



## Fizyka strzelającego bicza

Piotr Pierański i Waldemar Tomaszewski

Politechnika Poznańska

Laboratorium Fizyki Komputerowej i Półprzewodników

### 1. Zjawisko

Wszyscy dobrze znamy charakterystyczny trzask, wydawany przez bicz Indiany Jonesa w krytycznych momentach filmów Stevena Spielberga. Czy trzeba być Harrisonem Fordem, by umieć strzelać z bicza? Z pewnością nie. To w gruncie rzeczy bardzo proste. Spróbujmy postrzelać sami. Zróbmy więc sobie bicz, niekoniecznie taki jak ten, którego używa Indiana Jones. Bicz Indiany Jonesa to bicz australijski, spleciony z kilku pasków wyciętych ze skóry kangura. Zróbmy sobie bicz polski, czyli po prostu – bat.

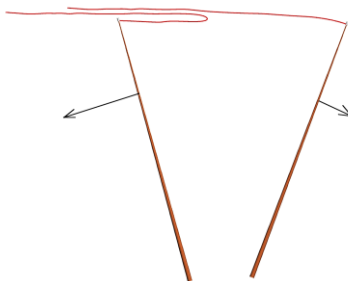
Czego nam potrzeba? Po pierwsze rękojeści. Wystarczy patyk metrowej długości lub bambusowa tyczka o średnicy około 1 cm, jaką możemy kupić w sklepie ogrodniczym, ale prosta gałązka leszczyny nie jest wiele gorsza. Prawdę mówiąc, niemal wszystko jedno, czego użyjemy. Będzie-



my musieli tym machać, więc niech to nie będzie za ciężkie. Rękojeść posłuży do wprawiania w ruch wiotkiego sznurka, sama zatem niech nie będzie zbyt wiotka.

Teraz część druga. Nazwijmy ją rzemieniem, bowiem w batach używanych przez woźniców jest zrobiona ze skóry. Można oczywiście użyć cienkiego rzemienia sprzedawanego przez górali, ale, jak się okazuje, kawałek zwykłego sznurka jest znacznie lepszy. Sznurek nie może być za krótki. 2 metry będą w sam raz. Sznurek mocno przywiązujemy do końca rękojeści. Dla pewności możemy miejsce przywiązania okleić taśmą.

Spróbujmy sobie postrzelać. Stajemy gdzieś, gdzie przed i za nami jest wystarczająco dużo miejsca (najlepiej więc na dworze, jeśli jesteśmy w Poznaniu, albo na polu, gdy znajdujemy się w Krakowie). Wznosimy rękojeść tak, by jej koniec znalazł się w górze, przed nami. Wykonujemy spokojny ruch wstecz, a następnie gwałtowny do przodu. W pierwszej fazie ruchu sznurek unosi się, rozprostowuje i biegnie za poruszającym się wstecz końcem rękojeści. W fazie drugiej jego przymocowany do rękojeści koniec zawraca. Mamy więc do czynienia z sytuacją, w której jedna część sznurka nadal biegnie wstecz, podczas gdy druga już porusza się do przodu. Z upływem czasu długość części nadal biegnącej wstecz ulega skróceniu.



Rys. 1. Technika strzału z bicza polskiego

Trzask powstaje, choć nie można tego dostrzec gołym okiem, gdy sznurek się rozprostowuje. Skąd się bierze? Jaka jest jego przyczyna?

## 2. Fala uderzeniowa

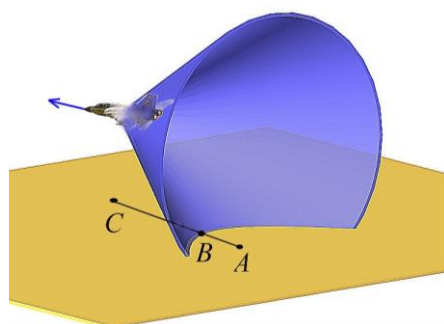
Odpowiedź na postawione wyżej pytanie jest zdumiewająca: trzask bicza ma tę samą fizyczną przyczynę, co huk towarzyszący samolotowi poruszającemu się z prędkością ponaddźwiękową – jest nią fala uderzeniowa. Fala uderzeniowa powstaje zawsze, gdy przedmiot wytwarzający falę porusza się szybciej od niej. Najłatwiej zobaczyć to na wodzie, gdzie prędkość fal jest na tyle mała, że można śledzić ich bieg. Włóżmy do wody patyk i zaczniemy poruszać nim w górę i w dół. Wokół patyka zaczną rozchodzić się koliste fale. Ich centrum jest wspólne – drgający patyk. Jeśli jednak do ruchu góra-dół dołączymy powolny ruch w kierunku poziomym, centra kolejnych fal zaczną się przemieszczać. Fale przestaną być koncentryczne: odległość między ich grzbietami mierzona w kierunku ruchu patyka będzie mniejsza niż w kierunku przeciwnym (efekt Dopplera!). Jeśli prędkość poziomego ruchu patyka przekroczy prędkość, z jaką fale poruszają się na wodzie, obraz zmieni się: zobaczymy charakterystyczną falę o trójkątnym kształcie, taką, jaką ciągnie za sobą poruszająca się łódź. Ta fala, zwana w żegludze falą dziobową, to fala uderzeniowa.



