcej po 3–4 latach, na piątym roku wracają pytania. Wtedy, świadomi tego, że skoro już dopchali się do piątego roku, studenci zdają sobie sprawę, że prowadzący po prostu nie umie tłumaczyć.

Dodatkowo wszechobecne słowo „oczywiste" (częstotliwość: około kilkunastu razy na wykład) wyrabia przekonanie, że skoro takie to oczywiste, to po co w ogóle się tego uczyć. Skoro cała fizyka jest trywialna, to co ja w ogóle tutaj robię. W związku z „oczywistością" wszystkiego plagą są niewyjaśnione pojęcia. To ważne zwłaszcza w fizyce, gdzie występują różne konwencje i oznaczenia na te same obiekty (i *vice versa*). Nie definiowanie pojęć to jeden z głównych problemów, który rodzi niezrozumienie i chaos.

Dla odmiany na matematyce prowadzący często zużywa cały pierwszy, albo nawet dwa pierwsze wykłady na wprowadzenie oznaczeń, zdefiniowanie pojęć i przypomnienie potrzebnych faktów. Strata czasu? Nie do końca, bo potem cały semestr to już tylko ciąg kolejnych logicznych wniosków. Stratą czasu jest niezdefiniowanie o czym się mówi. Cały semestr jest wtedy serią dziur, niedomówień, nieścisłości i domysłów.

Nie mówię, że wynika to ze złej woli prowadzących. Absolutnie, nie. Oni najczęściej mają najlepsze intencje co do naszej edukacji. Ale, zdaje się, bazują na błędnych założeniach. Rada dla studenta? Wystarczy mieć tego świadomość i dystans. I zadawać te pytania. Bo mimo wszystko prowadzący zazwyczaj chcą dobrze i z sympatią odniosą się do naszego zainteresowania (póki jeszcze nie zostało stłamszone i resztkami sił istnieje). Tutaj, niestety, też są pewne wyjątki i bywa, że mimo szczerych chęci człowiek zadający pytanie zostanie wzięty za bezczelnego ignoranta. Na jednym z wykładów na ostatnich latach studiów prowadzący, po paru pytaniach z sali, usiłował zakomunikować nam, że jesteśmy niespełna rozumu bandą, która nie wiadomo skąd wzięła się na tych studiach. Zabawne, że bodaj wszyscy obecni wtedy na sali studenci pobierali Stypendium MniSzW dla najlepszych studentów w kraju. No, nie dogodzisz.

„Pracowite" ćwiczenia

Ćwiczenia zwykle polegają na tym, że robi się zadania w domu i przynosi na zajęcia. Wobec tego takie ćwiczenia mogą być stratą czasu na dwa sposoby: albo zrobiliśmy zadania i się nudzimy, bo mamy zrobione, albo nie zrobiliśmy i się boimy, że prowadzący wybierze nas do kolejnego zagadnienia. Zazwyczaj delikwent przy tablicy albo nie wie, co się dzieje i odchodzi (żeby nie marnować cennego czasu), albo ma zadanie, więc grzecznie i szybko (bo przecież to, co pisze, jest oczywiste) kopiuje je z zeszytu na tablicę, bez zrozumienia dla tych, którzy zadania nie mają. Czy mam tu jakąś radę? Nie. Tzn. trzeba by zmienić system ćwiczeń, można próbować.

Należy nadmienić, że od opisanego wyżej czarnego scenariusza bywają wyjątki. I to szczęśliwie znacznie częściej niż w przypadku wykładów. W szczególności: stosunkowo często jednak prowadzącym zależy, aby przepisywane na tablicę zadanie, było wyjaśniane. Ciągle jednak daleko tu do ideału. Problemem jest także specyfika zadawanych na ćwiczeniach zagadnień, które często polegają na znajomości pewnego *super-tricku*, który dla prowadzącego jest trywialny, a student, który o nim nie słyszał, niemal nie ma prawa wpaść samemu na *trickowe* rozwiązanie. Druga, większa klasa zadań, to zadania typu „licz, nie gadaj!", które polegają na mechanicznym przetwarzaniu literek. Słowem: większość zadań na ćwiczeniach z fizyki nie wymaga użycia mózgu. Tam nie ma żadnych rozważań, prób przyjrzenia się zagadnieniu, zrozumienia, co się dzieje, co zachodzi, jak to opisać. Nie, nie, to jest oczywiste, masz tu całkę, policz, jak zapiszesz dwie strony, to się do mnie zgłoś.

