

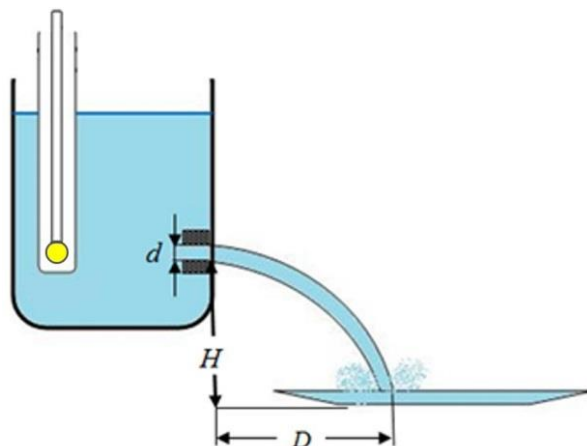
Wyznaczanie współczynnika załamania wody z badania światłowodu wodnego

Zadanie z XX Olimpiady fizycznej 1970/1971¹

Opracował Tadeusz Molenda

Zawody Stopnia I, zadanie doświadczalne

W ścianie szerokiego, nieprzezroczystego naczynia zrób otwór. Zatkań go korkiem z wstawioną weń rurką o przekroju kołowym ($d \sim 0,5$ cm). Wewnątrz naczynia, na przedłużeniu osi rurki umieść źródło światła (rys. 1). Może nim być żaróweczka zasilana z bateryjki lub transformatora².



Rys. 1

Do tak przygotowanego naczynia wlej wodę i pozwól jej wypływać równym strumieniem np. do podstawionej niżej kuwety. Początkowo, gdy zasięg strumienia jest duży, światło biegnie dokładnie wzdłuż strumienia, dając na dnie

¹ Zadanie zostało udostępnione z bazy zadań Olimpiady Fizycznej w Szczecinie i dla *Fotonu* przygotowane przez przewodniczącego Komitetu Okręgowego OF w Szczecinie dra Tadeusza Molendę.

Zadanie wraz z rozwiązaniem zostało opublikowane w zbiorze „Olimpiada Fizyczna XIX i XX”, WSiP, Warszawa 1974, s. 123–128, przez Waldemara Gorzkowskiego, ówczesnego sekretarza naukowego z Komitetu Głównego Olimpiady Fizycznej.

Zadania z olimpiad fizycznych są na ogół oryginalne. Pomysły pochodzą z różnych źródeł, składanych również przez nauczycieli i samych zawodników olimpiady. Propozycje zadań były zmieniane w wyniku dyskusji w Komitecie Głównym OF i często nie przypominają tekstu „pomysłodawcy” (przyj. – T. Molenda, Instytut Fizyki, Uniwersytet Szczeciński).

² Obecnie byłoby powszechnie dostępne źródło światła z lasera (przyj. – T. Molenda).

kuwety jasną plamkę. Gdy zasięg zmniejszy się poniżej pewnej wartości, światło zaczyna uciekać ze strumienia na boki, co można zaobserwować na ekranie ustawionym w pobliżu strugi wody.

- a) Wyjaśnij obserwowane zjawisko.
- b) Wyznacz współczynnik załamania wody na podstawie pomiarów średnicy strumienia d , zasięgu strumienia D , przy którym światło zaczyna uciekać ze strumienia oraz wysokości H .
- c) Oszacuj niepewność wyniku i porównaj otrzymaną wartość współczynnika załamania z wartością podaną w tablicach. Jeżeli wartość, którą otrzymałeś, różni się od wartości tablicowej, to wyjaśnij przyczynę tego faktu.
- d) Jak można ulepszyć opisany układ doświadczalny?

Uwaga: Źródło światła powinno znajdować się w pewnej odległości od końca rurki tak, aby można było przyjąć, że do rurki wpada równoległa wiązka światła. Jeżeli do zasilania żarówki korzystasz z transformatora, nie używaj napięcia wyższego niż 30 V (ze względów bezpieczeństwa). Doświadczenie wykonaj w zaciemnionym pomieszczeniu.

