O paradoksie bliźniąt nieco inaczej. Paradoks i jego kontekst – cz. I

Leszek M. Sokołowski
Obserwatorium Astronomiczne UJ

Najsławniejszym i najbardziej spektakularnym paradoksem, na jaki napotyka się każdy poznający Szczególną Teorię Względności, czy to na poziomie literatury popularnonaukowej, czy w ramach akademickiego kursu fizyki, jest paradoks bliźniąt. Ostatnio przywołał go w „Tygodniku Powszechnym" (z 14 września 2014) profesor Stanisław Bajtlik w recenzji książki *Paradoks. Dziesięć największych zagadek fizyki*, wymieniając w tym kontekście również moje nazwisko. Redakcja *Fotonu* zwróciła się więc do mnie, abym go dokładniej omówił.

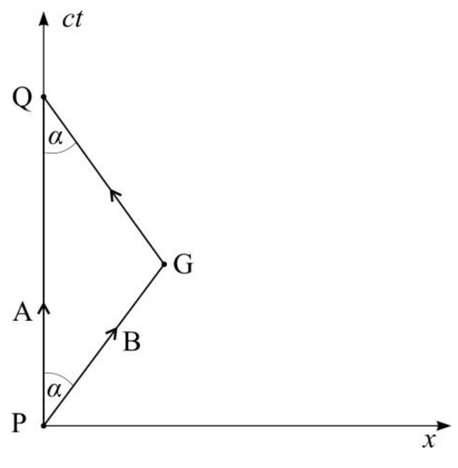
O paradoksie tym napisano mnóstwo, bowiem spora część tych, którzy się z nim zmagali, uznała za stosowne opublikować swoje przemyślenia. Ogromna większość tych tekstów jest bezwartościowa, gdyż albo jest błędna, albo też na rozmaite sposoby powtarza te same argumenty, które chociaż prawdziwe, to stosują się tylko do najprostszej wersji paradoksu i niewiele wyjaśniają. Jak pisze prof. Bajtlik, również w recenzowanej książce (znanego popularyzatora fizyki) podane jest fałszywe wyjaśnienie. Co dziwniejsze, ogół uniwersyteckich podręczników fizyki ogranicza się do najprostszej wersji paradoksu, co czyni czytelnika bezradnym wobec wersji bardziej realistycznych, a przede wszystkim skrywa przed nim istotę sprawy. Jak się rzecz ma naprawdę, opisują tylko nieliczne zaawansowane monografie. Chcę zatem naszkicować sedno sprawy. Nie aspiruję do tego, by tym artykułem wszystko wyjaśnić i sprawę zamknąć – co to, to nie. Chcę wskazać, jak szukać rozwiązania, albowiem odwołuje się ono do samej istoty teorii względności.

Początki problemu

W 1905 roku w słynnej pracy, w której sformułował Szczególną Teorię Względności, Einstein napisał: „Jeśli w punkcie A znajdują się dwa zsynchronizowane zegary, a następnie jeden z nich porusza się wzdłuż dowolnej linii zamkniętej ze stałą prędkością v, aż powróci do A, co wymaga t sekund, to po powrocie zegar ten będzie się późnił w stosunku do zegara, który pozostawał w spoczynku, o $\frac{1}{2}(v/c)^2 t$ sekund".

To niepozorne twierdzenie, świadczące o tym, że od początku Einstein widział daleko idące konsekwencje swojej teorii, wzbudziło zainteresowanie czołowych fizyków tamtej epoki, usiłujących zrozumieć zgodność tego „paradoksu zegarów" z fundamentalnymi tezami tej teorii. W 1911 roku francuski fizyk