Rys. 2a. Fala dziobowa, towarzysząca łodzi poruszającej się z prędkością większą od prędkości fal na wodzie



Rys. 2b. Gdy źródło fali jest nieruchome, fala jest kolista.  
Gdy się porusza z szybkością większą od prędkości fali, powstaje fala dziobowa



Rys. 2c. Fala uderzeniowa towarzysząca samolotowi poruszającemu się z prędkością większą od prędkości dźwięku

Samolot poruszający się z prędkością większą od prędkości dźwięku też ciągnie za sobą taką falę dziobową. Rysunek 2 pokazuje jej stożkowy kształt. Przecięcie stożka z powierzchnią ziemi jest parabolą. Parabola ta przemieszcza się z tą samą prędkością, z jaką porusza się samolot. Gdy dochodzi do nas – słyszymy huk. Obserwator A już go słyszał, obserwator B właśnie słyszy, obserwator C usłyszy za chwilę. Sprostujmy przy okazji często wypowiedane błędne wyjaśnienie. Huk

nie pojawia się wtedy, gdy samolot **przekracza** prędkość dźwięku, lecz **towarzyszy** samolotowi poruszającemu się z prędkością większą od prędkości dźwięku.

### 3. Jak sfotografować falę uderzeniową?

Hipotezę, że trzask bicia jest akustycznym dowodem na przekroczenie przez koniec bicia prędkości dźwięku, postawił w 1905 roku Otto Lummer, profesor fizyki na Uniwersytecie Wrocławskim, znany przede wszystkim z prac doświadczalnych, których wyniki wykorzystywał Planck w weryfikacji znalezionej przez siebie kwantowego prawa opisującego widmo promieniowania ciała doskonale czarnego [1]. Inspiracją dla Lummera były słynne doświadczenia Ernesta Macha, który wraz z Peterem Salcherem wykonał metodą fotografii cieniowej pierwsze zdjęcia fali uderzeniowej wytwarzanej przez poruszający się z prędkością ponaddźwiękową pocisk. Hipoteza Lummera spotkała się z niedowierzaniem. Koniec rzemienia, albo, co gorsza, zwykłego sznurka, miałby poruszać się z prędkością pocisku karabinowego? Trudno było w to uwierzyć. Do zwolenników hipotezy Lummera należeli Ernest Mach i Ludwig Prandtl, których autorytet nie był bez znaczenia, jednak przekonanie przeciwników wymagało dostarczenia dowodu doświadczalnego, argumentacja heurystyczna nie wystarczała. Jak przekonać przeciwników? Jak sfalsyfikować kontrhipotezę, że źródłem trzasku jest uderzenie końca bicia w poprzedzający go fragment? Fotografia fali uderzeniowej byłaby wystarczającym dowodem. Jeszcze bardziej przekonujący byłby film, na którym gołym okiem można by zobaczyć przyspieszający do prędkości ponaddźwiękowych koniec bicia i odrywającą się od niego falę uderzeniową.

Na czym polega fotografowanie fali uderzeniowej? Przecież powietrze jest przezroczyste. Nie widać na nim fal tak, jak widać je na wodzie. To prawda, powietrze jest przezroczyste, ale jego współczynnik załamania światła zależy od gęstości, ta zaś nie musi być wszędzie taka sama. W obszarze fali uderzeniowej mamy do czynienia z dużymi zmianami ciśnienia, a więc i dużymi zmianami gęstości powietrza, te zaś powodują, że i współczynnik załamania silnie się tam zmienia i biegnące przez taki obszar promienie świetlne ulegają załamaniu. Zmiana kierunku biegu promieni światła w obszarach, w których powietrze ma inną gęstość, jest zjawiskiem, które dobrze znamy, choć nie zawsze zdajemy sobie z tego sprawę. Popatrzmy latem, w słoneczny dzień, na powierzchnię autostrady. Zobaczymy na niej w oddali coś, co przypomina jezioro. Jeśli przyjrzymy się dobrze, zobaczymy, że w jego powierzchni, jak w lustrze, odbijają się znajdujące się w pobliżu przedmioty. Jak to wyjaśnić? To proste. Asfaltowa powierzchnia drogi rozgrzana jest do wysokiej temperatury. Powietrze, znajdujące się w jej pobliżu, również. Jego temperatura spada wraz z wysokością. Powietrze cieplejsze ma mniejszą gęstość, wobec tego jego współczynnik załamania jest również mniejszy. Mamy do czynienia z sytuacją, w której współczynnik załamania maleje w miarę zbliżania się do powierzchni drogi. Promienie światła, biegnące z nieba, pod małym kątem, w stronę drogi, ulegają w jej pobliżu zakrzywieniu tak silnemu,