Co można zaproponować w zamian? Po pierwsze, jeśli chodzi o typy zadań, to np. na matematyce zadania wymagają używania mózgu i bardzo przyjemnie ten mózg łechcą. Skonstruowanie dowodu twierdzenia/własności/czegokolwiek wymaga zrozumienia, o co w danym zagadnieniu chodzi. To daje satysfakcję i kształci. Czyli: więcej zadań koncepcyjnych. Jeśli zaś chodzi o tryb prowadzenia ćwiczeń, to np. na wspomnianej politechnice w Lozannie na ćwiczeniach dostaje się kartki z zadaniami, się siada i się robi. I jest cicho. Kto chce, komu zależy – robi zadania, część ludzi opuszcza salę, ale przytłaczająca większość zostaje, bo wie, że warto. Dlaczego warto? Bo jak się człowiek zatnie na jakimś przejściu, nie będzie mógł wpaść na jakiś niezbędny *trick* etc., to może się skonsultować z prowadzącym, który udzieli rady co do kolejnego kroku w zadaniu. Na koniec prowadzący przedstawia szybko rozwiązania zadań. I tak oto spędzamy owocnie 1,5 godziny, a czas nauki w domu możemy poświęcić na zrozumienie wykładu. W polskich warunkach czas na naukę w domu, często całe weekendy, poświęca się na zrozumienie, o co w ogóle prowadzącemu chodziło w zadaniu, marnując przy tym masę czasu. Na wymianie w Lozannie miałem z grubsza tyle zajęć, co będąc w Krakowie, a mimo to mogłem sobie pozwolić by niemal każdy weekend spędzać w górach. W Polsce kompletnie nie miałem na to czasu. Da się? Da się.

Higiena umysłowa

W dbałości o higienę umysłu należy zmieniać powietrze, którym oddychamy. Każda uczelnia, choćby i najlepsza, ma swój zatęchły smrodek, którym młody człowiek może się łatwo zatruć. Chodzi tu nie tylko o styl prowadzenia zajęć czy kontaktów międzyludzkich, ale i całą oprawę organizacyjną czy administracyjną. Jeśli jesteś Drogi Czytelniku studentem pierwszego roku, który kilka tygodni temu wystał 3 godziny w kolejce do sekretariatu po odbiór legitymacji czy innych dokumentów, powiem tak: w Lozannie nie wiem nawet, gdzie jest sekretariat. Po prostu nigdy nie miałem potrzeby tam iść. W Krakowie z grubsza cały październik spędzałem w kolejce. Warto jeździć na wymiany. Może to być Erasmus czy też polski MOST (również warto!). Istnieje też cała masa utajonych wymian studenckich, na które łatwo się dostać, bo nikt o nich nie wie. Singapur, Chiny, Meksyk, Argentyna – wszystko to jest N A P R A W D Ę na wyciągnięcie ręki. Wystarczy odpowiednio wcześnie (aplikacje składa się często z rocznym wyprzedzeniem, czasem potrzebne są certyfikaty, o które też dobrze wcześniej zadbać) dobrze poszperać na stronach uczelnianych w dziale „wymiany bezpośrednie" i zacząć zastanawiać się, czy chętniej będziemy jedli na kolację tacos, czy kaczkę w sosie słodko-kwaśnym.

Trójstopniowy system studiów (tzw. System Boloński) jest często krytykowany, i faktycznie ma swoje wady, ale warto również skorzystać z jego zalet. W szczególności umożliwia nam on łatwą zmianę uczelni po trzecim roku studiów. W moim wypadku wykorzystałem to w ten sposób, że rozpocząłem równolegle studia uzupełniające magisterskie na matematyce, ale można również zmienić uczelnię na inną w Polsce lub za granicą. Często okazuje się to niesłychanie proste, a nawet znacznie tańsze (mówię o zagranicznych, np. w Anglii). Jeśli nawet po liceum obawialiśmy się wyjeżdżać za granicę, ze względu np. na niedostateczną znajomość angielskiego, to trzy lata studiów licencjackich to dość czasu by okrzepnąć nieco i wybrać się na kontynuację studiów gdzieś dalej. Najważniejsze to nie wyolbrzymiać we własnej głowie problemów związanych z takim wyjazdem. W szczególności: fizyka jest wybitnie łatwa do studiowania w obcych językach, ze względu na stosunkowo wąski zakres słownictwa, którym się operuje.

