KĄCIK ZADAŃ

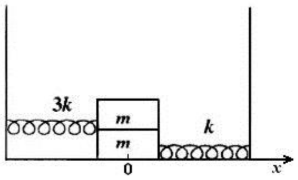
# Drgania

*Z rubryki Borisa Korsunsky'ego*

Zadania pochodzą z *The Physics Teacher – Physics Challenges for Teachers and Students*, styczeń 2004. Zachęcam do zapoznania się z zadaniami jak również ich rozwiązaniami, które publikowane są na naszej stronie za zgodą autora rubryki Borisa Korsunsky'ego i Redakcji *The Physics Teacher.*

**Zadanie 1**

Układ pokazany na rysunku znajduje się w stanie równowagi. Sprężyna po prawej stronie jest rozciągnięta o $x_1$. Współczynnik tarcia statycznego pomiędzy ciężarkami jest równy $\mu_S$, a tarcie pomiędzy dolnym ciężarkiem a podłożem można zaniedbać. Stałe sprężystości sprężyn wynoszą $k$ i $3k$ (patrz rys. 1). Obydwa ciężarki mają taką samą masę $m$. Proszę znaleźć maksymalną amplitudę drgań układu, przy której górny ciężarek nie będzie się ślizgał po powierzchni dolnego ciężarka.




Rys. 1

**Rozwiązanie**

Środek układu współrzędnych umiejscawiamy w punkcie O (patrz rys. 1). W stanie równowagi wypadkowa siła działająca na ciężarki wynosi zero. Jeśli ciężarki znajdą się w pozycji $x$ na prawo od pozycji równowagowej, to siła wywierana przez sprężynę znajdującą się z prawej strony będzie miała wartość mniejszą o $kx$ od wartości w stanie równowagi. Natomiast wartość siły wywieranej przez sprężynę z lewej strony będzie o $3kx$ mniejsza (bardziej ujemna) od wartości w stanie równowagi. W związku z tym wartość wypadkowej siły działającej na ciężarki znajdujące się w punkcie $x$ wynosi $-4kx$.

Stosując drugą zasadę dynamiki Newtona do układu dwu ciężarków, otrzymujemy:

$$-4kx = 2ma_X$$

Ta sama zasada zastosowana do dolnego ciężarka daje nam:

$$k(x_1 - x) - f = ma_X$$

gdzie $f$ oznacza wartość siły tarcia.

Wyznaczając $ma_X$ z pierwszego równania i wstawiając je do drugiego, otrzymujemy:

$$k(x_1 - x) - f = -2kx$$

Z powyższego równania wyliczamy wartość siły tarcia $f$. Wynosi ona:

$$f = k(x_1 + x)$$

Maksymalną wartością, jaką przyjmuje $x$, jest amplituda drgań $A$, natomiast maksymalna wartość siły tarcia wynosi $\mu_S mg$. Wobec tego:

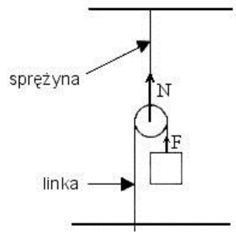
$$\mu_S mg = k(x_1 + A_{\max}).$$

Maksymalna amplituda drgań, przy której górny ciężarek nie ślizga się po powierzchni dolnego, wynosi więc:

$$A_{\max} = \frac{\mu_S mg}{k} - x_1$$

**Zadanie 2**

Proszę znaleźć okres małych pionowych drgań, wykonywanych przez układ pokazany na rys. 2. Masa ciężarka wynosi $m$. Bloczek zamocowany jest do sufitu na sprężynie o stałej sprężystości $k$, natomiast ciężarek jest zawieszony na idealnej nierozciągliwej lince.




Rys. 2

**Rozwiązanie**

Przesuwając ciężarek w dół o $x$, rozciągamy sprężynę o ½ $x$. Siła naciągu $N$ będzie wobec tego równa ½ $kx$. To oznacza, że siła $F$ działająca na ciężarek wynosi ¼ $kx$. Standardowy wzór na okres drgań masy zawieszonej na sprężynie daje w tym wypadku:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{¼k}} = 4\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

(tłum. KC)