że w jego efekcie zaczynają biec w górę, do naszego oka. Patrzymy w dół, w stronę drogi, ale do naszego oka trafiają promienie, które wybiegły z nieba. Patrzymy na drogę, ale widzimy niebo. Podobnie dzieje się z promieniami, które wyszły z przedmiotów znajdujących się blisko powierzchni drogi. Biegają w dół, zakrzywiają się i trafiają do naszego oka. Widzimy w drodze, jak w lustrze, ich odbicie. To fatamorgana. Rozgrzane powietrze porusza się wskutek konwekcji. Gradient temperatury fluktuuje. To samo dzieje się ze współczynnikiem załamania. Obraz drga, jakby falowała powierzchnia tego wirtualnego lustra. Złudzenie, że patrzymy na falującą powierzchnię jeziora, jest bardzo silne.



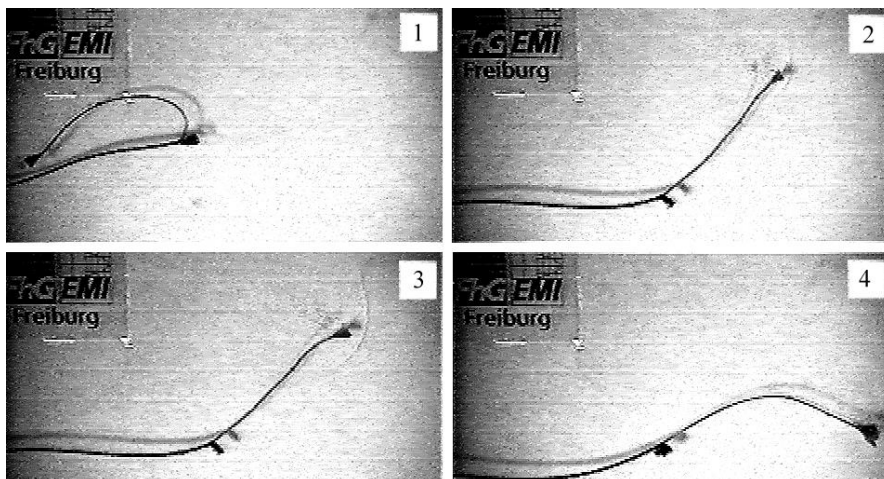
Rys. 3. Fatamorgana

Powróćmy do problemu bicza. Wykonanie filmu, na którym można by zobaczyć falę uderzeniową, towarzyszącą poruszającemu się z prędkością większą od dźwięku koniuszkowi bicza, było w czasach Lummera nieosiągalne. Impas trwał wiele lat. Przełom pojawił się w 1927 roku. Z. Carrière z Tuluzy wykonał, oświetlając iskrowym źródłem światła, poruszany mechanicznie bicz [2]. Wykonane zdjęcia ujawniały, że koniec bicza osiąga prędkości ponaddźwiękowe.

Przeskoczmy do współczesności. Ostatnie, najbardziej precyzyjne obserwacje kolejnych faz ruchu bicza wykonane zostały w 1998 roku przez Krehla, Engemanna i Schwenkela z Instytutu Ernesta Macha we Freiburgu [3]. Układ doświadczalny, jaki zbudowali, by osiągnąć swój cel, był dość wyrafinowany.

Bicz oświetlany był laserem impulsowym o mocy 25 W. Częstość impulsów wynosiła 9 kHz, czas trwania – 20 ns. Moc impulsu wynosiła 200 kW. Wiązkę lasera ogniskowano na przesłonie z małym, kolistym otworem. W efekcie otrzymywano niemal punktowe, impulsowe źródło światła, równomiernie oświetlające

ekran, przed którym w małej odległości poruszał się koniec bicia, obsługiwanego przez zawodowca.