Paul Langevin nadał mu bardziej poglądową i „zhumanizowaną" postać, formułując go jako „paradoks bliźniąt". Para bliźniąt, czyli z definicji dwu osobników w równym wieku, w pewnym momencie rozdziela się: bliźniak A pozostaje cały czas w jednym inercjalnym układzie odniesienia, wyznaczonym przez Ziemię (zaniedbujemy dobowy ruch i roczny ruch orbitalny Ziemi), a bliźniak B odbywa podróż z relatywistyczną prędkością do jakiejś gwiazdy, po wielu latach lotu w obie strony wraca na Ziemię i spotyka się z A. Gdy utożsami się czas biologiczny z fizycznym, to okaże się, że z twierdzenia Einsteina wynika, iż B jest młodszy od A. Aby to ująć liczbowo, wprowadzamy upraszczające założenie: B startuje z Ziemi z gigantycznym (niemal nieskończonym) przyspieszeniem, by w jak najkrótszym czasie osiągnąć docelową relatywistyczną prędkość v, podróżuje z nią aż do gwiazdy G, tuż przy niej hamuje momentalnie, zawraca, błyskawicznie rozpędza się do prędkości v, leci z nią do Ziemi, tam hamuje i staje obok A. Założenie jest nierealistyczne, bo przy zbyt dużym przyspieszeniu astronauta wraz z rakietą zamieni się w płynny placek; pomińmy jednak tę trudność. Ruch B jest przestrzennie jednowymiarowy i jako ruch w czasoprzestrzeni możemy przedstawić go graficznie na tzw. *diagramie Minkowskiego*: dwuwymiarową czasoprzestrzeń rysujemy na płaszczyźnie euklidesowej. Na osi poziomej odkładamy odległość x bliźniaka B od Ziemi w chwili t (odległość tę mierzymy w układzie inercjalnym Ziemi i czas t jest mierzony ziemskimi zegarami), na osi pionowej odkładamy iloczyn ct, gdzie c jest mierzalną prędkością oddziaływań fundamentalnych, w praktyce laboratoryjnej utożsamianą z prędkością światła w próżni. W każdej chwili położenie B na diagramie jest punktem o współrzędnych kartezjańskich (x, ct) i z upływem czasu punkt ten nakreśla krzywą, zwaną *linią świata* B (rys. 1).



Rys. 1

Przy założeniu nieskończonego przyspieszania B jego linia świata jest prostą łamaną przy gwieździe G, przy czym linia ta w punkcie startowym P i końcowym Q tworzy z osią czasu jednakowy kąt α. Z rysunku widać, że tg$\alpha = x/ct = vt/ct = v/c$, czyli kąt α jest zawsze mniejszy od 45°. Teraz widać paradoks. Pomijając dowolnie krótki okres przyspieszania B, obaj bliźniacy spoczywają w układach inercjalnych. Według zasady względności Galileusza-Einsteina wszystkie układy inercjalne są fizycznie równoważne. Stąd i ze stałości prędkości c wynika zjawisko *dylatacji czasu*: zegar poruszający się względem danego obserwatora (tzn. danego układu inercjalnego) idzie wolniej niż zegar tego obserwatora. Zatem zegar B obserwowany przez bliźniaka A spóźnia się względem zegara A, lecz zegar A obserwowany przez B spóźnia się względem zegara B. Skoro tak, to dlaczego w momencie powrotu (punkt Q na diagramie) bliźniak B i jego zegar są młodsi od A?