Powodzenia!

Co by nie mówić: fizyka to całkiem dobry wybór studiów i mam nadzieję, że powyższy tekst pomoże Ci przekuć ten wybór w pięć lat dobrego, owocnie spędzonego czasu. Mam jeszcze kilka propozycji do dalszej lektury i cóż – zachęcam do pracy, bo bez tego się nie obejdzie!

- *naukazagranica.pl* – fizyk Andrzej Nowojewski przekonuje, że studia na takich uczelniach jak Harvard, Cambridge czy Oxford są jak najbardziej w zasięgu ręki,
- *www.studenci-fizyki.pl* – informator o konferencjach, warsztatach i innych wydarzeniach dostępnych dla studentów fizyki,
- *migdal.wikidot.com/zapalency-i-wypalency* – tekst fizyka Piotrka Migdała o złożoności problemu utraty pasji podczas studiów,
- *offtopicarium.wikidot.com* – Offtopicarium, czyli odbywające się dwa razy do roku inspirujące spotkania interdyscyplinarne.

Nowy budynek Wydziału Fizyki Astronomii i Informatyki Stosowanej na Ruczaju

Zadania

ze zbioru „25 lat Olimpiad Fizycznych” Waldemara Gorzkowskiego

Od Redakcji: Cytowany w tym zeszycie profesor Iwo Białynicki-Birula jest laureatem I Olimpiady Fizycznej. Poniżej przytaczamy pouczające i warte przypomnienia dwa zadania z pierwszych olimpiad.

Wózek z wahadłem na pochylni

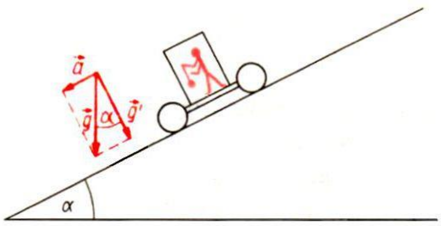
Wózek, na którym umocowano wahadło o okresie wahań wynoszącym 0,5 sekundy, zjeżdża po pochylni, a następnie jedzie po torze poziomym. Kąt, jaki tworzy pochylnia z poziomem, wynosi 45°. Jaki będzie okres drgań wahadła, gdy

a) wózek zjeżdża po pochylni?

b) jedzie po torze poziomym?

Przyjmujemy, że wózek podczas ruchu po pochylni i po torze poziomym nie doznaje siły tarcia i że ruch wahadła na ruch wózka nie ma praktycznie żadnego wpływu (wózek ciężki, wahadło lekkie).

Rozwiązanie. Weźmy pod uwagę układ odniesienia związany z wózkiem. Jest to układ nieinercjalny, gdyż wózek stacza się z równi z pewnym przyspieszeniem. Przyspieszenie to bardzo łatwo obliczyć – jest to po prostu składowa przyspieszenia ziemskiego równoległa do równi (rys.)



$$a = g \sin \alpha.$$

Składową przyspieszenia ziemskiego w kierunku prostopadłym do równi oznaczmy przez g'. Mamy

$$g' = g \cos \alpha.$$

W układzie związanym z wózkiem działają dwa przyspieszenia: przyspieszenie ziemskie $\vec{g}$ skierowane pionowo w dół i przyspieszenie związane z nieinercjalnością układu równe $-\vec{a}$, skierowane równolegle do równi (w górę, ku jej wierzchołkowi). W efekcie obserwator znajdujący się na wózku doznaje przyspieszenia wypadkowego równego

$$\vec{g} + (-\vec{a}).$$

Łatwo zauważyć, że przyspieszenie to ma wartość równą g' i jest skierowane prostopadle do równi. Gdyby obserwator na wózku znajdował się w nieprzezroczystej klatce, to jego wszystkie doznania i obserwacje byłyby takie, jakby znajdował się w polu ciężkości o przyspieszeniu g' skierowanym ku podłodze. W szczególności, w stanie równowagi wahadło byłoby skierowane ku podstawie wózka, a więc ukośnie w stosunku do obserwatora znajdującego się poza wózkiem i nieruchomego względem równi.