Rys. 4. Cztery klatki z filmu przedstawiające końcowe fazy ruchu bicia. Na klatce numer 3, z prawej strony końca bicia, widoczny jest kolisty cień fali uderzeniowej (zdjęcia publikujemy dzięki uprzejmości Petera Krehla)

Szybka, cyfrowa kamera filmowała bicz poprzez małe zwierciadło umieszczone blisko przesłony z otworem. Obserwacja bicia odbywała się więc niemal z miejsca, w którym umieszczone było źródło światła. Dzięki temu nieco większy od fotografowanego obiektu (rzemienia bicia) cień nie był przesłaniany przez sam obiekt. Obrazy z przetwornika kamery przekazywane były do bufora mogącego pomieścić 1024 obrazów. Przy zapełnionym buforze wpisanie nowego obrazu powodowało usunięcie najstarszego. Wpisywanie kolejnych obrazów przerywał trzask bicia. W ten sposób, po przerwaniu rejestracji, w buforze znajdowały się obrazy z interwału czasowego obejmującego pojawienie się fali uderzeniowej. Na kolejnych klatkach filmu prócz samego bicia obserwujemy jego cień i, co istotniejsze, cień fali uderzeniowej.

Rysunek 4 przedstawia kilka klatek filmu zarejestrowanego w doświadczeniu wykonanym przez Krehla. Z otrzymanych obrazów można zrekonstruować kształt i położenie końca bicia w krytycznym momencie, tuż przed i tuż po uzyskaniu przez niego maksymalnej prędkości. Analiza tych danych pozwoliła autorom doświadczenia na znalezienie współrzędnych końca bicia w przestrzeni, w równo od

siebie odległych, wyznaczonych przez rytm impulsowego źródła światła chwilach czasu.



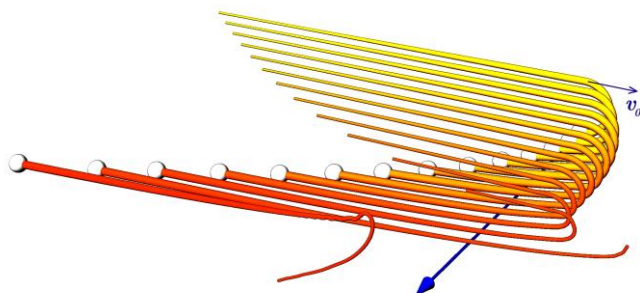
Rys. 5. Koniec rzemiennego bicza postrzępiony po kilkunastu strzałach

Jak się okazało, w czasowym wykresie prędkości, w końcowym, zanotowanym przez kamerę etapie ewolucji kształtu bicza, pojawia się ostry, podobny do asymetrycznego zęba piły, trójkątny pik. W jego maksimum koniec bicza osiągał prędkość ok. 750 m/s, a więc przeszło dwukrotnie przekraczał prędkość dźwięku. Jeszcze bardziej spektakularny wynik dała analiza przyspieszenia, jakiemu podlegał koniec bicza. W końcowym etapie przyspieszania, trwającym ok. 850 mikrosekund, jego prędkość wzrastała od 340 m/s do wspomnianych wyżej 750 m/s. Jak łatwo obliczyć, przyspieszenie wynosiło więc prawie 50 000 g! Jeszcze większe wartości przyspieszenia pojawiały się na opadającym zboczach piku prędkości. Wartości te wydają się nieprawdopodobne. Zastanówmy się przez chwilę nad ich fizycznym sensem. Poddanie końca rzemienia przyspieszeniu wynoszącemu 50 000 g oznacza, że jego fragment o masie 1 grama odrywany jest z siłą, jakiej trzeba użyć, by podnieść przedmiot o masie 50 kilogramów. Zwykły rzemień nie ma z pewnością takiej wytrzymałości, powinien więc ulec zerwaniu. Potrenujmy trochę strzelanie z wykonanego przez nas bicza, by trzaski, jakie wytwarza, były dobrze słyszalne, a następnie przyjrzyjmy się jego koniuszkowi. Zobaczmy wyraźnie postrzępienie. To ślad potężnych przyspieszeń, jakim był poddawany.

