

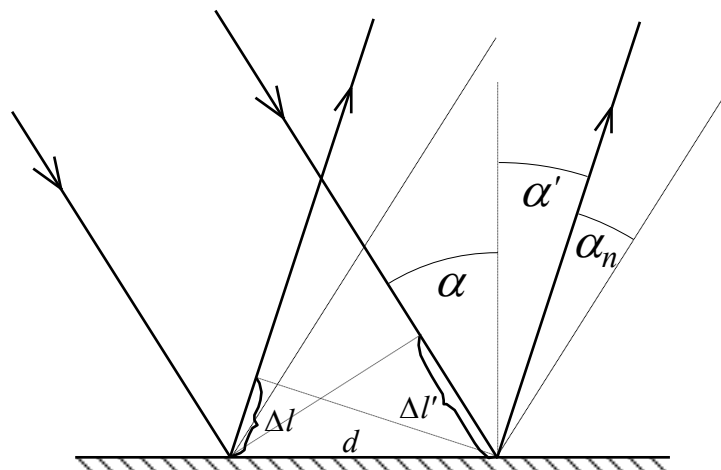


Odgłosy z jaskini (11) Siatka odbiciowa

Adam Smólski

Tym razem będą to raczej odblaski z jaskini. Przed opuszczeniem lwiątkowej piwniczki na Bednarskiej postanowiłem przebadać jeszcze raz to, co z uczniami na lekcji ćwiczyłem w zbytnim pośpiechu – odbiciową siatkę dyfrakcyjną. Niby nic oryginalnego, bo łatwiej obecnie o siatkę odbiciową – w postaci płyty CD – niż klasyczną, ze szczelinami. Ale chodziło o siatkę ustawioną nieprostopadle do wiązki z lasera. A konkretnie o to, jak zależy położenie prążków od kąta padania wiązki.

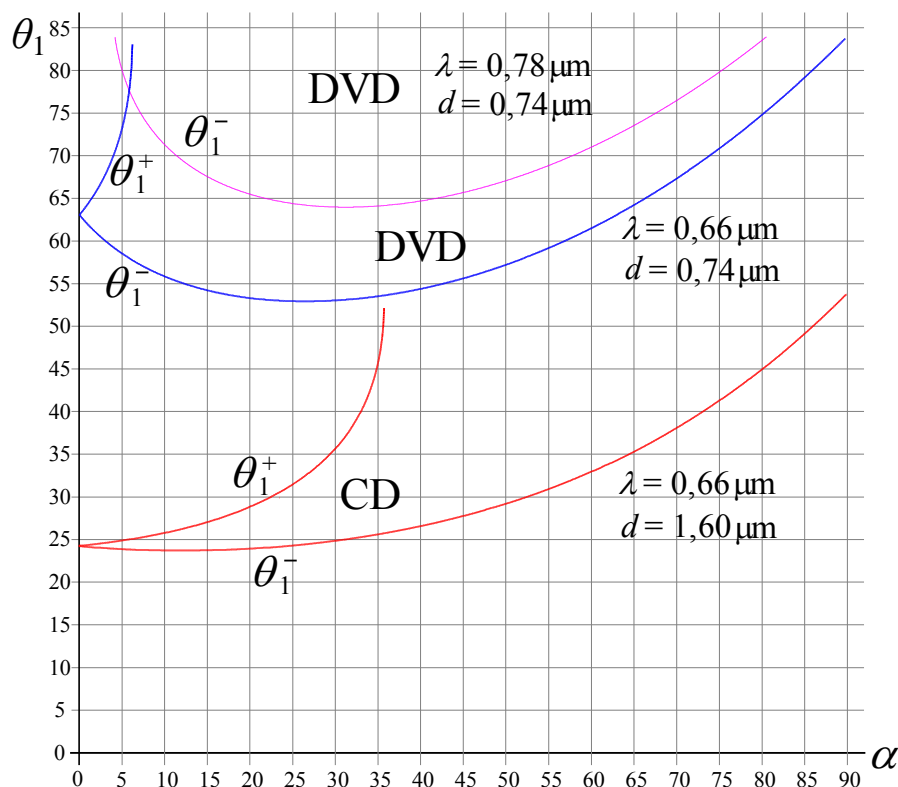
Rozwiążmy ten problem najpierw teoretycznie. Oto rysunek dwóch promieni padających na dwie sąsiednie odbijające linie płyty:



Przy oznaczeniach z rysunku, różnica dróg optycznych promieni rozproszonych przez obie linie pod kątem α' wynosi $|\Delta l - \Delta l'|$, gdzie $\Delta l = d \sin \alpha$, $\Delta l' = d \sin \alpha'$ (dopuszczamy $\alpha' < 0$). Rozproszone promienie utworzą na odległym ekranie prążek n -tego rzędu, gdy $|\Delta l - \Delta l'| = n\lambda$, gdzie λ oznacza długość fali światła. Otrzymujemy równanie $d|\sin \alpha - \sin \alpha'| = n\lambda$. Ostatecznie kąt $\theta_n = |\alpha - \alpha'|$, pod którym promienie widma n -tego rzędu odchylają się od promieni odbitych zgodnie z prawem odbicia, jest dany wzorem