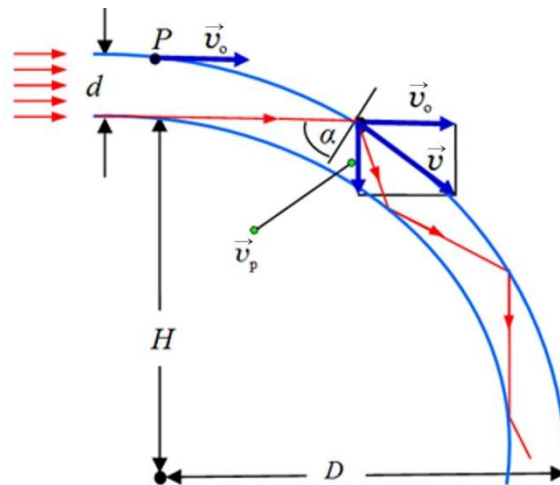
Rozwiązanie

Światło wyjdzie ze strumienia, jeżeli padnie na powierzchnię strumienia od wewnątrz pod kątem mniejszym od kąta granicznego. Początkowo, gdy zasięg strumienia jest duży, światło podczas kolejnych odbić od powierzchni strumienia pada pod kątami większymi od kąta granicznego. Dzięki temu nie może ono wyjść ze strumienia, mimo że jest on wygięty. W efekcie światło wraz ze strumieniem pada na dno kuwety dając jasną plamkę (rys. 2). Strumień prowadzi światło. Mówimy, że jest on światłowodem.

Uchodzenie światła na boki zacznie się wtedy, gdy kąt zaznaczony na rysunku, będzie równy kątowi granicznemu. Łatwo bowiem zauważyć, że podczas pierwszego odbicia kąt padania jest najmniejszy, gdyż nachylenie krzywych ograniczających strumień wzrasta w miarę oddalania się od końca rurki.

W celu wyprowadzenia potrzebnych zależności założmy, że każdy mały element cieczy porusza się niezależnie od innych, tj. że każdy element cieczy po opuszczeniu rurki porusza się tak, jak przy rzucie poziomym z prędkością początkową równą prędkości wypływającej cieczy v_0 . Ściśle biorąc, założenie to nie jest zupełnie słuszne: gdyby poszczególne elementy cieczy poruszały się w ten sposób, to ich ruch względny musiałby być ruchem jednostajnym. Poszczególne elementy cieczy musiałyby się oddalać od siebie, a to przy stałym przekroju strumienia nie byłoby możliwe bez jego rozerwania. Z obserwacji strumienia wody wypływającej z rurki widać, że – poza niewielkim obszarem tuż przy wylocie rurki – zmiana szerokości strumienia jest prawie niedostrzegalna, co świadczy o tym, że odstępstwa spowodowane niespełnieniem naszego założenia są małe i poza obszarem tuż przy wylocie można je zaniedbać. Za-

gadnienie szerokości strumienia omówimy dokładnie przy dyskusowaniu wyniku, tymczasem dla prostoty założymy, że strumień ma stałą szerokość równą szerokości rurki.



Rys. 2

Weźmy pod uwagę element cieczy P poruszający się w górnej części strumienia. Zgodnie z naszym założeniem element ten porusza się tak, jak podczas rzutu poziomego z prędkością v_0 . W miejscu, gdzie odbija się skrajny dolny promień wpadający przez rurkę do strumienia, element ten ma prędkość v , której składowa pozioma wynosi v_0 (w kierunku poziomym ruch jest jednostajny), a wartość pionowej składowej $v_p = \sqrt{2gd}$ (w pionie ruch naszego elementu cieczy jest jednostajnie przyspieszony z przyspieszeniem g i zerową prędkością początkową).