Jak wiadomo, okres drgań wahadła matematycznego o długości l, znajdującego się w polu przyspieszenia ziemskiego g, jest dany wzorem

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Zgodnie z podanymi wyżej rozważaniami, aby wyznaczyć okres T' drgań wahadła matematycznego o długości l poruszającego się wraz z wózkiem, należy g zastąpić przez g'. Mamy zatem

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}.$$

Wielkości T, T' i α nie są niezależne. Zachodzi między nimi następujący związek

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\alpha}}. = \frac{T}{\sqrt{\cos\alpha}}.$$

Podstawiając dane liczbowe na T i α otrzymujemy

$$T' = 0{,}6 \text{ s}.$$

Zadanie rozwiązaliśmy przy założeniu, że nie ma tarcia między wózkiem a równią. Gdyby tarcie występowało, to przyspieszenie wózka byłoby mniejsze niż α. W rezultacie wypadkowe przyspieszenie działające w układzie związanym z wózkiem nic byłoby skierowane dokładnie ku podstawie wózka, lecz nieco na skos, w kierunku jazdy wózka. Poza tym wartość przyspieszenia byłaby większa niż g' (chociaż oczywiście nadal mniejsza niż g). Okres drgań byłby wtedy zawarty między T a T'.

W rozwiązaniu założyliśmy, że wózek zsuwa się ruchem jednostajnie przyspieszonym i prostoliniowym. W rzeczywistości ruchem takim powinien poruszać się nie sam wózek, lecz środek masy układu wózek + wahadło. Podczas drgań wahadła środek masy rozważanego układu przesuwa się względem wózka. Oznacza to, że – ściśle biorąc – wózek nie porusza się tak, jak założyliśmy. Jednakże łatwo zauważyć, że jeżeli wahadło ma masę znacznie mniejszą niż wózek, to przesuwanie się środka masy układu względem wózka można zaniedbać, co uzasadnia poczynione przez nas założenie.

W przypadku ruchu po torze prostoliniowym, ruch wózka odbywa się ze stałą prędkością (przy założeniu, że nasze wahadło jest znacznie mniejsze niż masa wózka). Układ związany z wózkiem jest wtedy układem inercjalnym – nie działają w nim siły bezwładności. Na wahadło działa tylko przyspieszenie ziemskie i okres drgań wahadła będzie taki sam, jak dla wahadła na wózku nieruchomym.

Transporter z upuszczoną na niego kredą

Na poziomy pas transportera poruszający się ruchem jednostajnym z prędkością υ = 5 m/s upuszczono z bardzo małej wysokości kostkę kredy w ten sposób, że jedna ze ścianek była pozioma. Okazało się, że kreda zrobiła na pasie smugę długości s = 5 m. Nieco później zatrzymano napęd transportera i pas poruszał się dalej ruchem opóźnionym z opóźnieniem a = 5 m/s^2.

Czy kreda znowu pozostawiła smugę na pasie? Jakiej długości? Czy można dokładnie obliczyć, w jakich granicach może się zawierać wartość opóźnienia pasa, by kreda nie pozostawiła smugi?