#### 4. Symulacje numeryczne

Ruch bicza to zjawisko czysto klasyczne, w przybliżeniu opisywane równaniami Newtona. Problem polega na tym, że są to równania dość złożone, ponieważ zamiast jednego punktu materialnego mamy do czynienia z ich dużą liczbą. Rzemień można potraktować jako ciąg powiązanych z sobą punktów materialnych, mówiąc dokładniej: ciał sztywnych, bowiem prócz ich ruchu translacyjnego musimy rozważać również ruch obrotowy. Nawet jeśli założymy, że rzemień jest idealnie wiotki, co w jego opisie teoretycznym sprowadza się do idealnie wiotkiego połą-

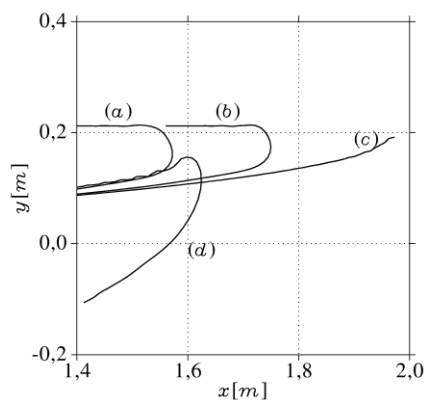
czenia sztywnych segmentów, na jakie go rozkładamy, analityczne rozwiązanie jego równań ruchu nie jest możliwe. Dziś jednak, gdy zawodzą metody analityczne, sięgamy po komputer. Jeden z nas (WT) opracował program całkujący równania ruchu bicia [4]. W efekcie jesteśmy dziś w stanie symulować doświadczenia, jakie wykonujemy, bawiąc się w strzelanie z bicia. Opiszmy jedną z takich symulacji. Zakładamy w niej, że rzemień jest idealnie wiotki i nierozciągliwy. Wprowadzamy go w ruch jednostajny z prędkością  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ , a następnie jego początek zwracamy, poddając wstępnemu przyspieszeniu równemu  $200 \text{ m/s}^2$ .



Rys. 6. Kolejne fazy ruchu rzemienia w sytuacji, gdy rękojeść jest poddana przyspieszeniu w kierunku przeciwnym do kierunku początkowego ruchu rzemienia

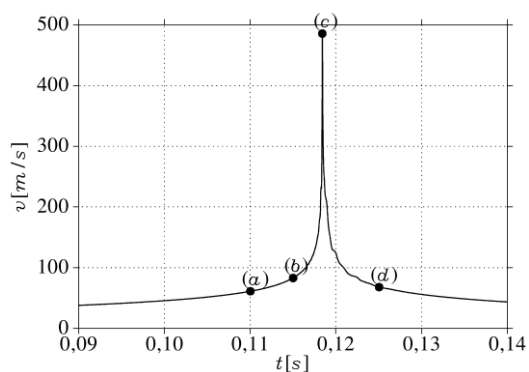
Rysunki 6 i 7 przedstawiają kolejne fazy symulowanego numerycznie ruchu rzemienia, rysunek 8 zaś zależność prędkości jego końca od czasu. Widać wyraźnie, że w tym numerycznym doświadczeniu prędkość dźwięku została przekroczona. Maksimum prędkości zależy od takich parametrów, jak długość rzemienia, promień łuku, po którym zmuszamy jego początek do powrotu, i przyspieszenie, z jakim zaczyna on powracać.





Rys. 7. Szczegóły ruchu końca bicia w otoczeniu chwili (c), w której osiąga on największą prędkość

Jeśli trochę poeksperymentujemy, łatwo odkryjemy, że tak jest w istocie. Trzask można uzyskać także wtedy, gdy rzemień jest krótki, ale wówczas wsteczny ruch ręki musi być szybszy. Spróbujmy zmoczyć sznurek. Mokry sznurek, szczególnie konopny, sztywnieje. Strzelanie zrobi się trudniejsze. Okazuje się, że wiotkość sznurka także ma znaczenie.



Rys. 8. Czasowa zależność prędkości ostatniego segmentu rzemienia w sytuacji, gdy jego początek poddany jest przyspieszeniu w kierunku przeciwnym do kierunku początkowego ruchu. Wykres obejmuje otoczenie punktu, w którym prędkość osiąga wartość maksymalną.

Trudno w to uwierzyć, ale tak właśnie jest: trzymamy w dłoni patyk z przywiązanym do niego sznurkiem, machamy ręką i jego koniec osiąga prędkość myśliwca F-16.

#### Literatura

- [1] O. Lummer, *Über die Theorie des Knalls*. Schlesische Gesellschaft für vaterländische Kultur **83**, II:2 (1905) [cytujemy za P. Krehlem].
- [2] Z. Carrière, *Le claquement du fouet*, J. de Physique et Le Radium Ser. VI, **8**, 365 (1927) [cytujemy za P. Krehlem].
- [3] P. Krehl, S. Engemann and D. Schwenkel, *The puzzle of whip cracking – uncovered by a correlation of whip-tip dynamics with shock wave emission*, Shock Waves, **8**, 1 (1998).
- [4] W. Tomaszewski i P. Pierański, *Fizyka strzału z biczem*, Postępy Fizyki **55**, 10 (2004).