Trzy poziomy paradoksu

Paradoks bliźniąt można rozpatrywać na trzech poziomach, zależnie od tego, o co pytamy i jak głęboko chcemy zrozumieć jego naturę. Na pierwszym, najniższym poziomie, chcemy zrozumieć skąd w ogóle bierze się asymetria wieku bliźniąt, skoro ich układy inercjalne są równoprawne. Na drugim poziomie pytamy dlaczego bliźniak B okazuje się młodszy, skoro patrząc na rys. 1 i zgodnie z intuicją sądzimy, że to on odbył dłuższą podróż w czasoprzestrzeni. Na najwyższym, trzecim poziomie pytamy o opis zjawiska w wersji realistycznej: bliźniak A leci z Ziemi do gwiazdy G_1, bliźniak B podróżuje do gwiazdy G_2 i wracają na Ziemię równocześnie, obaj rozpędzają się i hamują z niewielkim przyspieszeniem, takim by przeżyć, w rezultacie niemal całą podróż odbywają ze zmiennymi prędkościami. Nie muszę chyba przekonywać, że tylko wyjaśnienie na tym poziomie daje nam właściwe zrozumienie całego paradoksu. Dodam, że ten poziom problemu można jeszcze rozszerzyć: zapytać, jak wygląda czas podróży każdego bliźniaka nie w idealnej czasoprzestrzeni Minkowskiego pozbawionej materii, lecz w czasoprzestrzeni zakrzywionej polami grawitacyjnymi gwiazd i innych ciał niebieskich. To rozszerzenie ogromnie komplikuje matematycznie problem i jest obecnie przedmiotem badań fizyków-relatywistów. Możemy je sobie tutaj darować i zająć się względnie prostym problemem w ramach Szczególnej Teorii Względności.

Jak wspomniałem, na ogół rozpatrzenie paradoksu ogranicza się do poziomu pierwszego i połowicznego wyjaśnienia na poziomie drugim, bowiem w najprostszej wersji – jak na rys. 1 – te dwie kwestie są z sobą sprzężone. Szybko zauważono, że symetrii między bliźniakami nie ma, bowiem astronauta trzykrotnie zmienia układ inercjalny, w którym spoczywa: przy starcie (punkt P), nawracając przy gwieździe (G) i hamując przy Ziemi (Q). Można wyliczyć czas podróży t_B astronauty zmierzony jego zegarem, jeżeli znamy czas podróży t_A zmierzony Zegarem na Ziemi. Nie podaję tego rachunku, bo można go znaleźć w licznych książkach, jest nieprzejrzysty i niewiele wyjaśnia, pokazuje jedynie, że w tym konkretnym przypadku $t_B < t_A$. Można jakościowo, bez tego rachunku, ustalić, że astronauta jest w momencie spotkania w Q młodszy od A, rozpatrując diagram Minkowskiego. Traktujemy odcinki PG i GQ linii świata B jako osie czasu układów inercjalnych w drodze „tam" i „z powrotem". Osie czasu wyznaczają w tych dwu układach hiperpłaszczyzny równoczesności, czyli trójwymiarowe przestrzenie fizyczne złożone z punktów (zdarzeń) o tej samej współrzędnej czasowej. Gdy te hiperpłaszczyzny (przedstawione jako linie proste) nanieść na diagram na rys. 1, to okaże się, że nagłej zmianie układu inercjalnego w punkcie G towarzyszy obrót tych hiperpłaszczyzn, tak że nie będą one pokrywać całego odcinka PQ linii świata A. W rezultacie okaże się, że $t_A > t_B$. Celowo nie podaję również tej konstrukcji – jest ważna i interesująca sama w sobie, lecz dla paradoksu bliźniąt bez znaczenia. Wyjaśnia jedynie, dlaczego błyskawiczna zmiana układów odniesienia używanych przez B powoduje dużą różnicę $t_A - t_B$. To niewiele.

Jak niewiele, zobaczymy, gdy weźmiemy drugą, również prostą wersję paradoksu. Teraz bliźniak B krąży po okręgu o promieniu R ze stałą prędkością v i stałym przyspieszeniem dośrodkowym a. W tym przypadku rachunki oparte na transformacji Lorentza są dużo trudniejsze wskazując, że dla bardziej złożonego ruchu będziemy całkowicie bezradni. Co robić?