Prędkość \vec{v} jest styczna do strumienia, zatem kąt między wektorami \vec{v}_p i \vec{v} musi równać się kątowi padania α rozpatrywanego promienia na powierzchnię strumienia. Mamy więc

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0}{\sqrt{2gd}}.$$

Uciekanie światła ze strumienia zaczyna zachodzić wtedy, gdy kąt α staje się równy kątowi granicznemu α_{gr} dla powierzchni granicznej woda–powietrze. Zatem

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{gr}} = \frac{v_0}{\sqrt{2gd}}.$$

Zasięg strumienia w rozpatrywanym przypadku granicznym wynosi

$$D_{\text{gr}} = v_0 t,$$

gdzie t jest czasem, po jakim nasz element cieczy osiągnie dno kuwety, licząc od chwili opuszczenia przezeń rurki. Ponieważ w kierunku pionowym mamy swobodny spadek z prędkością początkową równą zero, zatem

$$t = \sqrt{\frac{2(H+d)}{g}},$$

czyli

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}},$$

gdź $d \ll H$. Podstawiając to do wzoru na D_{gr} otrzymujemy:

$$D_{\text{gr}} = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}} = 2\sqrt{dH} \frac{v_0}{\sqrt{2gd}} = 2\sqrt{dH} \operatorname{tg} \alpha_{\text{gr}}.$$

Stąd

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{gr}} = \frac{D_{\text{gr}}}{2\sqrt{dH}}.$$

Mając $\operatorname{tg} \alpha_{\text{gr}}$ bez trudu możemy obliczyć $\sin \alpha_{\text{gr}}$

$$\sin \alpha_{\text{gr}} = 1 / \sqrt{1 + \frac{4dH}{D_{\text{gr}}^2}}.$$

Ale jak wiemy, musi zachodzić związek

$$\sin \alpha_{\text{gr}} = \frac{1}{n},$$

gdzie n oznacza współczynnik załamania światła dla wody, a zatem

$$n = \sqrt{1 + \frac{4dH}{D_{\text{gr}}^2}}.$$

Tak więc, mierząc d (suwmiarką), H oraz D_{gr} (linijką) i stosując powyższy wzór możemy wyznaczyć współczynnik załamania wody n . Podczas kontrolnego sprawdzenia zadania przed zatwierdzeniem go na zawody, wykonano 10 pomiarów, na podstawie których otrzymano następującą wartość

$$n = 1,5 \pm 0,1.$$

Podana tu niepewność jest tzw. niepewnością graniczną³. Wartość n jest większa od wartości tablicowej $n \approx 1,33$. Przyczyną różnicy tego jest błąd systematyczny popełniany podczas pomiarów, wiążący się z tym, że na ekranie trzymanym koło strumienia nie powstaje ostra plamka, którą można by łatwo dostrzec i z tym, że początkowo ze strumienia ucieka zbyt mało światła, by od razu dostrzec zmianę oświetlenia ekranu. W związku z tym mierzona przez nas wartość D_{gr} jest nieco mniejsza niż wartość, która powinna odpowiadać granicznemu kąтови padania α_{gr} . Jak widać ze wzoru na n , zmniejszenie D_{gr} powoduje wzrost wartości współczynnika załamania. Nie są to jednak jedyne przyczyny niepewności pomiarowej. Otóż może się wydać dziwne, ale założenie, że średnica strumienia opuszczającego rurkę jest taka sama jak średnica rurki, jest niezbyt dobrze spełnione. Średnica strumienia niezbyt daleko wylotu rurki jest praktycznie stała, ale nie dotyczy to obszaru tuż przy wylocie. Można wykazać, że w przypadku cieczy nielepkiej stosunek średnicy strumienia do średnicy rurki zależy od tego jak daleko od ścianek znajduje się w naczyniu koniec rurki, przez który wpływa woda. Gdy koniec ten jest daleko od ścianek, to powyższy stosunek wynosi $1/\sqrt{2}$. Z rozważań tych wynika, że do wzoru na n na miejsce d należy podstawić rzeczywistą średnicę strumienia, a nie średnicę rurki. Zauważmy, że gdybyśmy do naszego wzoru zamiast d podstawili $d_{rurki}/\sqrt{2}$, to otrzymalibyśmy $n \approx 1,37$, co jest znacznie bliższe wartości rzeczywistej równej około 1,33, chociaż też zbyt duże.