Rozwiązanie. W układzie odniesienia poruszającym się ruchem jednostajnym wraz pasem sytuacja wygląda tak, jakby na nieruchomy pas położono kredę z prędkością początkową υ = 5 m/s. Niech masa kredy wynosi m. Początkowa energia kinetyczna kredy (w rozważanym układzie odniesienia) zostaje w całości zużyta na pracę siły tarcia. Oznaczając współczynnik tarcia kredy o transporter przez f możemy napisać

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = fmgs.$$

Stąd

$$f = \frac{\upsilon^2}{2gs}.$$

Po włączeniu hamowania z opóźnieniem a układ odniesienia związany z transporterem staje się układem nieinercjalnym. Na kredę działa teraz siła bezwładności o wartości ma zwrócona w kierunku ruchu transportera. Siła ta ma dokładnie taki sam charakter jak siła działająca na pasażerów podczas hamowania tramwaju lub pociągu. Aby podczas hamowania kreda uległa przesunięciu, siła ma musi przekroczyć maksymalną wartość siły tarcia równą fmg. W przeciwnym wypadku kreda nie poruszy się, gdyż siła ma zostanie zrównoważona przez siłę tarcia. Zatem, aby kreda nie pozostawiła smugi, musi być spełniony warunek

$$ma \le fmg,$$

czyli

$$a \le \frac{v^2}{2s} = 2{,}5\ \text{m/s}^2.$$

Zgodnie z danymi w tekście zadania wartość a = 5 m/s^2 nie spełnia tego warunku, a więc podczas hamowania transportera kreda przesunie się po transporterze i zrobi białą smugę. Obliczmy długość tej smugi s_1.

Kreda będzie poruszać się po transporterze ruchem przyspieszonym dopóki będzie działała siła *ma*, czyli podczas hamowania. Po zatrzymaniu się pasa kreda będzie miała niezerową prędkość początkową i będzie się poruszała ruchem opóźnionym pod wpływem siły tarcia. Ruch ten będzie trwał do czasu zatrzymania się kredy.

Czas trwania hamowania wynosi

$$t_1 = \frac{v}{a}.$$

Przyspieszenie kredy a_1 względem transportera obliczamy z zależności

$$ma_1 = ma - T,$$

wyrażającej II zasadę Newtona w układzie nieinercjalnym związanym z transporterem. T oznacza siłę tarcia równą *fmg*. Współczynnik tarcia f wyznaczyliśmy już wcześniej. Zatem możemy napisać

$$ma_1 = ma - fmg,$$

$$a_1 = a - \frac{v^2}{2s}.$$

Droga przebyta przez kredę podczas hamowania transportera wynosi (względem transportera) $\frac{1}{2}a_1 t_1^2$, czyli

$$\frac{1}{2}\left(a - \frac{v^2}{2s}\right)\frac{v^2}{a^2}.$$

W chwili zatrzymania się transportera prędkość kredy względem transportera wynosi

$$v_1 = a_1 t_1 = \left(a - \frac{v^2}{2s}\right)\frac{v}{a}.$$

Opóźnienie kredy po zatrzymaniu się transportera wynosi

$$a_2 = T / m = fg = \frac{v^2}{2s}.$$

Czas trwania ruchu opóźnionego kredy jest równy

$$t_2 = \frac{v_1}{a_2} = (2as / v^2 - 1)\frac{v}{a}.$$

W czasie tego ruchu kreda przebywa drogę $\frac{1}{2}a_2 t_2^2$, czyli

$$\frac{1}{2}\frac{v^2}{2s}\left(\frac{2as}{v^2} - 1\right)^2 \frac{v^2}{a^2}.$$

Długość smugi zostawionej przez kredę na transporterze jest zatem równa

$$s_1 = \frac{1}{2}\left(a - \frac{v^2}{2s}\right)\frac{v^2}{a^2} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{2s}\left(\frac{2as}{v^2} - 1\right)^2 \frac{v^2}{a^2},$$

czyli

$$s_1 = \left(a - \frac{v^2}{2s}\right)\frac{s}{a}.$$

Liczbowo

$$s_1 = 2{,}5 \text{ m}.$$

W zadaniach takich bardzo łatwo jest popełnić gruby błąd związany z prawem zachowania energii. Wyjaśnijmy dokładniej, o co chodzi. Weźmy pod uwagę sytuację, gdy kredę kładziemy na transporter. Na pierwszy rzut oka mogłoby się wydawać, że w celu wyznaczenia długości smugi s zakreślonej przez kredę, można skorzystać z rozważań energetycznych w układzie nieruchomym względem, powiedzmy, podłogi. W układzie tym transporter porusza z prędkością v. Można by sądzić, że całkowita energia mechaniczna kredy tuż przed położeniem na transporter (równa zeru) powinna być równa pracy sił tarcia podczas kreślenia smugi (= $fmgs$) i końcowej całkowitej energii kinetycznej kredy $\left(= \frac{1}{2}mv^2\right)$:

$$0 = fmgs + \frac{1}{2}mv^2.$$

Otóż równanie to nie może być prawdziwe. Po lewej stronie mamy zero, a po prawej wielkość dodatnią! Rzecz w tym, że w rozważania powyższych nie uwzględniliśmy pracy silników zapewniających równomierne przesuwanie się pasa transportera niezależnie od tego, co się dzieje z kredą. To właśnie na koszt pracy silników kreda wykonuje pracę podczas przesuwania się po transporterze i na koszt pracy silników nabywa ona energii kinetycznej. Kłopotów powyższych oczywiście nie mamy prowadząc rozważania w układzie związanym z jednostajnie przesuwającym się pasem transportera.

Foton – pismo dla nauczycieli i studentów fizyki oraz uczniów
wydawane przez

Instytut Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie

ISSN 1234-4729

Biuletyn Sekcji Nauczycielskiej Polskiego Towarzystwa Fizycznego

Adres Redakcji:
FOTON
Instytut Fizyki UJ, ul. Reymonta, 430-059 Kraków
tel. 0-12 663-55-63 lub 0-12 663-56-77
fax. 0-12 633-40-79 lub 0-12 633-70-86
e-mail: foton@if.uj.edu.pl
e-mail: meyer@th.if.uj.edu.pl

Nowy adres: http://www.foton.if.uj.edu.pl

Sekcja Nauczycielska PTF **http://www.ptf.agh.edu.pl/SN**

Redakcja techniczna, opracowanie graficzne i skład:
Anna Gagatek, IF UJ

Projekt okładki:
Andrzej Cieślar

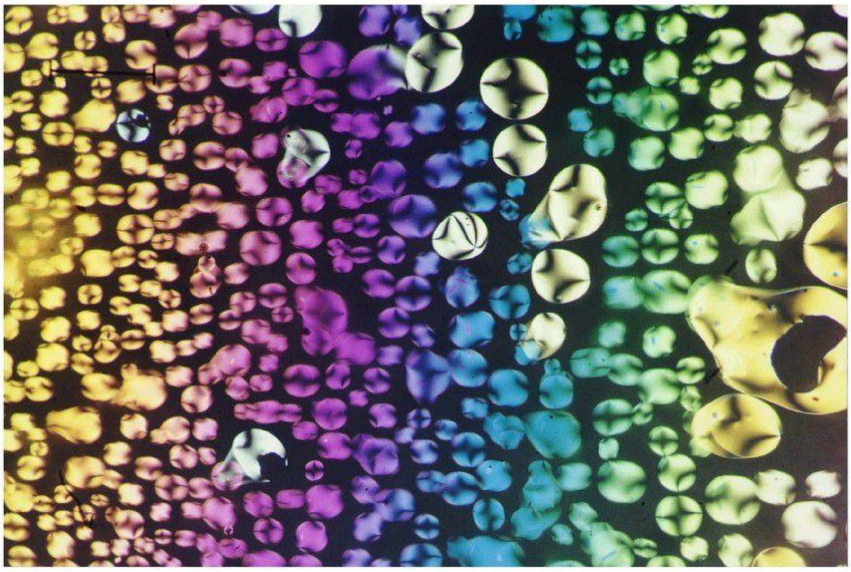
Druk i oprawa:
Poligrafia Inspektoratu Towarzystwa Salezjańskiego
ul. Konfederacka 6, 30-306 Kraków
tel. 12-266-40-00

Warunki prenumeraty – *Foton + Neutrino*:
Cena prenumeraty rocznej wynosi **tylko!** 31,50 zł. Pieniądze należy wpłacić na konto:

Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej UJ
"FOTON"
Bank PEKAO S.A. O/Kraków
Nr r-ku: **07 1240 4722 1111 0000 4855 9692**

Prosimy o poinformowanie Redakcji o dokonanej wpłacie i podanie NIP

Tekstury ciekłych kryształów w fazie nematycznej



education.mrsec.wisc.edu