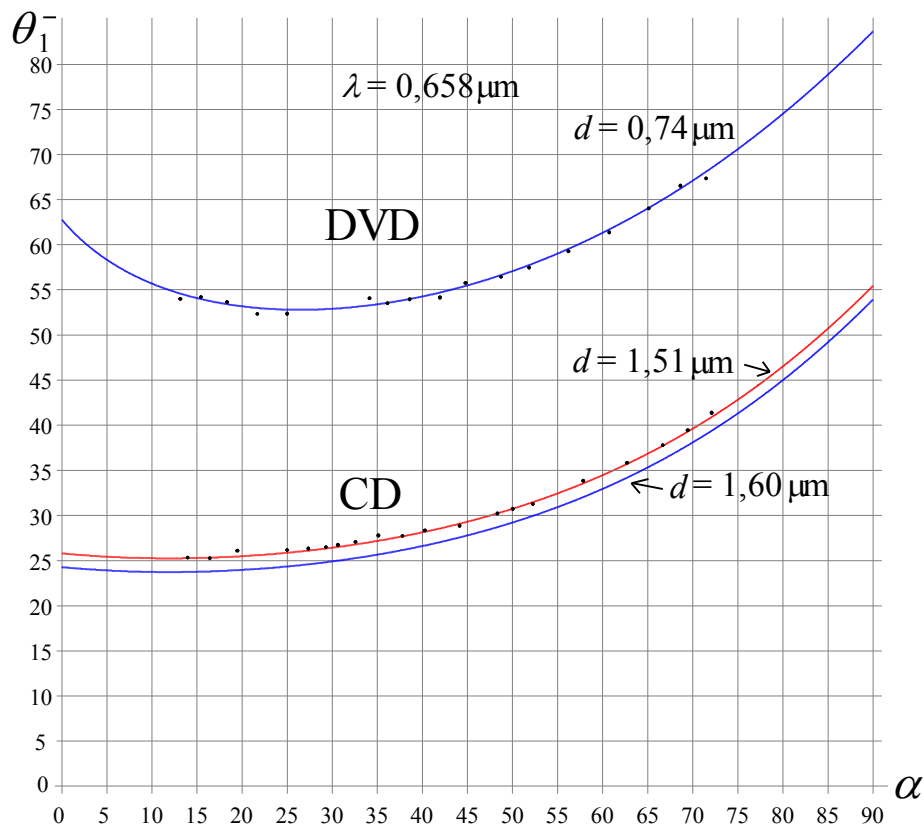
$$\theta_n^\pm = \left| \alpha - \arcsin \left(\sin \alpha \pm \frac{n\lambda}{d} \right) \right|.$$

Znak minus odpowiada sytuacji $\alpha' < \alpha$, znak plus sytuacji $\alpha' > \alpha$. Warto zauważyć, że te dwie sytuacje nie są symetryczne, jak byłyby w przypadku wiązki prostopadłej do siatki. Oto wykresy dla światła z typowego wskaźnika laserowego oraz płyty CD lub DVD (kąty podano w stopniach):



Ciekawe, że oświetlenie płyty pod kątem umożliwia dostrzeżenie efektów interferencji nawet wtedy, gdy długość fali przekracza stałą siatki d . Najwyższy wykres pokazuje przebieg θ_1^- dla płyty DVD oświetlonej falą o długości $0,78 \mu\text{m}$. Oczywiście dla $\alpha = 0$ jest tylko prążek zerowy, ale przy oświetleniu pod kątem powstanie także widmo I rzędu. Płyty DVD mienia się wszystkimi kolorami tęczy, podobnie jak CD.

Wykonałem doświadczenie. Oto wyniki:



Niepewność punktów pomiarowych wynikająca z wielkości plamki i pomiarów taśmą mierniczą wynosi około $0,5^\circ$ dla płyty CD i ok. 1° dla płyty DVD. Otrzymane punkty chciałem porównać z przebiegiem krzywej teoretycznej. Szczerze mówiąc, nie byłem pewien długości fali mojego laserka. Pomiar za pomocą klasycznej siatki dyfrakcyjnej (500 szczelin na milimetr) dał wynik $\lambda = 0,658 \mu\text{m}$. Problem w tym, że fabryczna informacja o liczbie szczelin siatki (kupionej w ZamKorze) podana jest bez niepewności pomiarowej. Faktycznej stałej tej siatki nie sposób ustalić bez wzorcowego lasera, np. helowo-neonowego, dla którego długość fali byłaby dość dokładnie znana. Nie miałem możliwości wykonania takiej kalibracji. Przyjmując wartość $d = 2 \mu\text{m}$ jako dokładną, otrzymałem dla λ niepewność $\pm 0,008 \mu\text{m}$.