Nasz układ doświadczalny można nieco ulepszyć. W przypadku wody wpływającej swobodnie z naczynia zasięg strumienia zmienia się z biegiem czasu, niezależnie od naszej woli. Utrudnia to pomiary. Łatwo jednak stworzyć sobie możliwość wygodnego regulowania tego zasięgu⁴. Wystarczy w tym celu zatkać naczynie u góry korkiem z jakąś rurką połączoną węzłem z kranem. Odkręcając kran możemy świadomie regulować zasięg strumienia, a to znacznie ułatwia pomiar D_{gr} . Oczywiście nawet w tak ulepszonym układzie pomiary nadal będą obarczone wspomnianym błędem systematycznym.

Omówionej metody wyznaczania n nie stosuje się w praktyce. Znamy wiele innych wygodniejszych i dokładniejszych metod. Jednym z celów tego zadania było zainteresowanie młodzieży ciekawym zjawiskiem, jakim jest niewątpliwie „prowadzenie” światła w strumieniu wody.

³ Według obecnego nazewnictwa jest to błąd graniczny dopuszczalny; wówczas błąd maksymalny (przyp. T. Molenda).

⁴ Również korzystając z naczynia Mariotte’a, którego działanie było treścią zad. doświadczalnego III stopnia IX Olimpiady Fizycznej. Dokładny opis znajdziemy w książkach: A. Nowicka – *Olimpiady Fizyczne IX i X*, PZWS, Warszawa 1965; W. Gorzkowski, A. Kotlicki – *Olimpiada fizyczna. Wybrane zadania doświadczalne z rozwiązaniami*. Stowarzyszenie „Symetria i Własności Strukturalne”, Poznań 1994. Zadanie znajduje się na stronie w bazie zadań olimpiady fizycznej – www.olimpiada.fizyka.szc.pl (przyp. – T. Molenda).

Zjawisko prowadzenia światła w falowodach ma zastosowania praktyczne. Światłowodem może być m.in. laska szklana bądź cienkie elastyczne włókno szklane lub plastikowe. Wyobraźmy sobie, że wiele takich włókien ułożyliśmy równoległe i związaliśmy w wiązki. Jeżeli na płasko ścięty koniec takiej wiązki rzutujemy (np. za pomocą soczewki) obraz jakiegoś przedmiotu, to każde włókno niezależnie od innych przeniesie padający nań element obrazu na drugi koniec wiązki. W rezultacie na drugim końcu wiązki powstanie obraz, który rzutowaliśmy na jej pierwszy koniec. Tak więc, za pomocą rozważanej, giętkiej wiązki złożonej z elastycznych, cienkich włókien szklanych lub plastikowych można „przenosić” obrazy. Wiązki takie umożliwiają obserwację np. wnętrza silnika w czasie pracy lub też żołądka ludzkiego. Gdyby włókna w wiązce nie były równoległe, lecz nieco „poplątane”, tak że z jednego końca względne położenia poszczególnych włókien byłyby inne niż z drugiego, to obraz rzutowany na jeden koniec, po przejściu przez wiązkę byłby zupełnie nie do poznania. Fakt ten można wykorzystać do kodowania bądź dekodowania tajnych informacji. Nie będziemy tu podawać dalszych zastosowań omawianych wiązek. Z pewnością Czytelnik sam znajdzie ich dziesiątki. Na koniec warto powiedzieć, że w ostatnich latach powstała nowa dziedzina fizyki, która zajmuje się m.in. opisanymi tu zjawiskami. Jest nią optyka włókien.