Zauważmy na początek, że skoro różnica wieku bliźniąt jest zjawiskiem rzeczywistym (zmierzonym eksperymentalnie), to jego opis nie może zależeć od wyboru używanego układu odniesienia (jak to ma miejsce w przypadku dylatacji czasu), a powyższy przykład wskazuje, że nie istnieje układ inercjalny, w którym ten opis da się wyprowadzić w sposób najprostszy. Posługiwanie się transformacją Lorentza między różnymi układami nie wystarczy.

Geometria czasoprzestrzeni

W fizyce często dogłębne zrozumienie konkretnego zjawiska wymaga zbudowania pełnej teorii, która opisuje obszerny zbiór zjawisk, a nie tylko to, dla którego ją skonstruowano. Szczególna teoria względności to dużo więcej niż transformacja Lorentza. Dla zrozumienia paradoksu bliźniąt i innych paradoksów pojawiających się w niej potrzebujemy znajomości geometrii czasoprzestrzeni.

Najbardziej fundamentalnym opisem wszelkich zjawisk fizycznych jest podanie gdzie i kiedy dane zjawisko zaszło. Rozpatrujemy zjawiska elementarne, zwane zdarzeniami, które są zlokalizowane przestrzennie i momentalne (trwają bardzo krótko). Jeżeli Ziemię potraktować (w przybliżeniu mechaniki niebieskiej) jak punkt materialny, to zdarzeniem będzie każde jej chwilowe położenie na orbicie wokół Słońca w momencie, gdy piszę jakąś literę tego tekstu. Zdarzeniem jest także to, gdy w danym miejscu i czasie nie ma żadnej materii, więc nic się tam nie dzieje. Aby liczbowo opisać zdarzenia, konieczny jest fizyczny układ odniesienia – wszelkie pomiary fizyczne wykonujemy w jakimś wybranym układzie odniesienia. Tak jak punkt na płaszczyźnie identyfikujemy za pomocą współrzędnych w jakimś dowolnie wybranym układzie współrzędnych, np. w pewnym układzie kartezjańskim, tak zdarzenie identyfikujemy w wybranym układzie odniesienia za pomocą gęstej kratownicy sztywnych prętów, której węzły określają współrzędne przestrzenne tego zdarzenia oraz zbioru zegarów umieszczonych w tych węzłach, wyznaczających moment jego zajścia. Pełna konstrukcja układu odniesienia jest złożona, więc jej tu nie omawiam. Zbiór wszystkich zdarzeń tak opisanych w dowolnym układzie odniesienia ma własności zbioru punktów geometrycznych, więc możemy go uznać za przestrzeń matematyczną, lecz aby nie mylił się ze zwykłą trójwymiarową przestrzenią fizyczną, nazywamy go *czasoprzestrzenią*. Czasoprzestrzenie wyznaczone przez różne układy odniesienia są identyczne, bowiem każde zdarzenie ma obiektywny sens fizyczny niezależny od wyboru układu odniesienia, jedynie współrzędne zdarzenia (punktu w czasoprzestrzeni) są różne w różnych układach. Jest tu dokładnie tak samo jak ze współrzędnymi punktów na płaszczyźnie i w przestrzeni euklidesowej w różnych układach współrzędnych.