Także wartość d dla płyt budzi wątpliwości. Specyfikacje płyt CD i DVD, jakie znalazłem w internecie, podają dla nich odpowiednio $1,60 \mu\text{m}$ i $0,74 \mu\text{m}$. Przyjmując $\lambda = 0,658 \mu\text{m}$ i $d = 0,74 \mu\text{m}$ otrzymujemy bardzo ładną zgodność z teoretycznym wykresem dla DVD. Natomiast $\lambda = 0,658 \mu\text{m}$ i $d = 1,60 \mu\text{m}$ dla

CD kompletnie nie pasuje do punktów pomiarowych. A co pasuje? Jeśli $\lambda = 0,658 \mu\text{m}$, to $d = 1,51 \mu\text{m}$. Jak jest naprawdę, nie wiem.

Jak Czytelnicy zapewne dostrzegli, nie opowiadam tym razem o lwiątkowych zadaniach, a tylko o ostatnich odbłaskach lasera z lwiątkowej piwnicy. Jeśli już musi być o zadaniach, to raczej przychodzi mi na myśl zadanie doświadczałne z finału XLIX Olimpiady Fizycznej w roku 2000. Należało tam wyznaczyć długość fali światła lasera za pomocą linijki (niby logiczne – linijka służy wszak do pomiaru długości). Cała chytryść miała polegać na tym, by zawodnik wpadł na pomysł, aby linijkę z jej co milimetr położonymi rysami podziałki wykorzystać jako odbiciową siatkę dyfrakcyjną. Kluczowy fragment wzorcowego rozwiązania, opublikowanego w „Fizyce w Szkole”, brzmiał:

Korzystamy ze wzoru dla siatki dyfrakcyjnej:

$$d \sin \theta_m = m \lambda \quad (2)$$

gdzie d to stała siatki dyfrakcyjnej, θ_m to kąt ugięcia prążka m -tego rzędu, λ to szukana długość fali.

W konkretnym pomiarze dla pierwszego rzędu ugięcia $m = 1$:

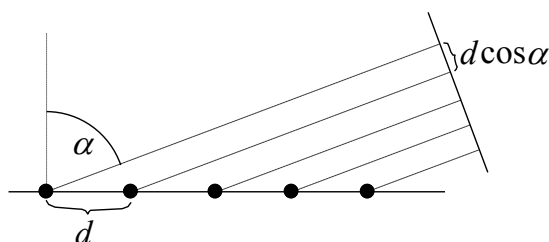
$$d = 1 \text{ mm} \times \cos \alpha = 1,1 \times 10^{-4} \text{ m},^1$$

(...)

$$\sin^\circ \theta_1 = 0,0057,$$

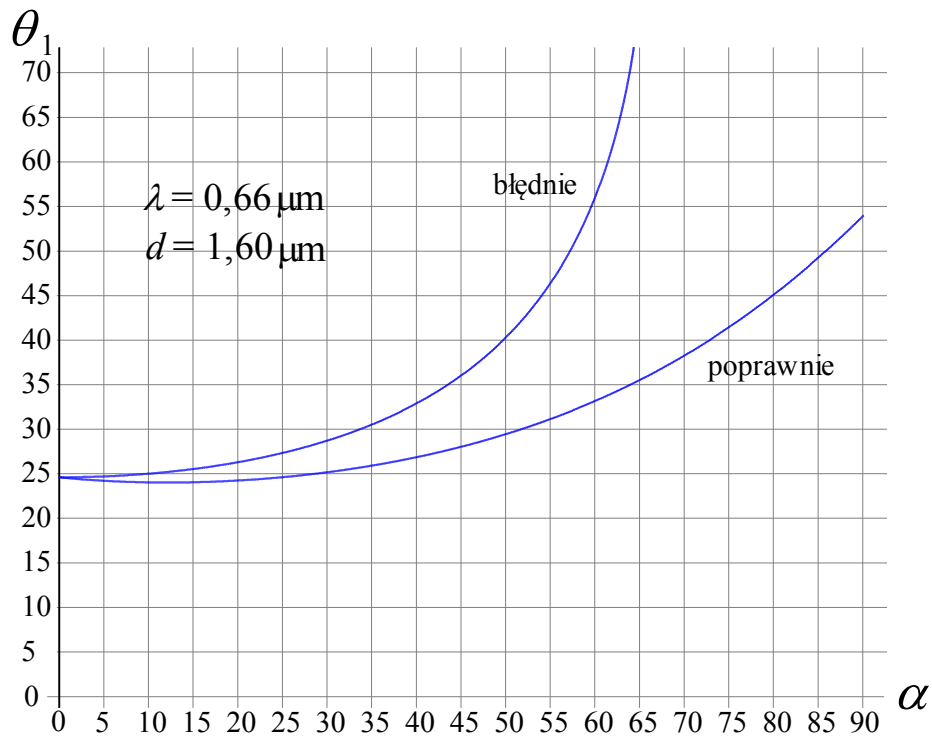
a stąd szukana długość fali $\lambda \approx 620 \text{ nm}$.

