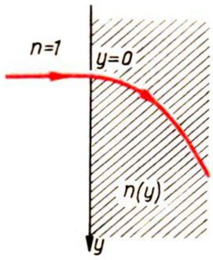
Zadanie

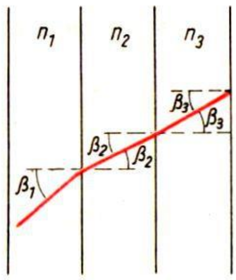
ze zbioru „25 lat Olimpiad Fizycznych” Waldemara Gorzkowskiego

Zad. 8. (s. 84) na ośrodek przezroczysty o współczynniku załamania zależnym od zmiennej y, w punkcie y = 0, pod kątem prostym pada promień światła – rysunek 21. Jaka powinna być postać funkcji $n_{\uparrow}(y)$, aby wewnątrz rozpatrywanego ośrodka promień biegł po paraboli? Wartość $n(0)$ jest równa n_0.

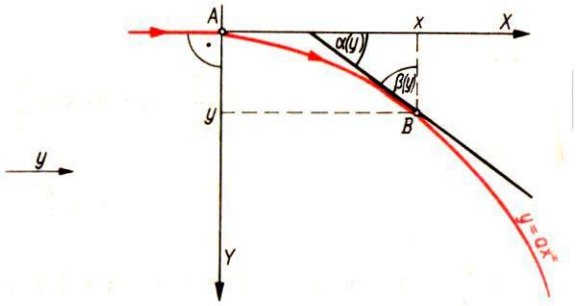


Rys. 21

Odp. zad 8. Rozpatrzmy promień światła przechodzący przez kilka płytek płasko-równoległych o różnych współczynnikach załamania – rysunek 116.



Rys. 116



Rys. 117

Prawo Snelliusa

$$\frac{\sin\beta_2}{\sin\beta_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

można zapisać w postaci

$$n_2 \sin\beta_2 = n_1 \sin\beta_1.$$

W podobny sposób dostajemy

$$n_3 \sin\beta_3 = n_2 \sin\beta_2 \text{ itd.}$$

Zatem

$$n_i \sin\beta_i = \text{const.}$$

Związek powyższy – jak wynika z wyprowadzenia – zachodzi niezależnie od liczby i grubości poszczególnych warstw. Możemy więc z niego skorzystać i w przypadku ciągłej zmiany współczynnika załamania w jednym kierunku – w naszym wypadku w kierunku y:

$$n(y)\sin\beta(y) = \text{const.}$$

$\beta(y)$ oznacza tu kąt, jaki tworzy promień z kierunkiem y zaznaczonym na rysunku 117.

Zauważmy, że w punkcie $x = 0$ parabola musi być styczna do osi x. Jej równanie w przyjętym układzie współrzędnych możemy więc napisać w postaci:

$$y = ax^2,$$

gdzie a jest stałą charakteryzującą „rozwartość” paraboli.

Korzystając z zależności, którą wyżej wyprowadziliśmy, możemy napisać (dla punktów A i B):

$$n(y)\sin\beta(y) = n(0)\sin\beta(0),$$

ale

$$\sin\beta(0) = \sin 90° = 1,\ \text{a}\ n(0) = n_0,$$

a więc

$$\sin\beta(y) = \frac{n_0}{n(y)}.$$

Tangens kąta nachylenia stycznej w punkcie B jest r6wny pochodnej funkcji $y = ax^2$:

$$\operatorname{tg}\alpha(y) = 2ax = 2a\sqrt{y/a} = 2\sqrt{ay}.$$

Mając $\operatorname{tg}\alpha(y)$, czyli $\operatorname{ctg}\beta(y)$, możemy wyznaczyć $\sin\beta(y)$ w sposób inny niż poprzednio:

$$\sin\beta(y) = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2\beta(y)}} = \frac{1}{\sqrt{1+4ay}}$$

Wobec tego

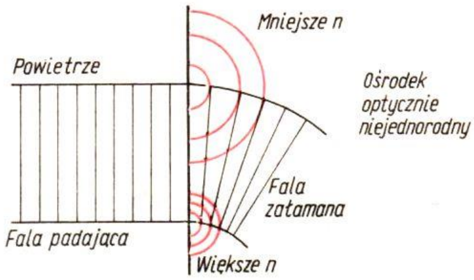
$$\frac{n_0}{n(y)} = \frac{1}{\sqrt{1+4ay}}.$$

i

$$n(y) = n_0\sqrt{1+4ay},$$

co kończy rozważania.

Zadanie powyższe może się Czytelnikowi wydać nieco paradoksalne. Mogłoby się bowiem wydawać, że promień padający nie pobiegnie po torze zakrzywionym, lecz prosto wzdłuż osi x. Warto więc tej sprawie poświęcić parę słów.



Rys. 118

Otóż mówiąc o promieniach świetlnych z reguły mamy na myśli wąskie wiązki światła, które z niezłym przybliżeniem można traktować jako wycinki fali płaskiej. Niech fala taka pada prostopadle na ośrodek optycznie niejednorodny tak, jak to pokazano na rys. 118.

Fale wtórne w różnych obszarach rozchodzą się z różnymi prędkościami. Tam gdzie *n* jest mniejsze, tam szybciej i odwrotnie. Jak widać, czoło fali załamanej, będące obwiednią czół fal wtórnych (zasada Huyghensa), musi ulec pochyleniu.

Promienie rozpatrywane w optyce geometrycznej stanowią pewną idealizację, której w ścisłym znaczeniu nie ma w przyrodzie. Dlatego w razie jakichkolwiek wątpliwości trzeba wyobrazić sobie promień jako wycinek fali płaskiej o szerokości znacznie większej niż długość fali i zobaczyć, jak dane zjawisko przebiega zgodnie z optyką falową. Dowcipnie ujmuje to Feynmann mówiąc, że promień w optyce geometrycznej wprawdzie porusza się po określonej linii, ale tak jak piesek obwąchuje otoczenie.