Jak zauważył najpierw Galileusz, rozwinął Newton i ostatecznie sformułował Einstein, w nieskończonym zbiorze układów odniesienia istnieją układy wyróżnione – *inercjalne*, w których prawa fizyki mają postać najprostszą, a w konsekwencji w nich opis większości procesów fizycznych (poza szczególnymi przypadkami) jest też najprostszy. Układy inercjalne w fizyce są jak układy współrzędnych kartezjańskich w przestrzeni euklidesowej. Ta analogia jest bardzo silna. Tak jak współrzędne kartezjańskie wyrażają fundamentalne własności geometrii euklidesowej (na sferze, która ma geometrię nieeuklidesową, nie ma współrzędnych kartezjańskich), chociaż nie identyfikują jej jednoznacznie, tak istnienie inercjalnych układów odniesienia prawie definiuje geometrię czasoprzestrzeni. Cała fizyka klasyczna (przed Einsteinem), Szczególna Teoria Względności, mechanika kwantowa i teorie wobec nich pochodne, wszystkie bazują na pojęciu układu inercjalnego. Poprawna definicja układu inercjalnego powstała dopiero po sformułowaniu Ogólnej Teorii Względności w 1916 roku (i to wiele lat później) – dzięki temu, że teoria ta pojęcie to zakwestionowała. Tutaj zjawiska grawitacyjne zaniedbujemy i uznajemy istnienie układów inercjalnych. Definicja ta jest matematycznie zaawansowana (wymaga geometrii różniczkowej) i w rezultacie w podręcznikach fizyki (za wyjątkiem niektórych kursów OTW) jest ignorowana, a na jej miejsce wprowadza się definicję niepełną, w której układ inercjalny jest zdefiniowany za pomocą procedury eksperymentalnej sprawdzającej, czy w danym układzie odniesienia jest spełniona pierwsza zasada dynamiki Newtona. Pomińmy również te subtelności i przyjmijmy, że prawidłowo rozpoznajemy układy inercjalne.

Jak konkretnie zidentyfikować geometrię czasoprzestrzeni? Podobnie jak w innych przestrzeniach matematycznych, mamy 2 równoważne metody, zaproponowane w roku 1872 przez niemieckiego matematyka Felixa Kleina. Pierwsza metoda polega na badaniu transformacji pomiędzy wyróżnionymi układami współrzędnych. W geometrii euklidesowej dowolne dwa układy kartezjańskie można przekształcić jeden w drugi w taki sposób, że najpierw jeden układ przesuwa się (*translacja*) tak, by jego punkt początkowy pokrył się z punktem początkowym drugiego, a następnie obraca się go tak, by pokryły się osie obu układów. Krótko: transformacje układów kartezjańskich to obroty i translacje. Analogicznie, dowolne dwa układy inercjalne poruszają się względem siebie jednostajnie prostoliniowo, a ich osie są względem siebie obrócone. Tu jednak pojawia się zasadnicza trudność. W przestrzeni euklidesowej, zdefiniowanej za pomocą aksjomatów Euklidesa, łatwo ustalić metodami geometrii analitycznej, jawne wzory na zmianę współrzędnych przy translacjach i obrotach. W czasoprzestrzeni tak nie jest, samo istnienie układów inercjalnych nie definiuje jej jednoznacznie. Poczynając od Newtona, przez dwieście lat fizycy święcie wierzyli, że między układami inercjalnymi istnieje tylko jedna, zdroworozsądkowa, transformacja, w XX wieku nazwana transformacją Galileusza. Tak nie jest, transformację między układami albo trzeba zadać dość arbitralnie i wtedy wyznaczy ona geometrię czasoprzestrzeni, albo korzystając z dodatkowej informacji fizycznej ustalić poprawną transformację. Odwołując się do eksperymentu optycznego Michelsona i Morleya, holenderski fizyk Hendrik Lorentz, wyznaczył tę transformację, lecz przed Einsteinem nikt nie rozumiał jej treści fizycznej.

Transformacja Lorentza jest więc ogromnie ważna, lecz istota rzeczy tkwi w geometrii. Transformacja ta jest narzędziem, jakiego używamy do ustalenia geometrii i do wyrażenia niezmienniczości praw fizyki przy zmianach układu inercjalnego. I te układy, i te transformacje między nimi są dla nas, nie dla materii, materia czuje tylko geometrię czasoprzestrzeni. Dodam, że nie istnieje jedna taka transformacja; to, co popularnie nazywa się „transformacją Lorentza" jest faktycznie bardzo szczególnym przypadkiem ogólnej transformacji między układami inercjalnymi, tak jak obrót płaszczyzny *Oxy* wokół osi *Oz* jest bardzo szczególnym przykładem obrotu w przestrzeni. Ogólna transformacja Lorentza jest tak skomplikowana, że w praktyce używa się jej rzadko. W sumie, transformacje te wyznaczają geometrię czasoprzestrzeni, lecz eksponują ten jej aspekt, który dla paradoksu bliźniąt i wielu innych zjawisk relatywistycznych jest mało użyteczny. Należy zatem odwołać się do drugiej, równoważnej metody Kleina.