Z powyższego sformułowania domyślamy się, że uzasadnieniem ma być efekt pozornego zbliżenia się szczelin, gdy patrzymy pod kątem:



Był to wtedy dopiero drugi z redagowanych przeze mnie numerów *Fizyki w Szkole*. Nic mnie jakoś nie „tknęło”. Oczywiście takie podejście jest w ogólności całkowicie błędne. Gdyby je zastosować do płyty CD, to przy parametrach przyjętych na pierwszym naszym wykresie mielibyśmy:

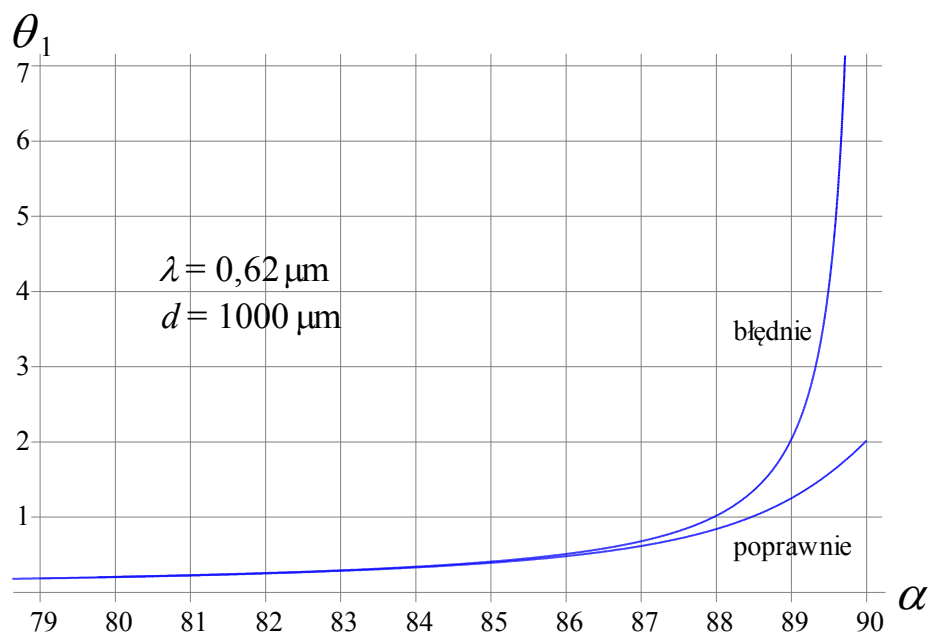
¹ W oryginale kąt α mierzony był nie od normalnej, ale od linijki, w tym miejscu zatem występował sinus.



W przypadku linijki, mającej $d = 1000 \mu\text{m}$, oba kąty θ_1 , obliczony poprawnie i błędnie, są bardzo małe, mała jest więc także ich różnica. Miarodajny jest błąd względny i faktycznie może on być w tym wypadku maleńki. Dla bardzo małych $\frac{\lambda}{d}$ bowiem, i nie za dużych α , z dobrym przybliżeniem:

$$\begin{aligned} \theta_1^- &= \alpha - \arcsin\left(\sin \alpha - \frac{\lambda}{d}\right) \approx \alpha - \arcsin\left[\sin\left(\alpha - \frac{\lambda}{d} \cdot \left(\frac{d \sin \alpha}{d \cos \alpha}\right)^{-1}\right)\right] = \\ &= \alpha - \arcsin\left[\sin\left(\alpha - \frac{\lambda}{d \cos \alpha}\right)\right] = \frac{\lambda}{d \cos \alpha}, \end{aligned}$$

co jest wzorem wynikającym z podejścia błędnego. Jednak jak to bywa z podobnymi przybliżeniami, zaczynają się „rozjeżdżać” przy pewnych wartościach zmiennej. We wzorcowym rozwiązaniu użyto $\alpha \approx 84^\circ$. Oto wykresy, poprawny i błędny, w okolicach tej wartości, dla podanej jako odpowiedź długości fali $\lambda = 0,62 \mu\text{m}$:



Jak widać, wzorcowe doświadczenie przeprowadzono jeszcze w obszarze, gdzie oba podejścia dają zgodne wyniki, ale zabrakło dyskusji i oceny dopuszczalności przybliżenia. Subtelny problem został zbanalizowany.