Wyjaśniam ją na przykładzie. Odchylam krzesło tak, by stało na jednej nodze i miało na podłodze praktycznie jeden punkt podparcia. Obracam krzesło wokół dowolnej osi przechodzącej przez ten punkt i obracając je zmieniam w sposób ciągły oś obrotu. Można opisać matematycznie krzywą, jaką przy tym ruchu zakreśla w przestrzeni dowolny punkt krzesła, np. najwyższy punkt oparcia, lecz jest to krzywa tak skomplikowana, że wyznaczenie jej jest trudne, a przede wszystkim, z jej skomplikowanego wzoru niewiele można wywnioskować. Istotna jest inna informacja – że jest to *obrót bryły sztywnej*, różniący się od obracania np. poduszki. Przy obrocie sztywnym odległość pomiędzy parą dowolnych punktów bryły nie zmienia się, nie jest ona zgniatana, ani rozciągana jak poduszka. Odległość jest więc niezmiennikiem obrotów i translacji w przestrzeni euklidesowej. Geometrię euklidesową charakteryzuje stwierdzenie, że posiada ona niezmiennik, jakim jest odległość dowolnych dwóch punktów przestrzeni. Gdy tę odległość zdefiniujemy w znany sposób (stosując twierdzenie Pitagorasa we współrzędnych kartezjańskich), to w konsekwencji jedynymi dopuszczalnymi odwzorowaniami (przekształceniami) przestrzeni euklidesowej w siebie są translacje i obroty. Mówimy, że geometria euklidesowa jest *geometrią metryczną* z *metryką euklidesową*, gdzie „metryka" jest matematycznym określeniem na sposób definiowania odległości.

Analogicznie, ktoś znający ogólną transformację Lorentza (a przynajmniej tę powszechnie znaną „szczególną transformację Lorentza") może z niej wyprowadzić niezmiennik określający geometrię czasoprzestrzeni. Skąd jednak tę transformację wziąć, przecież przy tym podejściu nie możemy zakładać, że ją znamy? Trzeba skonstruować ten niezmiennik w inny sposób. Rozumujemy następująco. Rozpatrujemy parę bliskich punktów P i Q w czasoprzestrzeni, tzn. takich, że w każdym inercjalnym układzie odniesienia ich współrzędne różnią się o wielkość infinitezymalną, czyli o różniczkę. Bierzemy dwa dowolne inercjalne układy odniesienia, S i S'. W S współrzędne obu punktów są P(ct, x, y, z) i Q($ct + cdt, x + dx, y + dy, z + dz$), a w S' – P($ct', x', y', z'$) oraz Q($ct' + cdt', x' + dx', y' + dy', z' + dz'$). Wprowadzamy *interwał czasoprzestrzenny* pomiędzy tymi zdarzeniami, ds(P,Q), który definiujemy wzorem określającym kwadrat interwału. Ponieważ w teorii względności najczęściej operujemy kwadratami różniczek rozmaitych wielkości, dla wygody zapisu opuszczamy nawiasy i piszemy $ds^2 \equiv (ds)^2$, $dx^2 \equiv (dx)^2$ itd., nigdy df^2 nie oznacza $d(f^2)$. Z tą konwencją definiujemy w układzie S

$$ds^2 \equiv c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \tag{1}$$

i analogicznie w S',

$$ds'^2 \equiv c^2dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2. \tag{2}$$

W obu układach stosujemy tę samą uniwersalną stałą fizyczną o wymiarze prędkości c, bowiem są one fizycznie równoważne. Gdyby nie znak minus przy współrzędnych przestrzennych, mielibyśmy wyrażenie takie jak kwadrat odległości w przestrzeni euklidesowej o czterech wymiarach. Jaki jest związek między ds i ds'? Znając transformację Lorentza moglibyśmy to łatwo wyliczyć, lecz z założenia nie dysponujemy nią. Niech zdarzenie P będzie emisją sygnału świetlnego (fotonu, czyli cząstki niemal punktowej biegnącej w określonym kierunku z prędkością c), a zdarzenie Q – dotarciem tego sygnału do pobliskiego punktu w przestrzeni. W układzie S odległość przestrzenna dl obu zdarzeń jest dana kwadratem

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2, \tag{3}$$

a jednocześnie jest równa $dl = c\,dt$. Dostajemy więc ds(P,Q) = 0. Z kolei w S' wielkości dt', dx' itd. są inne, więc dla odległości przestrzennej tych zdarzeń mamy

$$dl'^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 \neq dl^2, \tag{4}$$

lecz sygnał biegnie z tą samą prędkością c i $dl' = c\,dt'$, zatem również w tym układzie ds'(P,Q) = 0. Dochodzimy do ważnego wniosku: *jeżeli interwał czasoprzestrzenny jest zerem w jednym układzie inercjalnym, to znika we wszystkich układach inercjalnych*. Ten wynik uzasadnia obecność znaków minus w definicjach (1) i (2).

A co się dzieje, jeżeli $ds \neq 0$, zatem i $ds' \neq 0$? Odpowiedniego rozumowania nie mogę tu przedstawić. Wynik końcowy brzmi: interwał czasoprzestrzenny jest niezmiennikiem transformacji pomiędzy układami inercjalnymi, czyli że dla dwu dowolnych układów inercjalnych jest $ds = ds'$. Mówimy: czasoprzestrzeń ma geometrię metryczną z odległością (interwałem) punktów bliskich daną wzorem (1). Tę czasoprzestrzeń nazywamy (czaso)przestrzenią Minkowskiego, a jej geometrię – geometrią Minkowskiego, na cześć matematyka niemieckiego Hermanna Minkowskiego, który wprowadził ją w 1908 roku. Mając określoną geometrię czasoprzestrzeni (faktycznie trzeba jeszcze dołożyć szereg założeń czysto matematycznych, które tu nie grają roli) możemy powiedzieć czym właściwie jest teoria Einsteina. Szczególna Teoria Względności to system fizycznie zinterpretowanych twierdzeń geometrii Minkowskiego. (Zauważmy, że w tej definicji nie mówi się nic o ruchach z prędkościami relatywistycznymi. STW to coś więcej niż fizyka takich zjawisk.) Twierdzenia, które nie mają charakteru twierdzeń tej geometrii, nie wchodzą do korpusu teorii względności. Geometryczny opis zjawisk relatywistycznych nie tylko powoduje, że znikają wszystkie paradoksy, przede wszystkim daje głębsze zrozumienie tych zjawisk.

Co będzie dalej?

W drugiej części artykułu sformułuję paradoks bliźniąt za pomocą pojęć geometrii Minkowskiego. Wykażę najpierw, że to, co mierzy poruszający się dowolnie dobry zegar, gdy jest wyrażone w odpowiednich jednostkach, jest po prostu długością (w sensie interwału czasoprzestrzennego) jego linii świata. I wtedy paradoks zniknie – zamiast niego mamy geometryczną oczywistość: z jednego miejsca w drugie można przejść po różnych drogach i każda ma inną długość. Wyjaśnię też pewną subtelność sprzeczną z intuicją: który bliźniak jest młodszy. Na koniec opiszę pewien eksperyment makroskopowy, w którym tę różnicę wieku bliźniąt (zegarów) zmierzono.